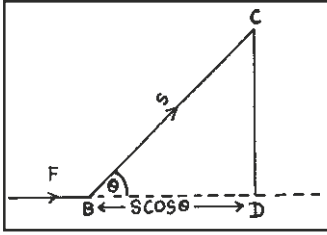


कार्य, ऊर्जा और शक्ति



हम पढ़ेंगे

5.1 कार्य की वैज्ञानिक संकल्पना

5.2 ऊर्जा

5.3 शक्ति

सूर्य ऊर्जा का सबसे बड़ा और सबसे महत्वपूर्ण स्रोत है। समस्त विश्व का जैव एवं वनस्पति चक्र सूर्य की ऊर्जा से ही संचालित है। जीवित रहने के लिये, जीवन को स्वस्थ और अधिकाधिक सुविधा संपन्न बनाये रखने के लिये सजीवों को कई गतिविधियां करनी पड़ती हैं। इन गतिविधियों के लिये ऊर्जा की आवश्यकता होती है। मानव ने अपनी आवश्यकताओं की पूर्ति के लिये ऊर्जा को रूपांतरित करने की विधियां खोजी। उसने मशीनों का निर्माण किया ताकि कम से कम समय में अधिक से अधिक ऊर्जा रूपांतरित की जा सके, अधिक से अधिक शक्ति से कार्य संपन्न हो सके।

आप मजबूत दीवार को अपने हाथों से धकेलिये। कितने ही समय तक धकेले परंतु विज्ञान की भाषा में आपने दीवार पर कोई कार्य नहीं किया है।

किसी मजबूत डोरी के एक सिरे पर पत्थर बांधिये। मुक्त सिरे को हाथ में पकड़कर पत्थर को नियत त्रिज्या के वृत्तीय मार्ग पर घुमाइये। चाहे जितना घुमाएं, भले ही आप थक जावें परंतु भौतिकी की भाषा में आपने कोई कार्य नहीं किया है।

सामान्य बोलचाल की भाषा में कार्य और विज्ञान की भाषा में कार्य शब्द के अर्थों में अंतर है। सामान्य भाषा में किसी भी मानसिक या शारीरिक क्रिया को कार्य कहते हैं, परंतु विज्ञान की भाषा में नहीं।

5.1 कार्य की वैज्ञानिक संकल्पना

किसी वस्तु पर बल लगाने पर यदि वस्तु विस्थापित होती है तो कार्य हुआ है।

उदाहरण : टेबल पर रखी हुई पुस्तक पर बल लगाइये। यदि पुस्तक विस्थापित हुई तो कार्य हुआ है।

जब आप घर की सीढ़ियां चढ़ते हैं तब आप गुरुत्व बल के विरुद्ध ऊपर की दिशा में दूरी तय करते हैं। यहां पर भी कार्य हुआ है।

उपरोक्त चर्चा से स्पष्ट है कि कार्य तब होता है जब (1) वस्तु पर कोई बल आरोपित हो एवं (2) उस बल के प्रभाव से वस्तु आरोपित बल की दिशा में कोई दूरी तय करे अर्थात् विस्थापित हो जाये। अब हम कार्य को इस प्रकार परिभाषित कर सकते हैं।

किसी वस्तु पर आरोपित बल और बल की दिशा में वस्तु के विस्थापन के गुणनफल को कार्य कहते हैं।

अर्थात्, कार्य = बल × विस्थापन (बल की दिशा में तय की गई दूरी)

सरल रेखीय गति में समान समयान्तराल में दूरी व विस्थापन के परिमाण बराबर होते हैं।

किसी वस्तु पर F बल लगाने से बल की दिशा में वस्तु के द्वारा तय की गई दूरी S हो तब कार्य $W = F.S$.

यहाँ ध्यान देने योग्य बात यह है कि जब बल लगाने से वस्तु पृथ्वी अथवा किसी तल पर गति करती है तब गति विरोधी घर्षण बल के विरुद्ध भी कार्य करना पड़ता है।

कार्य के मात्रक : बल का मात्रक न्यूटन (N) और दूरी का मात्रक मीटर (m) है अतः कार्य का मात्रक न्यूटन मीटर है जिसे (Nm) लिखकर प्रदर्शित करते हैं। जेम्स प्रेस्काट जूल (1818-1889) नामक वैज्ञानिक के सम्मान में Nm को जूल (J) कहते हैं। जूल कार्य का S.I. मात्रक है। $1 \text{ जूल} = 1 \text{ न्यूटन} \times 1 \text{ मीटर}$

जूल की परिभाषा - किसी वस्तु पर 1N बल लगाने पर इस बल की दिशा में वस्तु का विस्थापन (दूरी) 1m हो तब संपन्न कार्य 1 जूल कहलाता है। कार्य अदिश भौतिक राशि है।

आइये हम एक अन्य स्थिति पर विचार करें-

किसी वस्तु पर चित्रानुसार एक साथ दो बल F_1 एवं F_2 कार्यशील है। दोनों बल एक ही सरल रेखा में किंतु एक दूसरे की विपरीत दिशा में आरोपित है। F_1 का परिणाम F_2 से अधिक है। दोनों बलों के परिणामी प्रभाव से वस्तु A बिंदु से B बिंदु तक विस्थापित हो जाती है अर्थात् वस्तु का विस्थापन S है।

यह विस्थापन S , F_1 बल की दिशा में है परंतु F_2 बल की विपरीत दिशा में है। इस आधार पर कार्य दो प्रकार का होता है।

धनात्मक कार्य : वस्तु पर बल आरोपित करने पर वस्तु का विस्थापन बल की दिशा में होता है तब संपन्न कार्य धनात्मक कहलाता है। आरोपित बल F_1 की दिशा में वस्तु का विस्थापन S धनात्मक कहलाता है।

यदि F_1 बल द्वारा संपन्न कार्य को W_1 से प्रदर्शित करें तो $W_1 = F_1 S$ यह धनात्मक कार्य है।

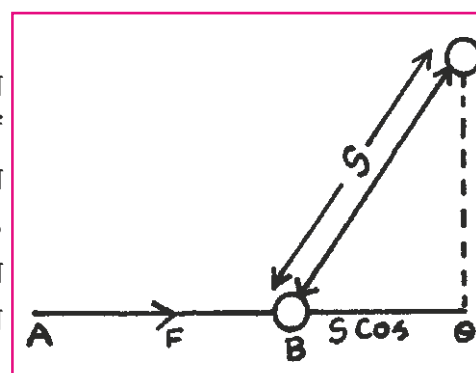
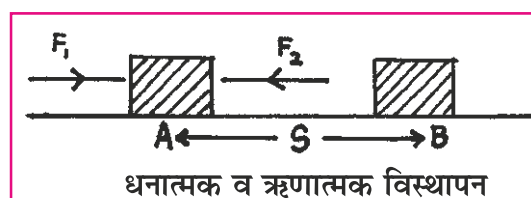
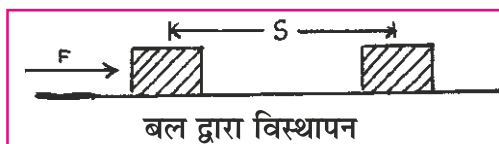
ऋणात्मक कार्य : वस्तु पर बल आरोपित करने पर वस्तु का विस्थापन बल की विपरीत दिशा में होता है तब संपन्न कार्य ऋणात्मक कहलाता है। आरोपित बल F_2 की विपरीत दिशा में वस्तु का विस्थापन ऋणात्मक (S) कहलाता है। यदि F_2 बल द्वारा संपन्न कार्य को W_2 से प्रदर्शित करें तो $W_2 = F_2 (-S)$ यह ऋणात्मक कार्य है।

जब वस्तु का विस्थापन आरोपित बल की दिशा में न हो

कुछ परिस्थितियों में किसी वस्तु पर बल लगाते हैं तो वस्तु बल की क्रिया रेखा की दिशा में विस्थापित नहीं होती, किसी अन्य दिशा में विस्थापित हो जाती है। ऐसी स्थिति में भी कार्य की गणना की जा सकती है। चित्र में (B) बिंदु पर कोई वस्तु स्थित है। इस वस्तु पर AB दिशा में F बल लगाया जाता है। वस्तु का विस्थापन (S) बल की क्रिया रेखा (AB) की दिशा से θ कोण पर हो जाता है। विस्थापन S का बल F की क्रिया रेखा की दिशा में घटक $S \cos\theta$ होगा।

हम जानते हैं कि : कार्य = बल \times बल की दिशा में विस्थापन

अर्थात् कार्य $W = F.S \cos\theta$



बल से भिन्न दिशा में विस्थापन

महत्वपूर्ण तथ्य : कार्य का परिमाण निम्नलिखित कारकों पर निर्भर करता है।

(1) बल के परिमाण पर (2) विस्थापन के परिमाण पर एवं (3) बल और विस्थापन के बीच के कोण पर

उदाहरण

किसी वस्तु पर 50 N का बल लगाया जाता है जिससे बल की दिशा में वस्तु का विस्थापन 10m हो जाता है। बल द्वारा वस्तु पर किये गये कार्य की गणना कीजिये।

हल : दिया है

बल $F = 50\text{N}$, विस्थापन $S = 10\text{m}$

बल व विस्थापन एक ही दिशा में है अतः उनके बीच का कोण $\theta = 0^\circ$

सूत्र : कार्य $W = F S \cos\theta$ में मान रखने पर

$$W = (50\text{N}) (10\text{m}) \cos 0^\circ$$

$$W = 500 \text{ J} \quad [\because \cos 0^\circ = 1] \quad [\because \text{Nm} = \text{J}]$$

अर्थात् वस्तु पर संपन्न कार्य 500 जूल है

उदाहरण

एक बल, 10kg द्रव्यमानकी वस्तु में 2ms^{-2} का त्वरण उत्पन्न करता है। यदि बल की दिशा से 60° के कोण पर वस्तु का विस्थापन 5m हो तो बल द्वारा संपन्न कार्य की गणना कीजिये।

हल : दिया है – द्रव्यमान $m = 10\text{kg}$, त्वरण $a = 2\text{ms}^{-2}$ विस्थान $S = 5\text{m}$ एवं $\theta = 60^\circ$

ज्ञात करना है: कार्य W

न्यूटन के गति के द्वितीय नियम से

$$\text{बल } F = m.a$$

$$\Rightarrow F = (10 \text{ kg}) (2\text{ms}^{-2})$$

$$\Rightarrow F = 20\text{N} \quad [\because \text{Kg m s}^{-2} = \text{N}]$$

सूत्र कार्य $W = F.S \cos\theta$ में मान रखने पर

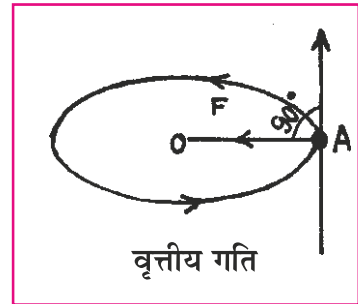
$$W = (20\text{N}) (5\text{m}) \cos 60^\circ \quad (\cos 60^\circ = 1/2)$$

$$W = 20 \times 5 \times \frac{1}{2} \text{ J}, \quad [\because \text{Nm} = \text{J}]$$

$$W = 50 \text{ J}$$

बल द्वारा संपन्न कार्य 50 J है

जब बल गति की दिशा के लंबवत हो – जब एक डोरी OA के A सिरे पर पत्थर बांधकर उसे वृत्तीय मार्ग पर घुमाते हैं तो पत्थर वृत्ताकार मार्ग पर घूमता रहे इसके लिये डोरी को हाथ की ओर खींचकर रखना पड़ता है। डोरी पर कार्यशील यह बल F **अभिकेन्द्र बल** कहलाता है। प्रत्येक क्षण पर पत्थर की गति की दिशा (अर्थात् विस्थापन S की दिशा) अभिकेन्द्र बल F के लंबवत है। यहां अभिकेन्द्र बल द्वारा संपन्न कार्य

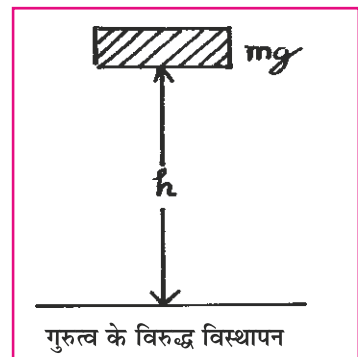


$$W = F.S \cos 90^\circ$$

$$\Rightarrow W = 0 \quad [\because \cos 90^\circ = 0]$$

अर्थात् वृत्ताकार मार्ग पर गतिशील पिण्ड पर सम्पन्न कार्य शून्य होता है। इसी कारण से ग्रहों द्वारा सूर्य की परिक्रमा करने में सम्पन्न कार्य शून्य होता है। इसी प्रकार उपग्रह द्वारा ग्रह की परिक्रमा में सम्पन्न कार्य शून्य होता है।

गुरुत्व के विरुद्ध संपन्न कार्य – यदि हम किसी वस्तु (पत्थर) को पृथ्वी तल से ऊपर की ओर उठाते हैं तब हम गुरुत्व बल के विरुद्ध कार्य करते हैं। वस्तु को ऊपर की ओर उठाने में जिस बल की आवश्यकता होती है उसका न्यूनतम मान वस्तु के भार के बराबर होता है। हम जानते हैं कि यदि वस्तु का द्रव्यमान m हो तब उसका भार mg होगा। यहां g गुरुत्व जनित त्वरण है। यदि वस्तु को उसके भार (गुरुत्व बल) के विरुद्ध h ऊंचाई तक विस्थापित किया जाता है। तब संपन्न



$$\text{कार्य} = \text{भार} \times \text{विस्थापन} \quad \text{अर्थात् } W = mgh$$

अर्थात् गुरुत्व बल के विरुद्ध कार्य वस्तु के भार और उस वस्तु के ऊर्ध्वाधर विस्थापन के गुणनफल के तुल्य होता है।

उदाहरण

10kg द्रव्यमान के पिण्ड को 10m ऊर्ध्वाधर ऊँचाई तक उठाने में सम्पन्न कार्य की गणना कीजिये। ($g=9.8\text{ms}^{-2}$)

हल : दिया है :- $m = 10 \text{ kg}$, $h = 10\text{m}$

कार्य $W = ?$

सूत्र : $W = mgh$ में मान रखने पर

$$W = 10\text{kg} \times 9.8\text{ms}^{-2} \times 10\text{m}$$

$$\Rightarrow W = 980\text{kg m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$\Rightarrow W = 980\text{J} \quad [\because \text{kg m}^2 \text{ s}^{-2} = \text{J}]$$

अर्थात् आपेक्षित कार्य 980 जूल है।

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर स्वयं खोजिये :

- कार्य को परिभाषित कीजिये। इसका मात्रक भी लिखिये।
- कार्य अदिश राशि है अथवा सदिश ?
- एक व्यक्ति 10kg भार सिर पर रखकर ठीक क्षैतिज पथ पर 100m तक चलता है, तब गुरुत्वके आधीन संपन्न कार्य कितना होगा ?

5.2 ऊर्जा

ऊर्जा शब्द का प्रयोग हमारे दैनिक जीवन में प्रायः होता रहता है। जो व्यक्ति अधिक कार्य करता है वह अधिक ऊर्जावान कहलाता है। इस प्रकार किसी व्यक्ति में कार्य करने की क्षमता ऊर्जा से आती है।

आइये हम कुछ उदाहरणों पर विचार करें :

- (1) तीव्र वेग से गतिमान क्रिकेट की गेंद जब विकेटों से टकराती है तो विकेट दूर जा गिरते हैं। यहां गेंद की ऊर्जा ने उसमें विकेटों को दूर गिरा देने की क्षमता उत्पन्न कर दी है।
- (2) हथौड़े को पर्याप्त ऊँचाई तक उठाकर जब कील पर मारा जाता है तब कील नोंक के संपर्क वाली लड़की में टुक जाती है। वास्तव में हथौड़े को ऊँचाई तक उठाने पर उसमें ऊर्जा संचित हो जाती है। इस ऊर्जा से हथौड़े में ऐसी क्षमता आ जाती है जिससे वह लकड़ी में कील ठोकने का कार्य कर देता है।
- (3) आप खिलौना कार में चाबी भरकर समतल पर रख देते हैं तब खिलौना कार चलने लगती है। यहां आपने अपनी ऊर्जा चाबी के द्वारा कार की स्प्रिंग को दे दी है। इस ऊर्जा से स्प्रिंग में वह क्षमता उत्पन्न की गई है। जो कार चलाने का कार्य कर देती है।

उपरोक्त उदाहरणों से आप स्पष्ट समझ गये होंगे की ऊर्जा से वस्तु में कार्य करने की क्षमता उत्पन्न हो जाती है।

अब हम ऊर्जा को परिभाषित करें

वह भौतिक राशि जो किसी वस्तु में कार्य करने की क्षमता उत्पन्न कर देती है ऊर्जा कहलाती है। इस प्रकार ऊर्जा से ही कार्य सम्पन्न होते हैं। अथवा ऊर्जा कार्य में बदल जाती है। अतः ऊर्जा का मात्रक वहीं है जो कार्य का है। कार्य का SI मात्रक जूल है अतः ऊर्जा का मात्रक भी जूल J है। ऊर्जा अदिश भौतिक राशि है

महत्वपूर्ण : ऊर्जा का बड़ा मात्रक किलो जूल kJ है। $1\text{kJ} = 1000\text{ J}$

हमारे लिये ऊर्जा का सबसे बड़ा प्राकृतिक स्रोत सूर्य है। पवन से, ज्वार भाटा से, पृथ्वी के गर्भ से प्राप्त खनिज तेलों व गैसों से, परमाणुओं के नाभिकों इत्यादि से ऊर्जा प्राप्त कर सकते हैं।

ऊर्जा के रूप – आप प्रकाश का अनुभव करते हैं, ध्वनि का अनुभव करते हैं, ऊष्मा का भी अनुभव करते हैं ये सभी ऊर्जा के विभिन्न रूप हैं। इनके अलावा ऊर्जा के अन्य रूप भी हैं जैसे गतिज ऊर्जा और स्थितिज ऊर्जा, इन दोनों ऊर्जाओं को यांत्रिक ऊर्जा भी कहते हैं।

आइये हम गतिज ऊर्जा और स्थितिज ऊर्जा के बारे में जाने: -

5.2.1 गतिज ऊर्जा (Kinetic Energy) – आपने देखा होगा कि विकेट का उखड़ना और दूर गिरना गेंद की गति पर निर्भर करता है। तेज चाल से चलने वाली वस्तु धीमी चाल से चलने वाली वस्तु की तुलना में अधिक कार्य करती है। कार्य सदैव ऊर्जा के कारण सम्पन्न होता है अतः प्रत्येक गतिशील वस्तु में ऊर्जा है। इस प्रकार **गति के कारण किसी वस्तु में निहित ऊर्जा वस्तु की गतिज ऊर्जा कहलाती है।**

किसी वस्तु की गतिज ऊर्जा उसकी चाल के साथ बदलती है। अब हमारे मन में प्रश्न उठता है कि किसी वस्तु में गतिज ऊर्जा कहां से आ जाती है? तो वस्तु को किसी वेग से गतिशील करने के लिये हमें कुछ कार्य करना पड़ता है। यह कार्य ही वस्तु में गतिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है अर्थात्

किसी वस्तु की गतिज ऊर्जा में परिवर्तन का मान उस वस्तु पर सम्पन्न कार्य के बराबर होता है।

कार्य करने में हमे अपनी ऊर्जा व्यय करनी होती है। यही उर्जा वस्तु में गतिज ऊर्जा के रूप में प्रगट हो जाती है।

गतिज ऊर्जा को अंग्रेजी में काइनेटिक एनर्जी कहते हैं, इस E_k लिखकर प्रदर्शित कर सकते हैं।

आइये अब किसी वस्तु की गतिज ऊर्जा को एक समीकरण के रूप में व्यक्त करें।

माना कि किसी वस्तु का द्रव्यमान m है। इस वस्तु पर F बल लगाने पर इसमें a त्वरण उत्पन्न हो जाता है तो न्यूटन के गति के दूसरे नियम से

$$F = m.a \quad (i)$$

यह बल वस्तु में बल की दिशा में, S विस्थापन उत्पन्न कर देता है तब बल द्वारा वस्तु पर सम्पन्न कार्य

$$W = F.S \quad (ii)$$

समी (1) से समीकरण (2) में F का मान रखने पर

$$W = m.a.S \quad (iii)$$

माना कि वस्तु का प्रारंभिक वेग u है। बल F लगाने पर वस्तु का वेग v हो जाता है तब गति के समीकरण से

$$v^2 = u^2 + 2aS$$

$$\Rightarrow 2aS = v^2 - u^2$$

दोनों पक्षों में 2 का भाग देने पर

$$aS = \frac{v^2 - u^2}{2} \quad (iv)$$

समी. (iv) से समी. (iii) में (aS) का मान रखने पर

$$W = m \left(\frac{v^2 - u^2}{2} \right)$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 \quad (v)$$

यदि वस्तु विराम से गति प्रारंभ करे तो $u = 0$ अतः समी. (vi) से

$$W = \frac{1}{2}mv^2 \quad (vi)$$

यह कार्य ही वस्तु में गतिज उर्जा (E_k) के रूप में संचित हो जाता है, अतः

$$\text{गतिज ऊर्जा } E_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad (vii)$$

महत्वपूर्ण

(1) $E_k \propto m$ यदि v नियत रहे

(2) $E_k \propto v^2$ यदि m नियत रहे

[पृथ्वी तल से ऊँचाई के कारण गेंद में स्थितिज ऊर्जा संचित होती है। जब गेंद को किसी ऊँचाई से स्वतंत्रता पूर्वक गिराते है तब उसकी यही स्थितिज ऊर्जा गतिज ऊर्जा में परिवर्तित होती है। जब गेंद रेत पर गिरती है तब गतिज ऊर्जा रेत में गड़्ढा बनाने के कार्य में व्यय होती है स्पष्ट है कि जो गेंद अधिक ऊँचाई पर स्थित है उसकी स्थितिज ऊर्जा अधिक

होगी। स्वतंत्रता पूर्वक गिरने पर उसकी गतिज ऊर्जा भी अधिक होगी। जब यह गेंद रेत पर गिरेगी तो अधिक कार्य सम्पन्न करेगी। अतः अधिक गहरा गड्ढा होगा। विभिन्न ऊँचाईयों से स्वतंत्रता पूर्वक गिरने वाली गेंदे भी इसी सिद्धांत का पालन करते हुए संगत गहराई के गड्ढे बनाती है]

उदाहरण : 10kg द्रव्यमान की वस्तु 5ms^{-1} के एक समान वेग से गतिशील है। वस्तु की गतिज ऊर्जा कितनी होगी?

हल : दिया है $m = 10\text{kg}$, $v = \text{ms}^{-1}$

सूत्र $E_k = \frac{1}{2} mv^2$ में मान रखने पर

$$E_k = \frac{1}{2} (10\text{kg})(5\text{ms}^{-1})^2$$

$$E_k = \frac{10}{2} \times (5)^2 \text{ kgm}^2\text{s}^{-2}$$

$$E_k = 125\text{J}$$

वस्तु की गतिज ऊर्जा 125 जूल होगी।

5.2.2 स्थितिज ऊर्जा (Potential Energy) – दैनिक जीवन का हमारा अनुभव है कि घर में पानी की टंकी जितनी अधिक ऊँचाई पर स्थित होती है नल से पानी उसी अनुपात में अधिक प्रेशर (दाब) से निकलता है क्यों?

आप किसी हल्की स्प्रिंग के दोनों सिरों को एक दूसरे की विपरीत दिशा में खींचते हैं तो स्प्रिंग की लंबाई बढ़ती है और आकृति बदलती है। परंतु एक सिरों को जैसे ही छोड़ते हैं स्प्रिंग अपनी प्रारंभिक आकृति में लौटने का प्रयास करती है। क्यों?

पानी को ऊँचाई पर रखी एक पानी की टंकी में पहुँचाने में हमें गुरुत्व बल के विरुद्ध कार्य करने में ऊर्जा व्यय करनी पड़ती है, यह ऊर्जा टंकी के पानी में संचित हो जाती है। अधिक ऊँचाई पर स्थित टंकी को भरने में गुरुत्वबल के विरुद्ध अधिक कार्य करना पड़ता है, यहाँ हमें अधिक ऊर्जा व्यय करनी होती है। अर्थात् इस टंकी के जल में अधिक ऊर्जा संचित हो जाती है। इसी प्रकार स्प्रिंग के दोनों सिरों का एक दूसरे की विपरीत दिशा में खींचने, अर्थात् स्प्रिंग की आकृति बदलने के लिये कार्य करना पड़ता है। इस कार्य के लिये आप ऊर्जा व्यय करते हैं। आपकी यह ऊर्जा स्थानान्तरित होकर स्प्रिंग में संचित हो जाती है।

इस प्रकार किसी वस्तु की स्थिति अथवा आकृति को बदलने में कुछ कार्य करना पड़ता है, कार्य करने के लिये ऊर्जा का उपयोग करना पड़ता है यह ऊर्जा इस परिवर्तित स्थिति अथवा परिवर्तित आकृति की वस्तु में संचित हो जाती है। इस संचित ऊर्जा को स्थितिज ऊर्जा कहते हैं।

अब हम स्थितिज ऊर्जा को परिभाषित कर सकते हैं।

किसी निकाय के विन्यास (यथा-सापेक्ष स्थिति, आकृति आदि) में परिवर्तन के कारण निहित ऊर्जा को उसकी स्थितिज ऊर्जा कहते हैं।

गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा – मान लें कि एक पिंड A जिसका द्रव्यमान m है धरातल पर रखा हुआ है। इस प्रकार पिंड A तथा पृथ्वी एक निकाय हुए अब यदि पिंड को धरातल के सापेक्ष h ऊँचाई पर विस्थापित किया जाय तो इसके लिए हमें गुरुत्वकर्षण बल के विरुद्ध कुछ कार्य करना होगा। चूँकि इस विस्थापन में पृथ्वी को स्थिर माना गया है। अतः किये गये कार्य को हम पिंड A की स्थितिज ऊर्जा मान सकते हैं। किसी वस्तु में उसकी पृथ्वीतल के सापेक्ष स्थिति में परिवर्तन के कारण निहित ऊर्जा को उस वस्तु की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा कहते हैं।

प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा – किसी वस्तु में उसकी आकृति में परिवर्तन के कारण निहित ऊर्जा को उस वस्तु की प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा कहते हैं। स्थितिज ऊर्जा (Potential Energy) इसे E_p से प्रदर्शित कर सकते हैं।

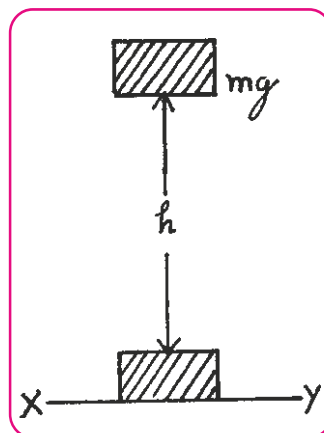
पानी की टंकी के उदाहरण से अब आप समझ गये होंगे कि किसी वस्तु की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा का मान उस वस्तु की किसी तल से ऊँचाई पर निर्भर करता है। **आइये किसी वस्तु की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा और उस वस्तु की किसी तल से ऊँचाई के संबंध को समीकरण के रूप में व्यक्त करें।**

किसी वस्तु की स्थितिज ऊर्जा उस वस्तु की पृथ्वी तल से ऊँचाई के कारण होती है। इस स्थितिज ऊर्जा का मान उस वस्तु को पृथ्वी तल से ऊँचाई तक ले जाने में सम्पन्न कार्य W के बराबर होता है। मान लीजिये कि m द्रव्यमान की वस्तु को पृथ्वी तल से h ऊँचाई पर ले जाया गया है। यदि गुरुत्व जनित त्वरण g है तब वस्तु का भार mg होगा। वस्तु को ऊपर ले जाने के लिये न्यूनतम बल वस्तु के भार mg के बराबर लगाना होगा। इस वस्तु को गुरुत्व के विरुद्ध h ऊँचाई तक ले जाने में सम्पन्न कार्य

$$W = \text{बल (भार)} \times \text{बल की दिशा में विस्थापन}$$

$$W = m g h \quad \Rightarrow \quad E_p = m g h$$

अर्थात् किसी वस्तु की स्थितिज ऊर्जा उस वस्तु के भार और उस वस्तु की पृथ्वी तल से ऊँचाई के गुणनफल के बराबर होती है।



महत्वपूर्ण तथ्य

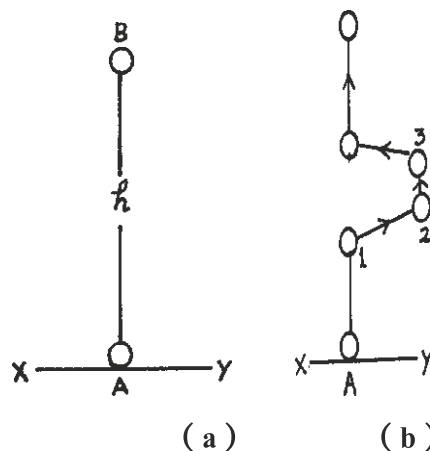
किसी वस्तु की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा वस्तु के अर्ध्वाधर विस्थापन (ऊँचाई) पर निर्भर करती है परंतु मार्ग की वास्तविक लंबाई पर निर्भर नहीं करती है।

चित्र (a) में m द्रव्यमान की वस्तु को AB सरल रेखीय मार्ग पर होकर पृथ्वी तल से h ऊँचाई तक ले जाया जाता है। अतः h ऊँचाई पर वस्तु की स्थितिज ऊर्जा

$$E_p = \text{बल (भार)} \times \text{ऊर्ध्वाधर विस्थापन} \quad \Rightarrow \quad E_p = mgh$$

चित्र (b) में उसी वस्तु को पृथ्वी तल से A, 1, 2, 3, 4, B मार्ग पर होकर h ऊँचाई तक ले जाया है। यद्यपि यहां मार्ग की लंबाई अधिक है परंतु वस्तु का विस्थापन अर्थात् ऊर्ध्वाधर ऊँचाई h ही है। अतः स्थितिज ऊर्जा

$$E_p = \text{बल (भार)} \times \text{ऊर्ध्वाधर विस्थापन} \quad \Rightarrow \quad E_p = mgh$$



यहां उल्लेखनीय है कि ऐसे बल जिनके द्वारा संपादित कार्य का मान पिंड की आरंभिक तथा अंतिम स्थिति के बीच के विस्थापन पर निर्भर हो, संरक्षित बल (Conservative Force) है। वस्तुतः स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन की गणना संरक्षित बलों के लिए ही की जा सकती है।

उदाहरण : 10kg द्रव्यमान की एक वस्तु को पृथ्वी तल से 5m की ऊँचाई तक उठाया गया है। इस वस्तु में कितनी ऊर्जा संचित होगी। ($g = 9.8\text{ms}^{-2}$)

हल: दिया है द्रव्यमान $m = 10\text{kg}$ और $h = 5\text{m}$

ज्ञात करना है : संचित (स्थितिज) ऊर्जा E_p

सूत्र $E_p = mgh$

$$\Rightarrow E_p = 10\text{kg} \times 9.8\text{ms}^{-2} \times 5\text{m}$$

$$\Rightarrow E_p = 490 \text{ kgm}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$\Rightarrow E_p = 490 \text{ J (जूल)} \quad [\because \text{kgm}^2 \text{ s}^{-2} = \text{J (जूल)}]$$

वस्तु में संचित ऊर्जा 490J होगी।

उदाहरण

कोई वस्तु P किसी तल xy से

चित्रानुसार A, B, C, D, E व F पथ पर

गति करती हुई A बिंदु से चलकर F बिंदु पर पहुँचती है।

F बिंदु पर इस वस्तु की स्थितिज ऊर्जा निम्नलिखित स्थितियों में ज्ञात कीजिये:

- BC तल के साक्षेप
- ED तल के साक्षेप
- xy तल के साक्षेप कुल स्थितिज ऊर्जा।

वस्तु का द्रव्यमान 5.2kg है। $g = 10\text{ms}^{-2}$

हल : दिया है

$$m = 5.2\text{kg}, g = 10\text{ms}^{-2}$$

ज्ञात करना है:

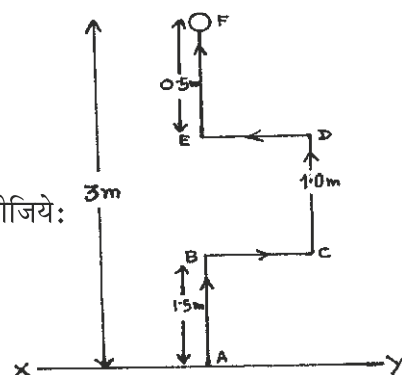
(a) BC तल के साक्षेप वस्तु P की स्थितिज ऊर्जा E_p

सूत्र: $E_p = mgh$ (1)

यहां BC तल से वस्तु P की ऊँचाई $h = 1.5\text{m}$ है

समी (1) में मान लिखने पर

$$E_p = 5.2\text{kg} \times 10\text{ms}^{-2} \times 1.5\text{m}$$



$$\Rightarrow E_p = 78 \text{ kg m}^2 \text{ S}^{-2}$$

$$\Rightarrow E_p = 78 \text{ J}$$

$$[\because \text{ kg m}^2 \text{ S}^{-2} = \text{J जूल}]$$

P वस्तु की BC तल के साक्षेप स्थितिज ऊर्जा 78J है।

(b) ED तल के साक्षेप वस्तु P की स्थितिज ऊर्जा:

यहाँ ED तल से वस्तु P की ऊँचाई $h = 0.5\text{m}$ है।

समीकरण (1) में मान लिखने पर

$$E_p = 5.2 \text{ kg} \times 10 \text{ m S}^{-2} \times 0.5 \text{ m}$$

$$\Rightarrow E_p = 26 \text{ kg m}^2 \text{ S}^{-2}$$

$$\Rightarrow E_p = 26 \text{ J}$$

ED तल के साक्षेप वस्तु की स्थितिज ऊर्जा 26J है।

(c) xy तल के साक्षेप कुल स्थितिज ऊर्जा : गुरुत्व बल mg के आधीन स्थितिज ऊर्जा का मान मार्ग की वास्तविक लंबाई पर निर्भर नहीं करता केवल तल xy से p वस्तु की ऊर्ध्वाधर ऊँचाई अर्थात विस्थापन $h = 3\text{m}$ पर निर्भर करता है। अतः समी (1) से xy तल के सापेक्ष स्थितिज ऊर्जा

$$E_p = 5.2 \text{ kg} \times 10 \text{ m s}^{-2} \times 3 \text{ m}$$

$$\Rightarrow E_p = 156 \text{ J}$$

xy तल के सापेक्ष वस्तु की स्थितिज ऊर्जा 156J है।

उदाहरण

10kg द्रव्यमान की एक वस्तु 4ms^{-1} के एक समान वेग से गतिशील है। वस्तु की गतिज ऊर्जा की गणना कीजिये।

हल : दिया है $m = 10\text{kg}$, $v = 4\text{ms}^{-1}$

ज्ञात करना है : गतिज ऊर्जा $E_k = ?$

सूत्र $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ में मान रखने पर

$$E_k = \frac{1}{2} \times (10\text{kg}) (4\text{ms}^{-1})^2$$

$$\Rightarrow E_k = 80 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$\Rightarrow E_k = 80 \text{ J}$$

वस्तु की गतिज ऊर्जा 80 जूल है।

$$[\text{kg m}^2 \text{ s}^{-2} = \text{J}]$$

ऊर्जा संरक्षण नियम – आपका दैनिक जीवन का अनुभव है कि जब आप घर में विद्युत का बल्ब जलाते हैं तो विद्युत ऊर्जा खर्च होती है। बल्ब से प्रकाश निकलता है और ऊष्मा भी। यहां विद्युत ऊर्जा का प्रकाश ऊर्जा और ऊष्मीय ऊर्जा के रूप में परिवर्तन हो जाता है। ऊर्जा कभी नष्ट नहीं होती उसका रूपान्तरण हो जाता है। अर्थात् ऊर्जा संरक्षित रहती है।

ऊर्जा रूपान्तरण की अवस्था में बंद निकाय की कुल ऊर्जा नियत रहती है। यह ऊर्जा संरक्षण का नियम है।

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर स्वयं खोजिये :

- ऊर्जा क्या है? ऊर्जा का मात्रक लिखिये।
- वस्तु की गतिज ऊर्जा से क्या तात्पर्य है?
- वस्तु की स्थितिज ऊर्जा से क्या तात्पर्य है?
- एक वस्तु पृथ्वी तल से 10 मीटर ऊपर स्थित है। वस्तु की स्थितिज ऊर्जा कितनी होगी? वस्तु का द्रव्यमान 10 kg व $g = 9.8\text{ms}^{-2}$ है

5.3 शक्ति (Power)

जब कार्य किया जाता है तब महत्व की बात केवल यह नहीं है कि कितना कार्य किया गया है। यह भी उतना ही महत्वपूर्ण है कि कार्य करने में कितना समय लगा। एक कार्य कम समय में सम्पन्न हो अथवा वहीं कार्य अधिक समय में किया जावे तो दोनों स्थितियों में व्यय ऊर्जा तो समान है पर ऊर्जा प्रयुक्त होने की दर अलग-अलग है।

कार्य करने की दर को शक्ति कहते हैं।

सूत्र रूप में

$$\text{शक्ति (Power)} = \frac{\text{सम्पन्न कार्य}}{\text{कार्य सम्पन्न करने में लगा समय}}$$

ऊर्जा प्रयुक्त होने की दर को भी शक्ति (Power) कहते हैं।

यदि W कार्य t समय में सम्पन्न होता है तब शक्ति

$$P = \frac{W}{t} \quad (1)$$

शक्ति का मात्रक : कार्य का मात्रक जूल J और समय का सेकेण्ड s होने पर

समी (1) से शक्तिका मात्रक Js^{-1} है।

वैज्ञानिक जेम्सवाट (1736-1819)के सम्मान में Js^{-1} को वाट कहते हैं। इसे W से प्रदर्शित करते हैं।

$$\text{समी (1) से } 1W = \frac{1J}{1s}$$

यदि कोई अभिकर्ता 1 जूल कार्य 1 सेकेण्ड में करता है तो उसकी शक्ति 1 वाट होगी।

शक्ति का बड़ा मात्रक किलोवाट है।

$$1 \text{ किलोवाट (k W)} = 1000 \text{ वाट}$$

औसत शक्ति – किसी अभिकर्ता की शक्ति समय के साथ बदल सकती है। इसका अर्थ है कि अभिकर्ता विभिन्न कालखण्डों में विभिन्न दरों से कार्य कर सकता है। इसलिये औसत शक्ति की अवधारणा की आवश्यकता हुई। औसत शक्ति उपयोग की गई कुल ऊर्जा को, उपयोग करने में लगे कुल समय से, विभाजित करके प्राप्त कर सकते हैं।

$$\text{औसत शक्ति} = \frac{\text{कुल प्रयुक्त ऊर्जा}}{\text{ऊर्जा प्रयुक्त करने में लगा कुल समय}}$$

शक्ति अदिश भौतिक राशि है।

ऊर्जा का व्यावसायिक मात्रक-

घरों एवं उद्योगों में अधिक परिमाण की ऊर्जा के मापन की आवश्यकता होती है। जूल, ऊर्जा का बहुत छोटा मात्रक है। अतः ऊर्जा के व्यावसायिक मात्रक के रूप में किलो-वाट घंटा (kWh) उपयोग में लाते हैं।

आइये हम kWh को समझें:

आंकिक रूप से $1\text{kWh} = 1 \text{ किलो} \times 1 \text{ वॉट} \times 1 \text{ घंटा} \dots\dots\dots (1)$

हम जानते हैं

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/S}$$

$$1\text{kW} = 1000 \text{ (वाट)} = 1000 \text{ J/S}$$

$$\text{और } 1 \text{ घंटा} = 3600\text{s}$$

समी. (1) में मान लिखने पर

$$1\text{kWh} = 1000 \times \frac{1 \text{ J}}{\text{s}} \times 3600\text{s}$$

$$1\text{kWh} = 3600000 \text{ J (जूल)}$$

$$1\text{kWh} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$

घरों में एवं औद्योगिक संस्थानों में व्यय विद्युत ऊर्जा को 'यूनिट' कहते हैं। एक यूनिट का अर्थ है 1kWh।

उदाहरण एक लड़की का भार 400 N है, एक रस्से पर 8m की ऊँचाई तक चढ़ती है। इस कार्य में उसे 20s का समय लगता है। उस लड़की के द्वारा व्यय शक्ति की गणना कीजिये।

हल : दिया है भार $mg = 400\text{N}$ विस्थापन $h = 8\text{m}$ समय $t = 20\text{s}$

$$\text{सूत्र : शक्ति } P = \frac{\text{कार्य}}{\text{समय}} = \frac{\text{बल} \times \text{विस्थापन}}{\text{समय}}$$

$$\Rightarrow P = \frac{400\text{N} \times 8\text{m}}{20 \text{ s}} = 160 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} \quad \left[\because \text{Nm} = \text{J} \right]$$

$$\Rightarrow P = 160\text{Js}^{-1} \quad \left[\because \text{Js}^{-1} = \text{W} \right]$$

$$\Rightarrow P = 160 \text{ W [w = वाट]}$$

निम्न लिखित प्रश्नों के उत्तर स्वयं खोजिये :

- शक्ति क्या है ? इसका मात्रक लिखिये।
- 1 वाट शक्ति को परिभाषित कीजिये।
- औसत शक्ति को परिभाषित कीजिये।
- 100W को किलो वाट में व्यक्त कीजिये।

स्मरणीय बिन्दु

- यदि वस्तु पर F बल लगाने से वस्तु S दूरी तय करे इस बल F और दूरी S के बीच का कोण θ हो तब सम्पन्न कार्य $W = F.S \cos\theta$
- धनात्मक कार्य : यदि बल की दिशा में विस्थापन हो तो कार्य धनात्मक कहलाता है।
- ऋणत्मक कार्य : यदि बल की विपरीत दिशा ($\theta=180^\circ$) में विस्थापन हो तो कार्य ऋणात्मक कहलाता है।
- शून्य कार्य : (i) यदि बल लगाने पर विस्थापन शून्य ($s=0$) हो या (ii) बल लगाने पर विस्थापन बल की दिशा के लम्बवत् ($\theta=90^\circ$) हो तब सम्पन्न कार्य शून्य होता है।
- जब बल और विस्थापन एक ही दिशा में हो तब ही कार्य के मात्रक न्यूटन (N)xमीटर (m) को जूल (J) कहते हैं।
- गुरुत्व के विरुद्ध किसी वस्तु पर कार्य करने पर उसकी स्थिति में परिवर्तन हो तब उस में संचित ऊर्जा गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा कहलाती है।
- पृथ्वी के तल से h ऊँचाई तक उठाई गई m द्रव्यमान की वस्तु की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा $P_E = mgh$ [g गुरुत्वजनित त्वरण है।]
- कार्य, ऊर्जा, और शक्ति तीनों अदिश राशियाँ हैं।

अभ्यास

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. किसी वस्तु पर बल लगाने से बल की दिशा में वस्तु दूरी तय करती है तब बल और दूरी के गुणनफल को किस नाम से पुकारते हैं?
2. 1 जूल को परिभाषित कीजिये।
3. यांत्रिक ऊर्जा किसे कहते हैं?
4. शक्ति की परिभाषा दीजिये तथा इसका SI मात्रक लिखिये।
5. किलो वाट घंटा और जूल में संबंध लिखिये।

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. स्थितिज एवं गतिज ऊर्जा को परिभाषित कीजिये।
2. ऊर्जा संरक्षण का नियम लिखिये।

3. निम्न लिखित कथनों को पढ़िये और बतलाइये कार्य हो रहा है या नहीं। अपने उत्तर के समर्थन में तर्क भी दीजिये।
- (a) आप दस सीढ़ियाँ चढ़ते हैं प्रत्येक सीढ़ी की ऊर्ध्वाधर ऊँचाई 20 सेमी. है।
- (b) कोई व्यक्ति अपने सिर पर 10 kg का भार उठये हुए है। वह क्षैतिज समतल सड़क पर 20 m तक जाता है।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. सिद्ध कीजिये कि m द्रव्यमान का पिंड v वेग से गतिमान है तो उसकी गतिज ऊर्जा होगी

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

2. h ऊँचाई पर स्थित m द्रव्यमान के पिंड की स्थितिज ऊर्जा का व्यंजक स्थापित कीजिये।

संख्यात्मक प्रश्न

1. 50kg द्रव्यमान का कोई व्यक्ति 30 सीढ़ियाँ 30 सेकेन्ड में चढ़ जाता है। प्रत्येक सीढ़ी 20cm ऊँची है। कुल सीढ़ियों को चढ़ने में
- (a) सम्पन्न कार्य की गणना कीजिये।
- (b) प्रयुक्त शक्ति का गणना कीजिये।
- $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ लीजिये।

(उत्तर 2940J, 98 W)

2. एक पिंड पर 20N का बल लगाया जाता है तो बल की दिशा से 60° का कोण बनाते हुए वह 3 मीटर विस्थापित हो जाता है। बल द्वारा किये गये कार्य की गणना कीजिये।

(उत्तर 30J)

3. 10N का बल किसी वस्तु को 5m विस्थापित कर देता है। यदि बल द्वारा सम्पन्न कार्य 25J हो तो बल और विस्थापन के बीच का कोण ज्ञात कीजिये।

(उत्तर 60°)

4. 10ms^{-1} के वेग से चल रहे पिंड की गतिज ऊर्जा 10J है। पिंड का वेग कितना हो कि ऊर्जा 90J हो जावे।

(उत्तर 30ms^{-1})

5. 0.5kg की किसी वस्तु की ऊर्जा में 1J परिवर्तन करने के लिये उसे कितनी ऊँचाई तक उठाना होगा? $g = 10\text{ms}^{-2}$

(उत्तर 0.2m)

प्रोजेक्ट

अपने आस-पास पाई जाने वाली वस्तुओं पर बल लगाकर देखें कि किस प्रकार का कार्य (धनात्मक, ऋणात्मक व शून्य) हुआ है। उसकी एक तालिका तैयार किजिए।