

## यूनिट-3

### केन्द्रीय प्रवृत्ति का माप

- केन्द्रीय प्रवृत्ति वह एकक संख्यात्मक मूल्य है जो आंकड़ों के पूरे समूह का प्रतिनिधित्व करता है।
- समान्तर माध्य – किसी श्रृंखला के सभी मूल्यों के योग को उसकी संख्या से भाग देने पर प्राप्त संख्या समांतर माध्य कहलाती है।
- सामान्तर माध्य के प्रकार
  - क) सामान्य अथवा सरल समांतर माध्य – सभी पदों को समान महत्व देते हुए जो समान्तर माध्य प्राप्त होता है उसे सरल समांतर माध्य कहते हैं।
  - ख) भारित माध्य– यदि श्रृंखला के सभी पदों को उनके महत्व के अनुसार भार देते हुए जब माध्य ज्ञात करते हैं, उसे भारित माध्य कहते हैं।

- समान्तर माध्य ज्ञात करने के सूत्र

श्रेणी	प्रत्यक्ष विधि	लघु विधि	पद विचलन विधि
व्यक्तिगत	$\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$	$\bar{x} = A + \frac{\sum d}{N}$	$\bar{x} = A + \frac{\sum d^1}{N} \times i$
खण्डित	$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N}$	$\bar{x} = A + \frac{\sum fd}{N}$	$\bar{x} = A + \frac{\sum fd^1}{N} \times i$
अखण्डित	$\bar{x} = \frac{\sum fm}{N}$	$\bar{x} = A + \frac{\sum fd}{N}$	$\bar{x} = A + \frac{\sum fd^1}{N} \times i$

- भारित माध्य =  $\frac{\sum wx}{\sum w}$

- गुण**

- गणना में सरल
- सभी मूल्यों पर आधारित
- समांतर माध्य का मान निश्चित
- आँकड़ों को व्यवस्थित करने की आवश्यकता नहीं

- दोष**

- सीमांत मूल्यों का प्रभाव
- गलत निष्कर्ष संभव
- यदि आँकड़े गुणात्मक हो तो माध्य संभव नहीं।
- ग्राफ से माध्य संभव नहीं

- मध्यका – वह मूल्य जो श्रेणी को दो बराबर भाग में बांटता हो उसे मध्यका कहते हैं।
- चतुर्थक – वह मूल्य जो श्रेणी को चार भागों में विभाजित करे उसे चतुर्थक कहते हैं –

प्रथम या निम्न चतुर्थक → Q1

द्वितीय या मध्यम चतुर्थक → Q2 → (मध्यका)

तृतीय या उच्च चतुर्थक → Q3

- मध्यका एवं चतुर्थक ज्ञात करने का सूत्र –

माप श्रेणी                      व्यक्तिगत श्रेणी      खण्डित श्रेणी                      अखण्डित श्रेणी  
प्रथम चतुर्थक

$$Q1 \quad \left(\frac{N+1}{4}\right) \text{वां पद} \quad \left(\frac{N+1}{4}\right) \text{वां पद} \quad \frac{N}{4} \text{वां पद,} = L_1 + \frac{\frac{N}{4} - c.f}{f} \times i$$

$$Q2 (M) \quad \left(\frac{N+1}{2}\right) \text{वां पद} \quad \left(\frac{N+1}{2}\right) \text{वां पद} \quad \frac{N}{2} \text{वां पद,} = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - c.f}{f} \times i$$

$$Q3 \quad 3\left(\frac{N+1}{4}\right) \text{वां पद} \quad \left(\frac{N+1}{4}\right) \text{वां पद} \quad 3\left(\frac{N}{4}\right) \text{वां पद,} = L_1 + \frac{\frac{3N}{4} - c.f}{f} \times i$$

- मध्यका के गुण एवं दोष –

गुण	दोष
1. गणना सरल है	1. आँकड़ों को व्यवस्थित करना पड़ता है।
2. इसे ग्राफ से ज्ञात कर सकते हैं	2. सभी मूल्यों पर आधारित नहीं है।
3. सीमांत मूल्य से अप्रभावित	3. जब आवृत्तियाँ अनियमित हो तब मध्यका श्रेणी का प्रतिनिधित्व नहीं करता है।
4. श्रेणी के अपूर्ण होने पर भी ज्ञात करना सम्भव	4. बीजगणितीय उपयोग संभव नहीं

- बहुलक – वह मूल्य जो श्रृंखला में सबसे अधिक बार आती है।

$$\text{बहुलक (Z)} = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$L_1$  = बहुलक वर्ग की निम्न सीमा

$f_2$  = बहुलक वर्ग के बाद की आवृत्ति

$f_1$  = बहुलक वर्ग की आवृत्ति

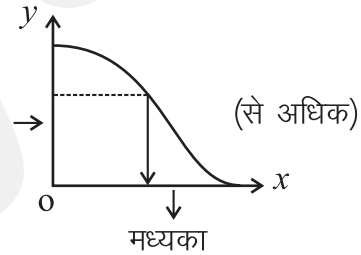
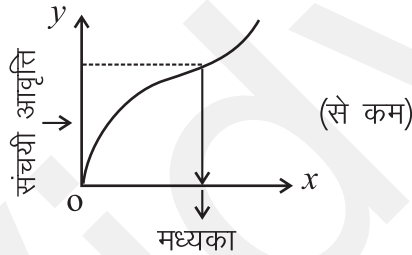
$i$  = बहुलक वर्ग का वर्ग अन्तराल

$f_0$  = बहुलक वर्ग के पूर्व की आवृत्ति

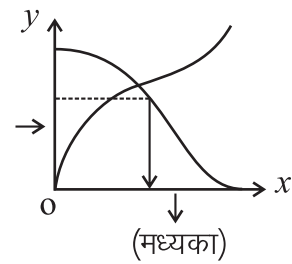
- गुण
  - 1. सरल माप
  - 2. ग्राफ द्वारा ज्ञात करना संभव
  - 3. सीमांत मूल्य का प्रभाव नहीं
- दोष
  - 1. सभी मूल्यों पर आधारित नहीं
  - 2. समूहीकरण की विधि जटिल
  - 3. बीजगणितीय उपयोग संभव नहीं

बहुलक = 3 मध्यका – 2 माध्य

- मध्यका ज्ञात करने की ग्राफीय विधि
- विधि-1 से कम से अधिक विधि – सबसे पहले श्रेणी को कम या से अधिक वितरण में बदला जाता है। उसके बाद आँकड़ों को ग्राफ में प्रदर्शित करते हैं। श्रृंखला की  $N/2$ वां पद निर्धारित करके, X अक्ष पर लम्ब डाला जाता है उसके बाद मध्यका ज्ञात कर सकते हैं

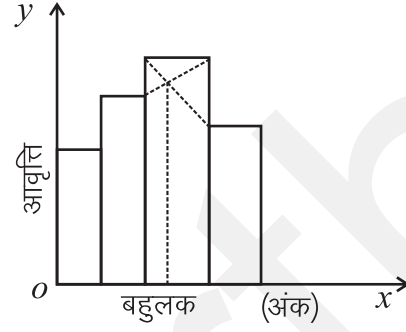


- विधि-2 से कम तथा से अधिक विधि – एक ही ग्राफ पर 'से कम' एवं 'से अधिक' दोनो ओजाइव खींच कर दोनो वक्र जहाँ पर एक दूसरे को काटते हैं उस बिन्दु से x अक्ष पर लम्ब डालते हैं x अक्ष पर जहाँ लम्ब गिरता है उस मूल्य को समांतर माध्य कहते हैं।



- बहुलक – श्रृंखला को आयत चित्र में प्रस्तुत करते हैं उसके बाद सबसे ऊँचे आयत वर्ग को बहुलक वर्ग कहते हैं। बहुलक वर्ग के एक कोने को दूसरे आयत वर्ग के किनारे से मिलाते हैं बहुलक वर्ग के दूसरे कोने को सामने वाले आयत वर्ग से मिलाते हैं ये दोनो रेखाएँ जहाँ भी

एक दूसरे को काटते हैं वहां से  $x$  अक्ष पर लम्ब डाला जाता है लम्ब बिन्दु को बहुलक कहते हैं



### एक अंकवाले प्रश्न—

1. समांतर माध्य कितने प्रकार के होते हैं ?
2. यदि बहुलक का मूल्य 64 और मध्यका 48 है तो समांतर माध्य क्या होगा ?
3. किसीश्रेणी में माध्य से विचलन का योग क्या होगा ?
4. चार छात्रों के अंक 10, 20, 15, 5 हैं । माध्य ज्ञात करो ।
5. सामूहिक माध्य का सूत्र लिखो ।
6. मध्यका का एक दोष लिखो ।
7. बहुलक का कोई एक गुण बताओ ।
8. माध्य एवं मध्यका एवं बहुलक में सम्बंध लिखो ।
9. 8, 15, 17, 20, 20, 21, 20, 25, 20 के लिए बहुलक ज्ञात करो ।
10. भारित माध्य के लिए सूत्र लिखो ।

### तीन या चार अंक वाले प्रश्न—

1. माध्य के चार एवं दोष लिखो ।
2. बहुलक के तीन गुण एवं दोष लिखो ।
3. मध्यका ज्ञात करो ।

$x$	10	20	30	40	50	
$f$	3	7	6	2	4	(30)

4. सिद्ध करो कि गणितीय माध्य से चरों के मानों के विचलों का योग शून्य होता है ।

5. "समांतर माध्य चरम मूल्यों द्वारा प्रभावित होता है जबकि मध्यका और बहुलक पर इनका कोई प्रभाव पड़ता, समझाइए।
6. लघु विधि से समांतर माध्य ज्ञात करो  
153, 156, 169, 163, 166, 158, 162, 167, 166, 180 ( $\bar{X} = 164$ )
7. एक विद्यार्थी ने वाणिज्य में 82, अर्थशास्त्र में 86 गणित में 90 तथा अंग्रेजी में 70 अंक प्राप्त किए। यदि इन विषयों को क्रमशः 3, 5, 3 तथा 1 भार दिया गया हो तो भारित माध्य ज्ञात कीजिए। ( $\bar{X}_w = 85$ )

• **6 अंक वाले प्रश्न**

1. मधुसका ज्ञात करो।

अंक	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60
विद्यार्थियों की संख्या	14	28	33	30	20	15	13	7

(Ans M = 35.83)

2. लघु विधि से सामांतर माध्य ज्ञात करो।

X	4	5	6	7	8	9	10
F	6	12	15	28	20	14	5

(Ans  $\bar{X} = 7.06$ )

3. पद विचलन विधि से समांतर माध्य ज्ञात करो।

अंक (से कम)	10	20	30	40	50
विद्यार्थियों की संख्या	5	15	55	75	100

(Ans  $\bar{X} = 30$ )

4. आयत चित्र बनाकर बहुलक ज्ञात करो। अपने उत्तर की पुष्टि गणितीय सूत्र से करो।

अंक	0-6	6-12	12-18	18-24	24-30	30-36
विद्यार्थियों की संख्या	12	24	36	38	37	6

(Ans Z = 22)

5. ग्राफ की सहायता से मध्यका ज्ञात करो ।

आयु (वर्ष)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
व्यक्तियों की संख्या	6	11	20	12	6	5

(Ans M = 26.5)

- 6.

मध्य अंक	59	61	63	65	67	69	71	73
विद्यार्थियों की संख्या	1	2	9	48	131	102	40	17

(Ans Z = 67.48)

बहुलक ज्ञात करो

संकेत (उपर्युक्त प्रश्न को समूहीकरण विधि से करे)

- उत्तर

1. क) सरल समांतर                      ख) भारित समांतर माध्य

2. बहुलक = 3 मध्यका – 2 माध्य

$$64 = 3 \times 48 - 2\bar{X}$$

$$64 = 144 - 2\bar{X}$$

$$2\bar{X} = 144 - 64 = 80$$

$$\bar{X} = 40$$

3. शून्य

4. 
$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N} = \frac{10+20+15+5}{4} = \frac{50}{4} = 12.5$$

5. 
$$\bar{X}_c = \frac{N_1\bar{X}_1 + N_2\bar{X}_2}{N_1 + N_2}$$

9. बहुलक = 20

10. 
$$\bar{X}_W = \frac{\sum WX}{\sum W}$$

## केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप

### बार बार पूछे जाने वाले प्रश्न

प्र. 1 निम्न स्थिति में कौन-सा औसत उपयुक्त होगा ।

- अ) तैयार वस्त्रों का औसत आकार ।
- ब) एक कारखाने की औसत मजदूरी ।
- स) जब चरों की मात्रा अनुपात में हो ।

उ. अ) बहुलक  
ब) समान्तर माध्य  
स) समान्तर माध्य

प्र. 2 माध्य एवं माधिका के गुण – दोष बतावें ।

उ. माध्य के गुण

- अ) गणना सरल
- ब) श्रेणी के प्रत्येक मूल्य का प्रभाव
- स) बीजगणितीय विवेचन संभव

माधिका के गुण

- अ) गणना सरल
- ब) मूल्य निश्चित
- स) ग्राफ द्वारा गणना संभव

माध्य के दोष

- अ) चित्र द्वारा प्रदर्शन संभव नहीं
- ब) गुणात्मक आंकलन कार्य हेतु उपयोगी नहीं
- स) सभी मूल्यों का मान गणना के लिए आवश्यक

माधिका के दोष

- अ) आँकड़ों को व्यवस्थित करना आवश्यक
- ब) बीजगणितीय विवेचन संभव नहीं ।
- ग) सीमान्त: मूल्यों का प्रभाव नगण्य ।

प्र. 3 एक आदर्श औसत के आवश्यक तत्व क्या है ?

(6 अंक)

- उ. अ) सरल व समझने योग्य  
ब) सभी मदों पर आधारित  
द) बीजगणितीय उपयोग संभव  
य) चरम मूल्यों द्वारा अप्रभावित  
र) निरपेक्ष संख्या  
ल) प्रतिदर्श के परिवर्तन से कम प्रभावित हो