

अध्याय 7
त्रिभुज
महत्वपूर्ण बिंदु

- दो आकृतियाँ सर्वांगसम होती हैं, यदि उनका एक ही आकार और एक ही माप हो।
- दो समतल आकृतियाँ सर्वांगसम होती हैं यदि प्रत्येक को दूसरी आकृति पर रखने पर वह उसको पूरी तरह ढक लेती है।
- दो रेखाखण्ड सर्वांगसम होते हैं यदि उनकी लम्बाई समान हो।
- समान माप वाले दो कोण सर्वांगसम होते हैं।
- समान त्रिज्याओं वाले दो वृत्त सर्वांगसम होते हैं।
- समान भुजाओं वाले दो वर्ग सर्वांगसम होते हैं।
- दो आयत सर्वांगसम होते हैं यदि उनकी लम्बाई और चौड़ाई की माप समान हो।
- यदि त्रिभुज ABC और DEF संगतता $A \leftrightarrow D$, $B \leftrightarrow E$ and $C \leftrightarrow F$, के अंतर्गत सर्वांगसम हों, तो उन्हें सांकेतिक रूप में लिखते हैं।
- त्रिभुजों की सर्वासमता के नियम:-
 - (a) **भुजा-कोण-भुजा (SAS) सर्वांगसमता नियम** : यदि एक त्रिभुज की दो भुजाएँ और अंतर्गत कोण, दूसरे त्रिभुज की दो भुजाओं और अंतर्गत कोण के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।
 - (b) **कोण-भुजा-कोण (ASA) सर्वांगसमता नियम** : यदि एक त्रिभुज के दो कोण और अंतर्गत भुजा दूसरे त्रिभुज के दो कोणों और अंतर्गत भुजा के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

© **भुजा-भुजा-भुजा (SSS) सर्वांगसमता नियम** : यदि एक त्रिभुज की तीनों भुजाएँ दूसरे त्रिभुज की तीनों भुजाओं के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

(d) **समकोण-कर्ण-भुजा (RHS) सर्वांगसमता नियम** : यदि दो समकोण त्रिभुजों में, एक त्रिभुज का कर्ण और एक भुजा क्रमशः दूसरे त्रिभुज के कर्ण और एक भुजा के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

- त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं।
- त्रिभुज के बराबर कोणों की सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं।
- किसी त्रिभुज में लंबी (बड़ी) भुजा का सम्मुख कोण बड़ा होता है।
- किसी त्रिभुज में बड़े कोण की सम्मुख भुजा लंबी (बड़ी) होती है।
- किसी त्रिभुज में किन्हीं दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से बड़ा होता है।

खण्ड अ

1. निम्न में से कौन सा त्रिभुजों की सर्वांगसमता नियम नहीं है?

- | | |
|---------|---------|
| (a) SSS | (b) RHS |
| (c) AAA | (d) SAS |

2. यदि $AB \cong CD$ तब

- | | |
|---------------|-------------------|
| (a) $AB < CD$ | (b) $AB + CD = 0$ |
| (c) $AB = CD$ | (d) $AB > CD$ |

3. यदि $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ तब

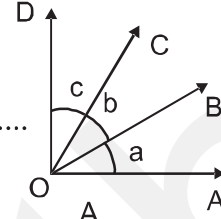
- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| (i) $AB =$ _____ | (ii) $BC =$ _____ |
| (iii) $CA =$ _____ | (iv) $\angle E =$ _____ |
| (v) $\angle EDF =$ _____ | (vi) $\angle BCA =$ _____ |

4. वृत्त $O_1 \cong$ वृत्त O_2 यदि वृत्त O_1 की त्रिज्या 6 cm है तो वृत्त O_2 का व्यास _____ होगा।

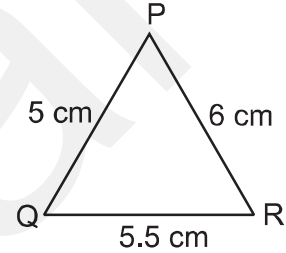
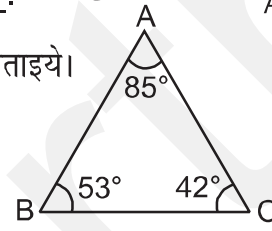
5. दी गई आकृति में यदि $a=b=c$ हो तो $\angle AOC \cong$

6. यदि $\triangle PQR \cong \triangle DEF$ हो तो $Q \leftrightarrow$ _____.

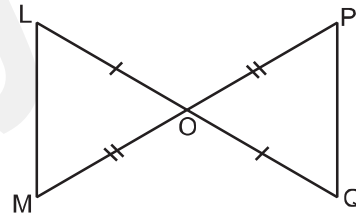
7. दी गई आकृति में त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा बताइये।



8. त्रिभुज $\triangle PQR$ में सबसे बड़ा कोण बताइये।



9. दी गई आकृति में दोनों त्रिभुज सर्वांगसम हो तो इसमें लगने वाला सर्वांगसमता का नियम बताइये।



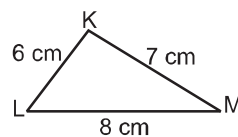
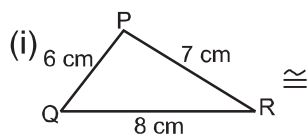
10. _____ वाले दो वर्ग सर्वांगसम होते हैं।

खण्ड (ब)

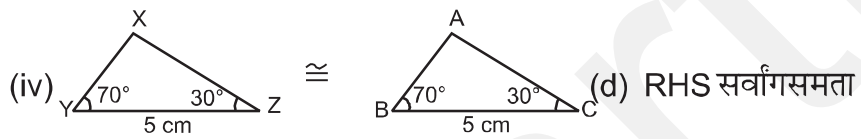
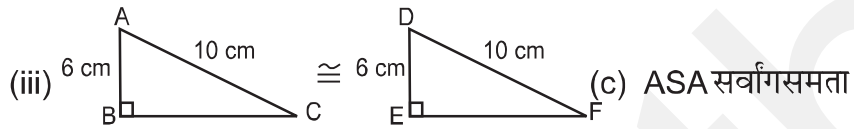
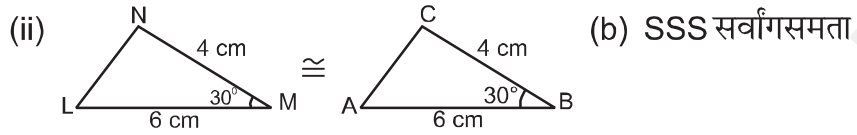
11. मिलान कीजिए:

कालम (अ)

कालम (ब)



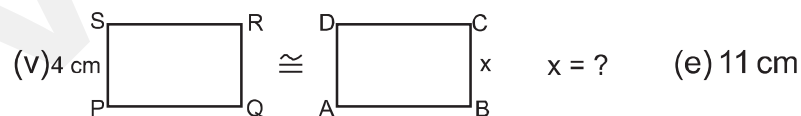
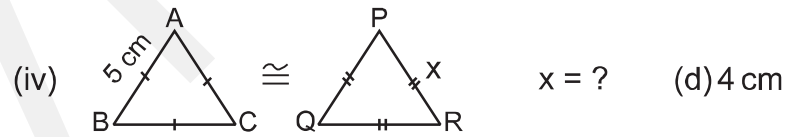
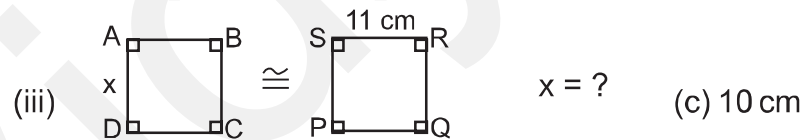
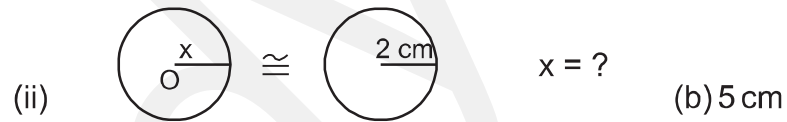
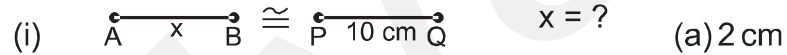
(a) SAS सर्वांगसमता



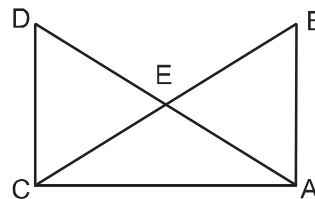
12. मिलान कीजिए:

कालम (अ)

कालम (ब)

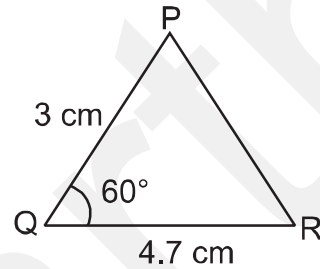
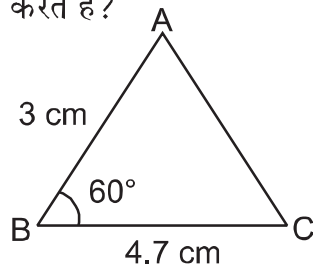


13. दी गई आकृति में यदि $AB = CD, AD = BC$ है तो सिद्ध कीजिए $\triangle ADC \cong \triangle CBA$



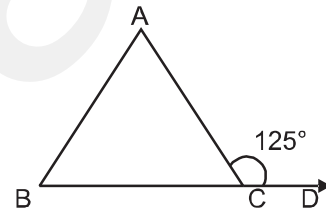
14. यदि $\triangle ABC$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है और $AB = AC$ तो सिद्ध कीजिए कि A से BC पर खींचा गया समलम्ब AD, BC को समद्विभाजित करता है।

15. दी गई आकृति में दोनों त्रिभुज सर्वांगसमता के किस नियम को संतुष्ट करते हैं?



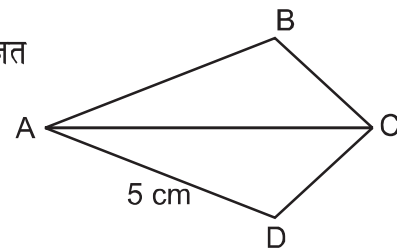
16. यदि $\triangle PQR$ में $\angle P = 110^\circ$ और $PQ = PR$ तो $\angle Q$ और $\angle R$ ज्ञात कीजिए।

17. दी गई आकृति में, यदि $AB = AC$ और $\angle ACD = 125^\circ$ तो $\angle A$ ज्ञात कीजिये।



18. यदि $\triangle ABC$ में $\angle A = 55^\circ$, $\angle B = 75^\circ$ है तो त्रिभुज की सबसे बड़ी व छोटी भुजा ज्ञात कीजिए।

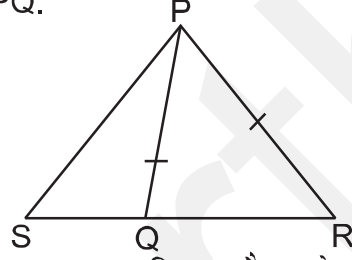
19. दी गई आकृति में, AC समद्विभाजित करता है $\angle A$ और $\angle C$ को तथा $AD = 5\text{ cm}$ है तो AB ज्ञात कीजिये।



20. एक समद्विबाहु त्रिभुज का शीर्ष कोण 80° है तो आधार का कोण ज्ञात कीजिए।

खण्ड स

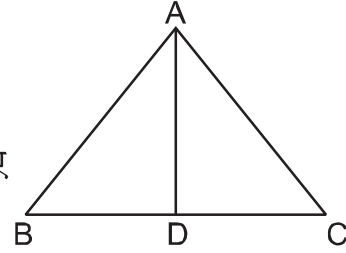
21. दी गई आकृति में $\triangle PSR$ की भुजा SR पर बिन्दु Q इस प्रकार है कि $PQ = PR$ सिद्ध कीजिए कि $PS > PQ$.



22. ABC एक त्रिभुज है जिसमें भुजा BC का मध्य बिन्दु D है। D से AB और AC पर खींचे गए लम्बों की लम्बाइयां समान हैं तो सिद्ध कीजिए कि यह एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

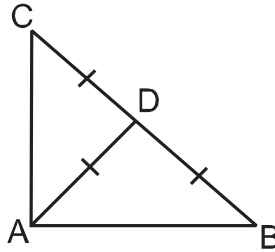
23. सिद्ध कीजिए कि समद्विबाहु त्रिभुज की समान भुजाओं के सम्मुख कोण समान होते हैं।

24. दी गई आकृति में $AC > AB$ और AD कोण $\angle BAC$ का समद्विभाजक है। सिद्ध कीजिए कि $\angle ADC > \angle ADB$.

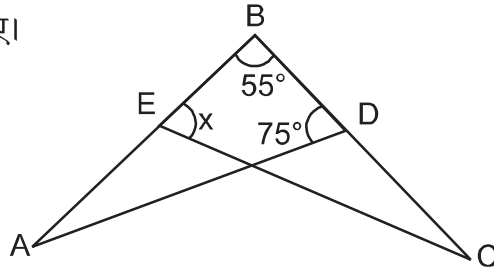


25. बिंदु S, $\triangle PQR$ के अंतः भाग में स्थित है। सिद्ध कीजिए कि $SQ + SR < PQ + PR$.

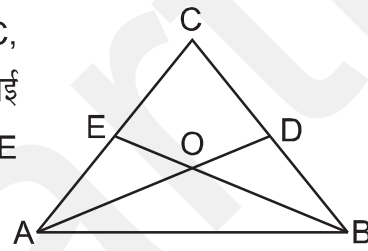
26. दी गई आकृति में, यदि $AD = BD = CD$ तो $\angle BAC$ ज्ञात कीजिये।



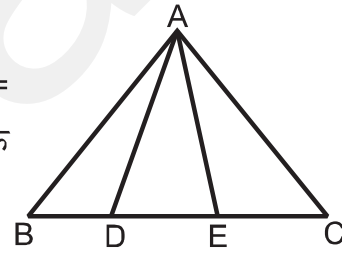
27. दी गई आकृति में, यदि $AB = BC$ and $\angle A = \angle C$ है तो x का मान ज्ञात कीजिए।



28. दी गई आकृति में, यदि $\angle ABC = \angle BAC$, D और E भुजा BC तथा भुजा AC पर कोई बिन्दु है। जहाँ $DB = AE$ यदि AD और BE एक दूसरे को बिन्दु O पर काटते हैं। तो $OA = OB$ सिद्ध कीजिये।

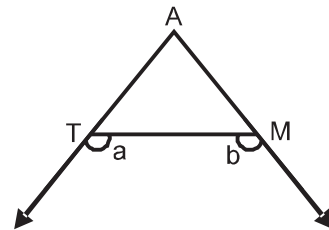


29. दी गई आकृति में $AB = AC$, $\angle BAD = \angle CAE$ है तो सिद्ध कीजिये $\triangle ADE$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है।



30. यदि $\triangle DEF$ में $\angle E = 2\angle F$ है तथा DM, $\angle EDF$ का अर्द्धक है जो कि EF को M पर काटती है। यदि $DM = MF$ तो सिद्ध कीजिए कि $\angle EDF = 72^\circ$.
31. सिद्ध कीजिये की समबाहु त्रिभुज के तीनों कोण 60° के होते हैं।

32. दी गई आकृति में $\angle a > \angle b$, तो दर्शाइये कि $\angle ATM < \angle AMT$



खण्ड द

33. $\triangle ABC$ के शीर्षलम्ब AF, BD और CE की लम्बाइयाँ समान हैं। सिद्ध कीजिए कि $\triangle ABC$ एक समबाहु त्रिभुज है।

34. सिद्ध कीजिए कि दो त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं यदि एक त्रिभुज के दो कोण और अंतर्गत भुजा दूसरे त्रिभुज के दो कोणों और अंतर्गत भुजा के बराबर हैं।

35. बिन्दु O, $\triangle ABC$ के अंतः भाग में स्थित है। सिद्ध कीजिए कि

$$OA + OB + OC > \frac{1}{2} (AB + BC + CA)$$

36. सिद्ध कीजिए कि किसी त्रिभुज का परिमाप उसके शीर्षलंबों की लंबाइयों के योग से बड़ा होता है।

37. $\triangle ABC$ की भुजाएं AB, BC और माध्यिका AM, $\triangle PQR$ की भुजाओं PQ, QR और माध्यिका PN के क्रमशः समान हैं। सिद्ध कीजिए

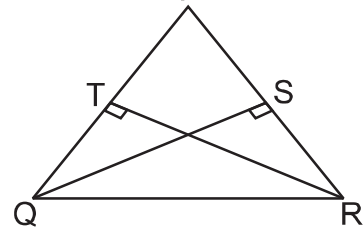
i) $\triangle ABM \cong \triangle PQN$

ii) $\triangle ABC \cong \triangle PQR$

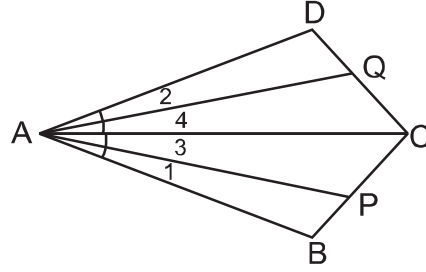
38. दी गई आकृति में, PQR की भुजाओं PR और PQ पर क्रमशः डाले गए शीर्षलम्बों QS और RT की लंबाइयाँ बराबर हैं सिद्ध कीजिए

(I) $\triangle PQS \cong \triangle PRT$

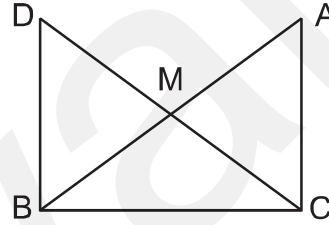
(ii) PQR एक समद्विबाहु त्रिभुज है।



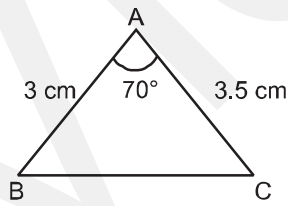
39. दी गई आकृति में, $AB = AD$, $\angle 1 = \angle 2$ and $\angle 3 = \angle 4$ है। सिद्ध कीजिए कि $AP = AQ$.



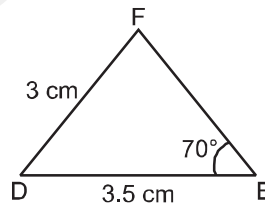
40. दी गई आकृति में, एक समकोण $\triangle ABC$ में, जिसमें कोण C समकोण है, M कर्ण AB का मध्य बिंदु है। C को M से मिलाकर D तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि $DM = CM$ । बिन्दु D को बिन्दु B से मिला दिया जाता है। दर्शाइये कि $CM = \frac{1}{2} AB$



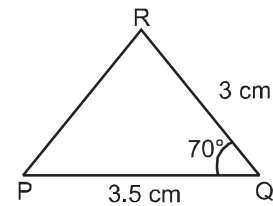
41. सिद्ध कीजिए कि एक त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं का योगफल उसकी तीसरी भुजा से बड़ा होता है।
42. वन्दना अपने पास की बस्ती में रहने वाले गरीब बच्चों को शिक्षित करना चाहती है। उसने निम्न चित्रानुसार बच्चों के लिए फ्लैश-कार्ड तैयार किये।



(i)



(ii)



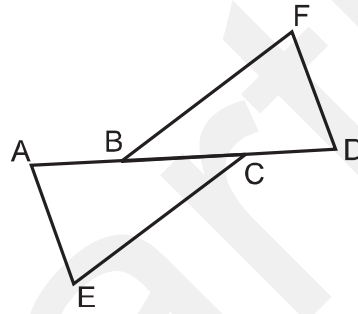
(iii)

- (a) कौन से दो फ्लैश कार्ड सर्वांगसम हैं?
- (b) यहाँ सर्वांगसमता की कौन सी कसौटी सत्य है?
- (c) सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग के द्वारा त्रिभुजों की कौन-सी तीसरी भुजा समान होगी लिखिए।

43. सिद्ध कीजिए की एक त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं का योग उसकी तीसरी भुजा पर खींची गई माध्यिका के दुगुने से भी बड़ा होता है।
44. दी गई आकृति में, $AB = CD$, $CE = BF$ और $\angle ACE = \angle DBF$ है सिद्ध कीजिए।

i) $\triangle ACE \cong \triangle DBF$

ii) $AE = DF$



अध्याय 7
त्रिभुज
उत्तर

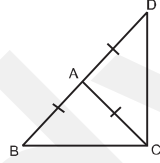
1. (c)
2. (c)
3. (i) DE (ii) EF (iii) FD
(iv) $\angle B$ (v) $\angle BAC$ (vi) $\angle EFD$
4. 12 cm
5. $\angle BOD$
6. E
7. BC
8. $\angle Q$
9. $\triangle LOM \cong \triangle QOP$
10. समान भुजाओं
11. (i) (b) (ii) (a) (iii) (d)
(iv) (c)
12. (i) (c) (ii) (a) (iii) (e)
(iv) (b) (v) (d)
15. SAS
16. $\angle Q = \angle R = 35^\circ$
17. $\angle A = 70^\circ$
18. सबसे छोटी भुजा = AB
सबसे लम्बी भुजा = AC
19. AB = 5 cm
20. $50^\circ, 50^\circ$
26. $\angle BAC = 90^\circ$
27. 75°
28. (a) (i) और (iii)
(b) $\triangle ABC \cong \triangle QRP$ (SAS सर्वांगसमता)
(c) BC = PR

अभ्यास परीक्षा त्रिभुज

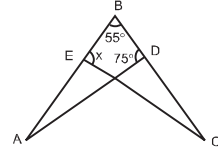
Time : 50 Min.

M.M. 20

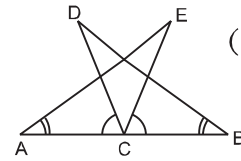
1. समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक बाह्य कोण की माप बताइए। (1)
2. निम्नलिखित में से कौन-सा त्रिभुजों की संवागसमता नियम नहीं है? (1)
 - (a) SSA
 - (b) SAS
 - (c) ASA
 - (d) SSS
3. $\triangle ABC$ में यदि $AB = AC$ तथा $\angle A = 70^\circ$ है तो $\angle B$ तथा $\angle C$ का मान ज्ञात कीजिए। (2)
4. एक समद्विबाहु त्रिभुज का शीर्ष कोण 100° है तो आधार का कोण ज्ञात कीजिए। (2)
5. दिए गए चित्रों में, $\triangle ABC$ इस प्रकार है कि $AB = AC$ । भुजा BC को D तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि $AB = AD$ । सिद्ध कीजिए कि $\angle BCD = 90^\circ$ । (3)



6. दी गई आकृति में, $AB = BC$ तथा $\angle A = \angle C$ है तो x का मान ज्ञात कीजिए।



7. चित्र में C भुजा AB का मध्य बिन्दु है यदि $\angle DCA = \angle ECB$ है और $\angle DBC = \angle EAC$ तो दर्शाइए कि $DC = EC$ तथा $BD = AE$ है।



8. चित्र में, एक समकोण $\triangle ABC$ में C समकोण है, कर्ण AB का मध्य बिन्दु M है। C को M से मिलाते हुए D तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि $DM = CM$ है। बिन्दु D को बिन्दु B से मिलाया जाता है। दर्शाइए कि

$$CM = \frac{1}{2} AB.$$

