

CBSE Sample Papers for Class 10 Maths in Hindi Medium Paper 2

Board	CBSE
Class	10
Subject	Maths
Sample Paper Set	Paper 2
Category	<u>CBSE Sample Papers</u>

Time allowed: 3 hours

Maximum marks: 80

सामान्य निर्देश:

- सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- इस प्रश्न-पत्र में 30 प्रश्न हैं।
- खण्ड A में प्रश्न संख्या 1-6 प्रश्न अतिलघुत्तरीय हैं जिनमें से प्रत्येक 1 अंक का है।
- खण्ड B में प्रश्न संख्या 7-12 प्रश्न लघुत्तरीय हैं जिनमें से प्रत्येक 2 अंक का है।
- खण्ड C में प्रश्न संख्या 13-22 प्रश्न दीर्घ उत्तरीय-I हैं जिनमें से प्रत्येक 3 अंक का है।
- खण्ड D में प्रश्न संख्या 23-30 प्रश्न दीर्घ उत्तरी-II हैं जिनमें से प्रत्येक 4 अंक का है।

SECTION A

प्रश्न संख्या 1 से 6 तक प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है।

Question 1.

बहुपद $p(x) = (k^2 - 14)x^2 - 2x - 12$ के शून्यकों का योग 1 है, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

Question 2.

यदि $AB = 4$ cm, $BC = 3.5$ cm, $CA = 2.5$ cm तथा $DF = 7.5$ cm तथा $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ है। $\triangle DEF$ का परिमाप ज्ञात कीजिए।

Question 3.

यदि $\tan \alpha = \sqrt{3}$ तथा $\tan \beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $0 < \alpha, \beta < 90^\circ$ है तो $\cot(\alpha + \beta)$ का मान ज्ञात कीजिए।

Question 4.

यदि $\sin \theta - \cos \theta = 0$ है, तो $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta$ का मान ज्ञात कीजिए।

Question 5.

एक ठोस अर्द्धगोले का आयतन तथा पृष्ठीय क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप में बराबर है। अर्द्धगोले का व्यास ज्ञात कीजिए।

Question 6.

संख्याओं -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 में से यादृच्छया एक संख्या को चुना गया। इस संख्या का वर्ग 1 या 1 से कम होने की प्रायिकता क्या होगी?

SECTION B

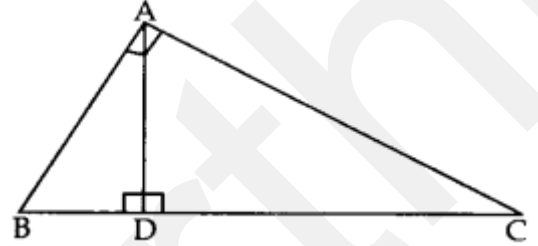
प्रश्न संख्या 7 से 12 तक प्रत्येक प्रश्न का 2 अंक है।

Question 7.

आकृति में, $\angle A = 90^\circ$, $AD \perp BC$ है। यदि $BD = 2$ cm तथा $CD = 8$ cm, तो AD ज्ञात करो।

Question 8.

बहुपद $f(x) = x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 12x + 21$ में से क्या घटाना चाहिए, ताकि $x^2 - 4x + 3$, ज्ञात बहुपद से पूर्णतः विभाजित हो जाए।



Question 9.

निम्नलिखित आंकड़ों का माध्य 18.75 है। P का मान ज्ञात कीजिए।

वर्ग चिह्न (x_i)	10	5	P	25	30
बारम्बारता (f_i)	5	10	7	8	2

अथवा

निम्नलिखित बंटन किसी फैक्ट्री के 50 श्रमिकों की दैनिक आय को दर्शाता है:

दैनिक आय (₹ में)	200-220	220-240	240-260	260-280	280-300
श्रमिकों की संख्या	14	12	8	6	10

उपरोक्त बंटन को 'से कम प्रकार' की संघयी बारम्बारता में बदलिए।

Question 10.

द्विघात समीकरण $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$ के मूल ज्ञात कीजिए।

Question 11.

k का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए समीकरण $x^2 + k(2x + k - 1) + 2 = 0$ के मूल वास्तविक तथा समान हैं।

Question 12.

दी गई आकृति में, किसी बाह्य बिंदु P से वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ PA तथा PB खींची गई हैं। CD एक अन्य स्पर्श रेखा है, जो वृत्त को बिंदु Q पर स्पर्श करती है। यदि $PA = 12$ cm तथा $QC = QD = 3$ cm हो, तो $PC + PD$ का मान ज्ञात कीजिए।

SECTION C

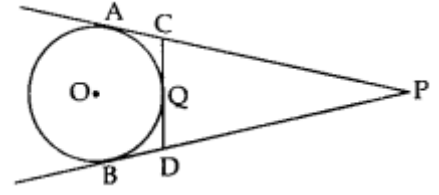
प्रश्न संख्या 13 से 22 तक प्रत्येक प्रश्न का 3 अंक है।

Question 13.

सत्यापित कीजिए कि 2, 3 तथा $\frac{1}{2}$ बहुपद $p(x) = 2x^3 - 11x^2 + 17x - 6$ के शून्यक हैं।

अथवा

बहुपद $f(x) = x^2 - 3x - 28$ के शून्यक ज्ञात करो तथा उनके शून्यकों तथा गुणांकों के बीच संबंध की सत्यतः की जाँच कीजिए।



Question 14.

मान ज्ञात कीजिए :
$$\frac{\sin(50^\circ + \theta) - \cos(40^\circ - \theta)}{\sin 40^\circ \cdot \operatorname{cosec} 40^\circ} + \frac{\tan 1^\circ \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ \cdot \tan 89^\circ}{4(\cos^2 29^\circ + \cos^2 61^\circ)}$$

Question 15.

x तथा y के लिए हल कीजिए : $\frac{10}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 4$; $\frac{15}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -2$; $\begin{matrix} x+y \neq 0 \\ x-y \neq 0 \end{matrix}$

अथवा

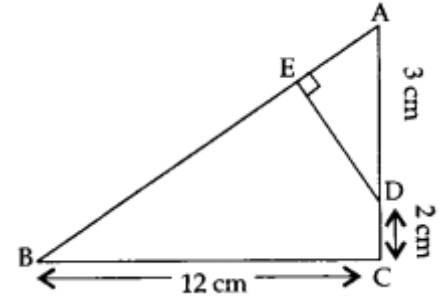
x तथा y के लिए हल कीजिए : $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$; $ax + by = a^2 + b^2$.

Question 16.

आकृति में, $\triangle ABC$, बिंदु C पर एक समकोण त्रिभुज है तथा $DE \perp AB$ है। सिद्ध कीजिए कि $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ तथा AE तथा DE की लंबाईयाँ ज्ञात करो।

अथवा

$\triangle ABC \sim \triangle PQR$ है। BC तथा QR पर AD तथा PM क्रमशः मध्यिका है। सिद्ध कीजिए $\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PM}$



Question 17.

Question 18.

सिद्ध कीजिए :
$$\frac{\tan \theta + \sec \theta - 1}{\tan \theta - \sec \theta + 1} = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}$$

श्रेढी $\left(4 - \frac{1}{n}\right) + \left(4 - \frac{2}{n}\right) + \left(4 - \frac{3}{n}\right) + \dots$ के n पदों का योग ज्ञात करें।

Question 19.

5 cm आंतरिक किर्या तथा 24 cm ऊँचाई के एक शंक्वाकार बर्तन का $\frac{3}{4}$ भाग पानी से भरा है। इस पानी को 10 cm आंतरिक त्रिज्या के बेलनाकार बर्तन में खाली किया जाता है। बेलनाकार बर्तन में पानी की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

Question 20.

O केन्द्र वाले एक वृत्त पर एक बाह्य बिन्दु T से दो स्पर्श रेखाएँ TP तथा TQ खींची गई हैं। सिद्ध कीजिए। $\angle PTQ = 2\angle OPQ$.

Question 21.

एक त्रिभुज का क्षेत्रफल 5 वर्ग इकाई है। इसके दो शीर्ष (2, 1) तथा (3, -2) हैं। यदि तीसरा शीर्ष $(\frac{7}{2}, y)$ है, तो y का मान ज्ञात कीजिए।

Question 22.

दो विभिन्न पासों को एक साथ फेंका गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि प्राप्त संख्याओं

(i) का योग 6 से कम हो।

(ii) का गुणनफल 16 से कम हो

(iii) का युग्म विषम संख्याओं का द्विक हो।

SECTION D

प्रश्न संख्या 23 से 30 तक प्रत्येक प्रश्न का 4 अंक है।

Question 23.

सिद्ध कीजिए कि $3 + 2\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

Question 24.

समीकरण $x - y + 1 = 0$ तथा $3x + 2y - 12 = 0$ का ग्राफ खींचिए। इन रेखाओं तथा x -अक्ष से बने त्रिभुज के शीर्ष के निर्देशांक ज्ञात करो।

अथवा

एक आदमी 300 km की दूरी कुछ रेलगाड़ी द्वारा तथा कुछ कार द्वारा तय करता है। यदि वह 60 km रेलगाड़ी द्वारा तथा शेष कार द्वारा यात्रा करता है तो उसे 4 घंटे लगते हैं। यदि वह 100 km रेलगाड़ी से तथा शेष कार से यात्रा करे, तो उसे 10 मिनट अधिक लगते हैं। रेलगाड़ी एवं कार की क्रमशः चाल ज्ञात कीजिए।

Question 25.

निम्नलिखित आंकड़ों का माध्यक 525 है। x तथा y का मान ज्ञात करो यदि सभी बारम्बारता का योग 100 है।

वर्ग	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700	700-800
बारम्बारता	16	x	17	20	15	y

अथवा

दिए गए 100 विद्यार्थियों के अंकों के आंकड़ों से 'से कम प्रकार' का तोरण खींचिए:

प्राप्तांक	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
विद्यार्थियों की सं०	4	6	10	10	25	22	18	5

Question 26.

त्रिकोणमिति $\cos 60^\circ$ का मान ज्ञात करें। अतः त्रिकोणमिती $\operatorname{cosec} 60^\circ$ का मान भी ज्ञात करें।

अथवा

यदि $\frac{x}{a} \cos\theta + \frac{y}{b} \sin\theta = 1$ तथा $\frac{x}{a} \sin\theta - \frac{y}{b} \cos\theta = 1$ है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2$.

Question 27.

सिद्ध कीजिए कि वृत्त के किसी बाह्य बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाइयाँ समान होती हैं।

Question 28.

एक नाव की शांत जल में चाल 15 किमी/घंटा है। यह नाव 30 किमी धारा के विपरीत दिशा में जाकर पुनः उसी जगह 4 घंटे 30 मिनट में वापस लौट आती है। धारा की चाल ज्ञात कीजिए।

Question 29.

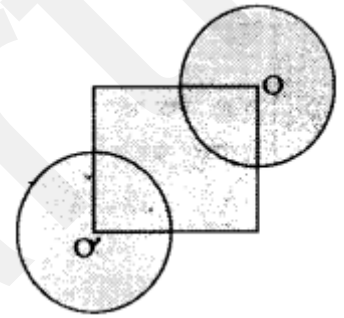
एक झील के पानी की सतह से 60 मी ऊँचाई पर स्थित एक बिंदु से, बादल का उन्नयन कोण 30° है, तथा झील के पानी में बादल की परछाई का अवनमन कोण 60° है। बादल की झीले के पानी की सतह से ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

Question 30.

दी गई आकृति में, दिए गए वर्ग की भुजा 28 सेमी है तथा प्रत्येक वृत्त की त्रिज्या वर्ग की भुजा की आधी है जबकि O तथा O' वृत्तों के केन्द्र हैं। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

SOLUTIONS

Solution 1.

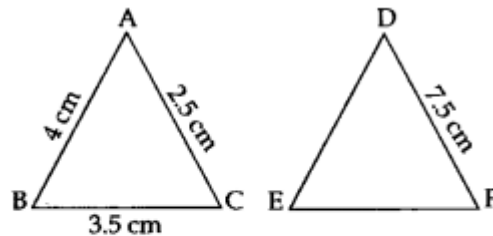


$$p(x) = (k^2 - 14)x^2 - 2x - 12$$

यहाँ $a = k^2 - 14$, $b = -2$, $c = -12$
शून्यकों का योग, $(\alpha + \beta) = 1$...[दिया है]

$$\Rightarrow \frac{-b}{a} = 1 \Rightarrow \frac{-(-2)}{k^2 - 14} = 1$$
$$\Rightarrow k^2 - 14 = 2 \Rightarrow k^2 = 16 \therefore k = \pm 4$$

Solution 2.



$$\Delta ABC \sim \Delta DEF \quad \dots[\text{दिया है}]$$
$$\frac{\Delta ABC \text{ का परिमाप}}{\Delta DEF \text{ का परिमाप}} = \frac{AC}{DF} \Rightarrow \frac{AB + BC + CA}{\Delta DEF \text{ का परिमाप}} = \frac{AC}{DF}$$

$$\frac{4 + 3.5 + 2.5}{\Delta DEF \text{ का परिमाण}} = \frac{2.5}{7.5} \Rightarrow \frac{10}{\Delta DEF \text{ का परिमाण}} = \frac{1}{3}$$

$\therefore \Delta DEF \text{ का परिमाण} = 30 \text{ cm}$

Solution 3.

$$\tan \alpha = \sqrt{3} = \tan 60^\circ; \tan \beta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$$

$$\alpha = 60^\circ \text{ और } \beta = 30^\circ$$

$$\text{अतः } \cot(\alpha + \beta) = \cot(60^\circ + 30^\circ) = \cot 90^\circ = 0$$

Solution 4.

$$\sin \theta - \cos \theta = 0$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \cos \theta$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 1$$

$$\Rightarrow \tan \theta = 1$$

$$\Rightarrow \theta = 45^\circ$$

$$\text{अब } \sin^4 \theta + \cos^4 \theta = \sin^4 45^\circ + \cos^4 45^\circ$$

Solution 5.

अर्धगोले का आयतन = अर्धगोले का पृष्ठ क्षेत्र ... [दिया है।]

$$\frac{2}{3} \pi r^3 = 2\pi r^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} r = 1$$

$$\Rightarrow r = 3$$

$$\text{अर्धगोले का व्यास} = 2r = 2(3) = 6 \text{ cm}$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Solution 6.

$$(-3)^2 = 9; (-2)^2 = 4; (-1)^2 = 1; (0)^2 = 0; (1)^2 = 1; (2)^2 = 4; (3)^2 = 9$$

$$P(\text{संख्या का वर्ग 1 या 1 से कम}) = \frac{3}{7}$$

Solution 7.

$\Delta ADB \sim \Delta CDA$ [समकोण त्रिभुज में समकोण वाले शीर्ष से कर्ण पर डाला गया लंब बने संपूर्ण Δ को दो बराबर समरूप त्रिभुजों में बांटता है।]

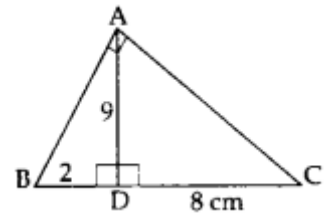
$$\frac{AD}{CD} = \frac{BD}{AD}$$

...[समानुपाती भुजाएं]

$$AD^2 = BD \cdot DC$$

$$\Rightarrow AD^2 = (2)(8) = 16 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow AD = 4 \text{ cm}$$



Solution 8.

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 6x + 8 \\
 x^2 - 4x + 3 \overline{) x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 12x + 21} \\
 \underline{\pm x^4 \mp 4x^3 \pm 3x^2} \\
 6x^3 - 16x^2 - 12x + 21 \\
 \underline{-6x^3 \mp 24x^2 \pm 18x} \\
 8x^2 - 30x + 21 \\
 \underline{-8x^2 \mp 32x \pm 24} \\
 2x - 3
 \end{array}$$

∴ $x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 12x + 21$ में से $(2x - 3)$ को घटाना चाहिए। ताकि ज्ञात बहुपद $x^2 - 4x + 3$ से पूर्णतः विभाजित हो जाए।

Solution 9.

वर्ग चिह्न (x_i)	बारम्बारता (f_i)	$f_i x_i$
10	5	50
5	10	50
P	7	7P
25	8	200
30	2	60
	$\Sigma f_i = 32$	$\Sigma f_i x_i = 360 + 7P$

$$\text{अब, माध्य} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = 18.75$$

$$\frac{18.75}{1} = \frac{360 + 7P}{32} \Rightarrow 360 + 7P = 600$$

$$7P = 600 - 360 = 240$$

$$\therefore P = \frac{240}{7} = 34.29 \text{ (लगभग)}$$

अथवा

दैनिक किराया (C.I.)	'से कम प्रकार'	मजदूरों की संख्या (f)	मजदूरों की संख्या (c.f.)
200-220	220 से कम	14	14
220-240	240 से कम	12	26
240-260	260 से कम	8	34
260-280	280 से कम	6	40
280-300	300 से कम	10	50

Solution 10.

Solution 11.

$$x^2 + k(2x + k - 1) + 2 = 0$$

$$x^2 + 2kx + k^2 - k + 2 = 0$$

यहाँ $a = 1, b = 2k, c = k^2 - k + 2$

$D = 0$... (वास्तविक व समान मूल]

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = 0$$

$$\Rightarrow (2k)^2 - 4 \times 1(k^2 - k + 2) = 0$$

$$\Rightarrow 4k^2 - 4(k^2 - k + 2) = 0$$

$$\Rightarrow 4(k^2 - 2 + k - 2) = 0$$

$$\Rightarrow 4(k - 2) = 0$$

$$\Rightarrow k - 2 = 0$$

$$\Rightarrow k = 2$$

$$\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}x^2 + 2x + 5x + 5\sqrt{2} = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}x(x + \sqrt{2}) + 5(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$\Rightarrow (x + \sqrt{2})(\sqrt{2}x + 5) = 0$$

$$\Rightarrow x + \sqrt{2} = 0 \quad \text{या} \quad \sqrt{2}x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow x = -\sqrt{2} \quad \text{या} \quad x = \frac{-5}{\sqrt{2}}$$

Solution 12.

$$PA = PB = 12 \text{ cm ... (i)}$$

$$QC = AC = 3 \text{ cm ... (ii)}$$

$$QD = BD = 3 \text{ cm ... (iii)}$$

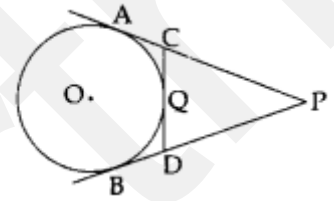
वृत्त के बाह्य बिंदु से खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाई समान होती हैं।

ज्ञात करना है:

$$PC + PD = (PA - AC) + (PB - BD) = (12 - 3) + (12 - 3) \dots$$

[(i), (ii) तथा (iii) से]

$$= 9 + 9 = 18 \text{ cm}$$



Solution 13.

$$p(x) = 2x^3 - 11x^2 + 17x - 6$$

जब $x = 2,$

$$p(2) = 2(2)^3 - 11(2)^2 + 17(2) - 6 \\ = 16 - 44 + 34 - 6 = 0$$

जब $x = 3,$

$$p(3) = 2(3)^3 - 11(3)^2 + 17(3) - 6 \\ = 54 - 99 + 51 - 6 = 0$$

जब $x = \frac{1}{2},$

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 11\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 17\left(\frac{1}{2}\right) - 6 \\ = \frac{2}{8} - \frac{11}{4} + \frac{17}{2} - 6 \\ = \frac{1}{4} - \frac{11}{4} + \frac{17}{2} - 6 \\ = \frac{1 - 11 + 34 - 24}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

हाँ, $x = 2, 3$ तथा $\frac{1}{2}$ दिए गए बहुपद के शून्यक हैं।

अथवा

$$\begin{aligned}
 f(x) &= x^2 - 3x - 28 \\
 &= x^2 - 7x + 4x - 28 \\
 &= x(x - 7) + 4(x - 7) = (x - 7)(x + 4)
 \end{aligned}$$

शून्यक हैं :

$$x - 7 = 0 \quad \text{अथवा} \quad x + 4 = 0$$

$$x = 7 \quad \text{अथवा} \quad x = -4$$

यहाँ $a = 1, \quad b = -3, \quad c = -28$

शून्यकों का योग $(\alpha + \beta)$,

$$= 7 + (-4) = 3 = \frac{-(-3)}{1} = \frac{-b}{a} = \frac{x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

शून्यकों का गुणनफल $(\alpha\beta)$,

$$= 7(-4) = \frac{-28}{1} = \frac{c}{a} = \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

Solution 14.

$$\frac{10}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 4 \quad \dots(i)$$

$$\frac{15}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -2 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) को 5 तथा (ii) को 2 से गुणा करने पर,

$$\frac{50}{x+y} + \frac{10}{x-y} = 20$$

$$\frac{30}{x+y} - \frac{10}{x-y} = -4$$

$$\frac{80}{x+y} = 16$$

...[जोड़ने पर

$$\Rightarrow 16(x+y) = 80 \Rightarrow x+y = 5 \quad \dots(iii)$$

$(x+y)$ का मान समीकरण (i), में रखने पर,

$$\frac{10}{5} + \frac{2}{x-y} = 4 \Rightarrow 2 + \frac{2}{x-y} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x-y} = 4 - 2 = 2 \Rightarrow 2(x-y) = 2$$

$$\therefore x-y = 1 \quad \dots(iv)$$

समीकरण (iii) तथा (iv), को जोड़ने पर

$$x+y = 5$$

$$x-y = 1$$

$$\frac{2x}{2} = 6 \Rightarrow x = 3$$

x का मान (iii) में रखने पर,

$$3+y = 5$$

$$y = 5 - 3 = 2$$

$$\therefore x = 3, y = 2$$

Solution 15.

$$\frac{10}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 4 \quad \dots(i)$$

$$\frac{15}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -2 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) को 5 तथा (ii) को 2 से गुणा करने पर,

$$\frac{50}{x+y} + \frac{10}{x-y} = 20$$

$$\frac{30}{x+y} - \frac{10}{x-y} = -4$$

$$\frac{80}{x+y} = 16 \quad \dots[\text{जोड़ने पर}]$$

$$\Rightarrow 16(x+y) = 80 \Rightarrow x+y = 5 \quad \dots(iii)$$

(x+y) का मान समीकरण (i), में रखने पर,

$$\frac{10}{5} + \frac{2}{x-y} = 4 \Rightarrow 2 + \frac{2}{x-y} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x-y} = 4 - 2 = 2 \Rightarrow 2(x-y) = 2$$

$$\therefore x-y = 1 \quad \dots(iv)$$

समीकरण (iii) तथा (iv), को जोड़ने पर

$$x+y = 5$$

$$x-y = 1$$

$$\frac{2x}{2} = 6 \Rightarrow x = 3$$

x का मान (iii) में रखने पर,

$$3+y = 5$$

$$y = 5 - 3 = 2$$

$$\therefore x = 3, y = 2$$

अथवा

$$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{bx - ay}{ab} = \frac{0}{1}$$

$$bx - ay = 0 \quad \dots(i)$$

$$ax + by = a^2 + b^2 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) को b तथा समीकरण (ii) को a से गुणा करने पर,

$$b^2x - aby = 0$$

$$a^2x + aby = a(a^2 + b^2)$$

$$\frac{x(b^2 + a^2) = a(a^2 + b^2)}{\dots}$$

...[जोड़ने पर

$$x = \frac{a(a^2 + b^2)}{(a^2 + b^2)} = a$$

x का मान (i) में रखने पर,

$$b(a) - ay = 0 \quad \Rightarrow \quad ba = ay$$

$$\frac{ba}{a} = y \quad \therefore \quad b = y$$

$$\therefore \quad x = a, y = b$$

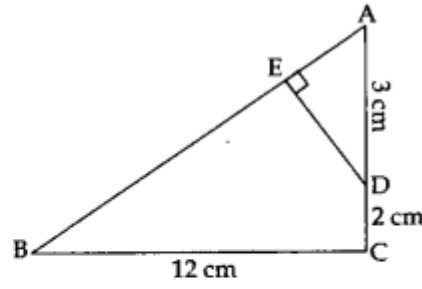
Solution 16.

दिया है :
 ΔABC , C पर बना
समकोण त्रिभुज है तथा
 $DE \perp AB$ है।

$$AD = 3 \text{ cm}$$

$$DC = 2 \text{ cm}$$

$$BC = 12 \text{ cm}$$



सिद्ध करना है :

(i) $\Delta ABC \sim \Delta ADE$

(ii) $AE = ?$ और $DE = ?$

उपपत्ति : (i) ΔABC तथा ΔADE में,

$$\angle ACB = \angle AED$$

...[प्रत्येक 90°

$$\angle BAC = \angle DAE$$

...[उभयनिष्ठ

$$\therefore \Delta ABC \sim \Delta ADE$$

...[AA समरूपता

$$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$$

... [समरूप त्रिभुजों की संगत भुजाएँ समानुपाती होती हैं।

$$\frac{AB}{3} = \frac{12}{DE} = \frac{3+2}{AE}$$

$$\frac{13}{3} = \frac{12}{DE} = \frac{5}{AE}$$

... [समकोण ΔABC में
 $AB^2 = AC^2 + BC^2$
(पाइथागोरस प्रमेय)
 $= (5)^2 + (12)^2$
 $= 25 + 144 = 169$
 $\therefore AB = 13 \text{ cm}$

$$\frac{13}{3} = \frac{12}{DE}$$

$$13 DE = 36$$

$$\therefore DE = \frac{36}{13} \text{ cm}$$

$$\approx 2.8 \text{ cm (लगभग)}$$

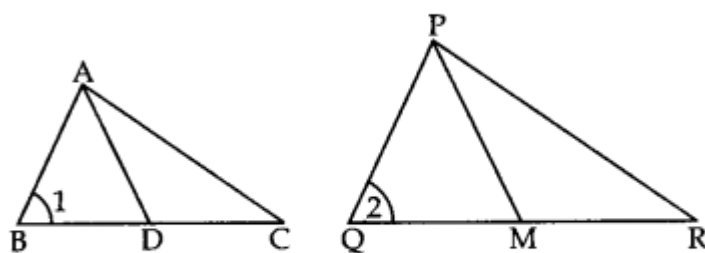
$$\frac{13}{3} = \frac{5}{AE}$$

$$13AE = 15$$

$$\therefore AE = \frac{15}{13} \text{ cm}$$

$$\approx 1.15 \text{ cm (लगभग)}$$

अथवा



$$\Delta ABC \sim \Delta PQR \quad \dots[\text{दिया है}]$$

$$\angle 1 = \angle 2$$

...[समरूप त्रिभुजों के संगत कोण समान होते हैं।]

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$$

...[समरूप त्रिभुजों की संगत भुजाएँ समानुपाती होती हैं।]

ΔABD तथा ΔPQM में,

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{2BD}{2QM} \quad \dots[\because AD \text{ तथा } PM \text{ मध्यिका हैं}]$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QM}$$

$$\angle 1 = \angle 2 \quad \dots[\because \Delta ABC \sim \Delta PQR \text{ (दिया है)}]$$

$$\therefore \Delta ABD \sim \Delta PQM \quad \dots[\text{SAS}]$$

$$\text{अतः } \frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QM} = \frac{AD}{PM}$$

...[समरूप त्रिभुजों की संगत भुजाएँ समानुपाती होती हैं।]

Solution 17.

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= \frac{\tan \theta + \sec \theta - 1}{\tan \theta - \sec \theta + 1} \\ &= \frac{\tan \theta + \sec \theta - (\sec^2 \theta - \tan^2 \theta)}{\tan \theta - \sec \theta + 1} \quad \dots[\because \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1] \\ &= \frac{\tan \theta + \sec \theta - [(\sec \theta + \tan \theta)(\sec \theta - \tan \theta)]}{(\tan \theta - \sec \theta + 1)} \\ &= \frac{(\tan \theta + \sec \theta) \cdot [1 - (\sec \theta - \tan \theta)]}{(\tan \theta - \sec \theta + 1)} \\ &= \frac{(\tan \theta + \sec \theta)(1 - \sec \theta + \tan \theta)}{1 - \sec \theta + \tan \theta} \\ &= \sec \theta + \tan \theta = \frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ &= \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} = \text{R.H.S.} \quad (\text{सिद्ध किया}) \end{aligned}$$

Solution 18.

Solution 19.

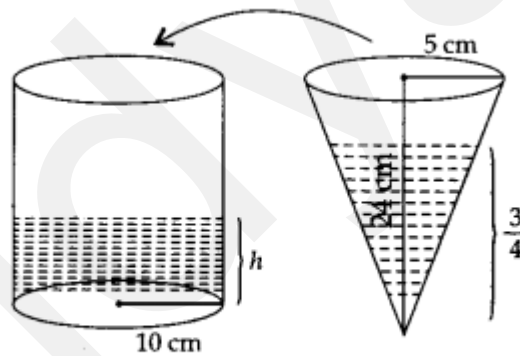
$$\text{प्रथम पद, } a = 4 - \frac{1}{n}$$

सार्वअंतर,

$$d = \left(4 - \frac{2}{n}\right) - \left(4 - \frac{1}{n}\right) = \frac{4n - 2 - 4n + 1}{n} = \frac{-1}{n}$$

हम जानते हैं कि,

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] \\ &= \frac{n}{2} \left[2 \left(4 - \frac{1}{n} \right) + (n-1) \left(-\frac{1}{n} \right) \right] \\ &= \frac{n}{2} \left[8 - \frac{2}{n} + \left(-1 + \frac{1}{n} \right) \right] \\ &= \frac{n}{2} \left[\frac{8n - 2 - n + 1}{n} \right] = \frac{1}{2} (7n - 1) \end{aligned}$$



माना बेलनाकार बर्तन में पानी की ऊँचाई = h cm

पानी (बेलन) का आयतन = $\frac{3}{4}$ पानी का आयतन (शंकु)

$$\dots \left[\begin{array}{l} \because \text{बेलन का आयतन} = \pi r^2 h \\ \text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h \end{array} \right]$$

$$\Rightarrow \pi(10)^2 h = \frac{3}{4} \left[\frac{1}{3} \pi(5)^2 24 \right]$$

$$\Rightarrow 100h = \frac{1}{4} \times 25 \times 24$$

$$\Rightarrow h = \frac{25 \times 24}{4 \times 100} = 1.5 \text{ cm}$$

अतः बेलनाकार बर्तन में पानी की ऊँचाई, $h = 1.5$ cm

Solution 20.

दिया है : एक केन्द्र O वाला वृत्त दिया गया है। जिससे बाह्य बिंदु T तथा दो स्पर्श रेखाएँ TP तथा TQ खींची गई हैं, जहाँ P तथा Q स्पर्श बिंदु हैं।

सिद्ध करना है :

$$\angle PTQ = 2\angle OPQ$$

$$\text{माना } \angle PTQ = \theta$$

अब, TP = TQ [वृत्त के बाह्य बिंदु से खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाई समान होती हैं।]

अतः, TPQ एक समद्विबाहु Δ है।

$$\angle TPQ = \angle TQP = \frac{1}{2} (180^\circ - \theta) = 90^\circ - \frac{1}{2} \theta$$

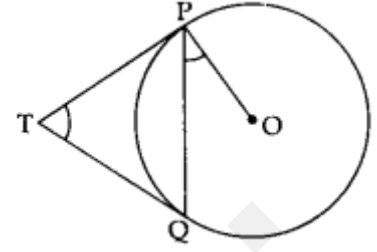
$\angle OPT = 90^\circ$ [वृत्त की स्पर्श रेखा, स्पर्श बिंदु से जाने वाली त्रिज्या पर लंब होती है।]

$$\text{अतः } \angle OPQ = \angle OPT - \angle TPQ = 90^\circ - (90^\circ - \frac{1}{2} \theta) \dots [(1) \text{ से}]$$

$$\angle OPQ = \frac{1}{2} \theta$$

$$\angle OPQ = \frac{1}{2} \angle PTQ$$

$$\angle PTQ = 2\angle OPQ \dots (\text{इति सिद्धम्})$$



Solution 21.

दिया है : Δ का क्षेत्रफल = 5 वर्ग इकाई

शीर्ष : (2, 1), (3, -2) तथा $(\frac{7}{2}, y)$

Δ का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$\Rightarrow \pm 5 = \frac{1}{2} [2(-2 - y) + 3(y - 1) + \frac{7}{2}(1 + 2)]$$

$$\Rightarrow \pm 10 = [-4 - 2y + 3y - 3 + \frac{21}{2}]$$

$$\Rightarrow \pm 10 = [y - 7 + \frac{21}{2}]$$

$$\Rightarrow \pm 10 = \frac{2y - 14 + 21}{2} \quad \Rightarrow \quad 2y + 7 = \pm 20$$

$$\Rightarrow 2y = 20 - 7 \quad \text{अथवा} \quad 2y = -20 - 7$$

$$\Rightarrow y = \frac{13}{2} \quad \text{अथवा} \quad y = \frac{-27}{2}$$

Solution 22.

दो पासे फेंकने पर कुल संभव परिणाम

$$S = \left\{ \begin{array}{l} (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) \\ (2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6) \\ (3,1) (3,2) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6) \\ (4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6) \\ (5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6) \\ (6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6) \end{array} \right\}$$

(i) योग 6 से कम आने पर

(1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4), (2, 1) (2, 2) (2, 3)
(3, 1) (3, 2) (4, 1) अथवा 10

$$\therefore P(\text{योग 6 से कम हो}) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

(ii) गुणनफल 16 से कम हो

(1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5) (1, 6)
(2, 1) (2, 2) (2, 3) (2, 4) (2, 5) (2, 6)
(3, 1) (3, 2) (3, 3) (3, 4) (3, 5)
(4, 1) (4, 2) (4, 3)

Solution 23.

(5, 1) (5, 2) (5, 3)

(6, 1) (6, 2)

अथवा 25

$$\therefore P(\text{गुणनफल 16 से कम हो}) = \frac{25}{36}$$

(iii) (1, 1) (3, 3) (5, 5) अथवा 3

$$\therefore P(\text{विषम संख्याओं का द्विक}) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

माना कि $3 + 2\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है जो कि इसके विपरीत है।

ताकि हम पूर्णांक a तथा $b(b \neq 0)$, का मान ज्ञात कर सकते हैं, $3 + 2\sqrt{5} = \frac{a}{b}$, जहाँ a तथा b सहअभाज्य संख्याएँ हैं।

समीकरण को पुनर्स्थापित करने पर, हम प्राप्त करते हैं कि

$$\sqrt{5} = \frac{a - 3b}{2b}$$

$$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{a}{2b} - \frac{3b}{2b}$$

$$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{a}{2b} - \frac{3}{2}$$

चूँकि a तथा b पूर्णांक हैं, $\frac{a}{2b} - \frac{3}{2}$ परिमेय संख्या है।

अतः $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

परन्तु यह इस तथ्य का विरोधाभास करता है कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

अतः हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि $3 + 2\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

Solution 24.

$$\begin{aligned} x - y + 1 &= 0 \\ x &= y - 1 \end{aligned}$$

x	-1	1	2
y	0	2	3

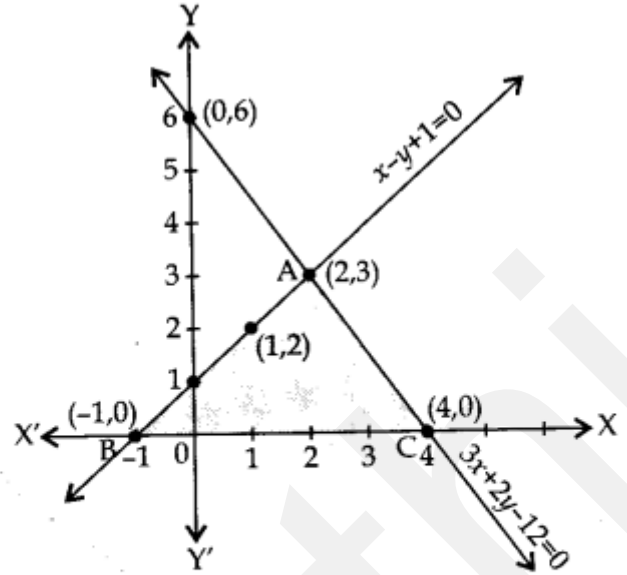
$(-1, 0), (1, 2), (2, 3)$

$$\begin{aligned} 3x + 2y - 12 &= 0 \\ 2y &= 12 - 3x \end{aligned}$$

$$y = \frac{12 - 3x}{2}$$

x	0	2	4
y	6	3	0

$(0, 6), (2, 3), (4, 0)$



रेखाएँ बिंदु (2, 3) पर प्रतिच्छेद करती हैं।

$$\therefore x = 2, y = 3$$

ΔABC के शीर्ष हैं : A(2, 3), B(-1, 0), C(4, 0).

अथवा

माना रेलगाड़ी की चाल = x km/hr.

माना कार की चाल = y km/hr.

प्रश्नानुसार,

$$\frac{60}{x} + \frac{240}{y} = 4 \quad \dots(i)$$

$$\frac{100}{x} + \frac{200}{y} = \frac{25}{6} \quad \dots(ii)$$

$$\left[\because \text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} \right]$$

$$\left[\because 4 \text{ घंटे} + 10 \text{ मिनट} \right. \\ \left. = 4 + \frac{10}{60} = \frac{25}{6} \right]$$

समीकरण (i) को 5 तथा (ii) को 6 से भाग करने पर,

$$\frac{300}{x} + \frac{1200}{y} = 20$$

$$\pm \frac{600}{x} \pm \frac{1200}{y} = \pm 25$$

...[घटाने पर

$$\frac{-300}{x} = -5$$

$$5x = 300 \quad \therefore x = 60$$

x का मान समीकरण (i) में रखने पर,

$$\frac{60}{60} + \frac{240}{y} = 4 \quad \Rightarrow \quad \frac{240}{y} = 4 - 1$$

$$3y = 240 \quad \Rightarrow \quad y = 80$$

\therefore ट्रेन की चाल = 60 km/hr.,

तथा कार की चाल = 80 km/hr.

Solution 25.

वर्ग	f	c.f.
200-300	16	16
300-400	x	16 + x
400-500	17	33 + x
500-600	20	53 + x
600-700	15	68 + x
700-800	y	68 + x + y
	100	

$$\begin{aligned} \therefore 68 + x + y &= 100 \\ \Rightarrow x + y &= 100 - 68 = 32 \\ y &= 32 - x \end{aligned} \quad \dots(i)$$

$$\text{यहाँ, } \frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

$$\text{माध्यक} = 525$$

...[दिया है

$$\text{माध्यक वर्ग} = 500-600$$

$$\text{माध्यक} = l + \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times h$$

$$525 = 500 + \frac{50 - (33 + x)}{20} \times 100$$

$$\Rightarrow 525 - 500 = (50 - 33 - x)5$$

$$\Rightarrow \frac{25}{5} = 17 - x$$

$$\Rightarrow 5 = 17 - x$$

$$\therefore x = 17 - 5 = 12$$

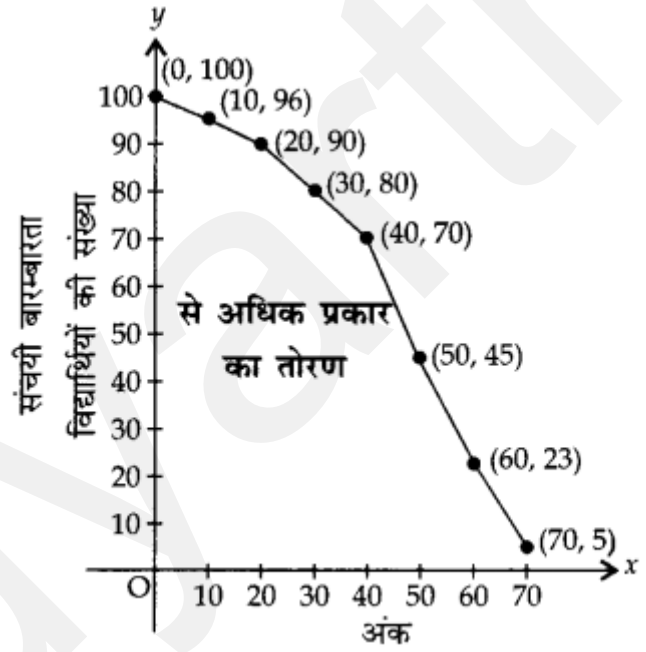
x का मान समीकरण (i) में रखने पर,

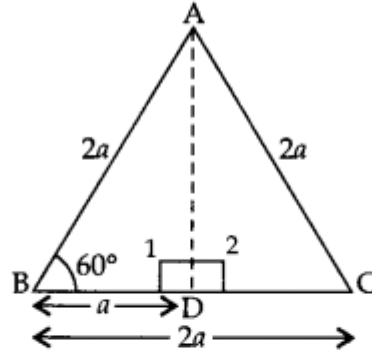
$$y = 32 - 12 = 20 \quad \therefore x = 12, y = 20$$

अथवा

Solution 26.

प्राप्तांक	f	से अधिक (c.f.)
0 से अधिक	4	100
10 से अधिक	6	96
20 से अधिक	10	90
30 से अधिक	10	80
40 से अधिक	25	70
50 से अधिक	22	45
60 से अधिक	18	23
70 से अधिक	5	5
	100	





माना ΔABC एक समबाहु Δ है।

माना प्रत्येक भुजा = $2a$

समबाहु Δ का प्रत्येक कोण 60° का होता है।

$$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$$

$AD \perp BC$ खींचा।

ΔADB तथा ΔADC में,

$$AB = AC$$

...[प्रत्येक = $2a$]

$$AD = AD$$

...[उभयनिष्ठ]

$$\angle 1 = \angle 2$$

...[प्रत्येक 90°]

$\therefore \Delta ADB \cong \Delta ADC$...[R.H.S. सर्वांगसमता नियम]

$$BD = DC = \frac{2a}{2} = a$$

$$\text{समकोण } \Delta ADB \text{ में, } \cos 60^\circ = \frac{BD}{AB} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \operatorname{cosec} 60^\circ = \frac{1}{\sin 60^\circ}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 60^\circ}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{4-1}{4}}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

अथवा

$$\frac{x}{a} \cos \theta + \frac{y}{b} \sin \theta = 1 \quad \dots(i)$$

$$\frac{x}{a} \sin \theta - \frac{y}{b} \cos \theta = 1 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) तथा (ii) को वर्ग करने तथा जोड़ने पर,

$$\left(\frac{x}{a} \cos \theta + \frac{y}{b} \sin \theta\right)^2 + \left(\frac{x}{a} \sin \theta - \frac{y}{b} \cos \theta\right)^2 = 1^2 + 1^2$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{a^2} \cos^2 \theta + \frac{y^2}{b^2} \sin^2 \theta + 2\left(\frac{x}{a} \cos \theta\right)\left(\frac{y}{b} \sin \theta\right) + \\ \left(\frac{x^2}{a^2} \sin^2 \theta\right) + \left(\frac{y^2}{b^2} \cos^2 \theta\right) \\ - 2\left(\frac{x}{a} \sin \theta\right)\left(\frac{y}{b} \cos \theta\right) = 1 + 1 \end{aligned}$$

$$\frac{x^2}{a^2} (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + \frac{y^2}{b^2} (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = 2$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2 \quad \dots[\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$$

वैकल्पिक हल

$$\frac{x}{a} \sin \theta - \frac{y}{b} \cos \theta = 1 \quad \dots(i)$$

$$\frac{x}{a} \cos \theta + \frac{y}{b} \sin \theta = 1 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) को $\sin \theta$ तथा (ii) को $\cos \theta$ से गुणा करने पर,

$$\frac{x}{a} \sin^2 \theta - \frac{y}{b} \sin \theta \cos \theta = \sin \theta$$

$$\frac{x}{a} \cos^2 \theta + \frac{y}{b} \sin \theta \cos \theta = \cos \theta$$

$$\frac{x}{a} (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = (\sin \theta + \cos \theta)$$

$$\dots[\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$$

...[जोड़ने पर]

$$\Rightarrow \frac{x}{a} = \sin \theta + \cos \theta \quad \dots(iii)$$

समीकरण (i) का $\cos \theta$ तथा (ii) को $-\sin \theta$ से गुणा करने पर,

$$\begin{aligned} \frac{x}{a} \sin \theta \cos \theta - \frac{y}{b} \cos^2 \theta &= \cos \theta \\ \pm \frac{x}{a} \sin \theta \cos \theta \pm \frac{y}{b} \sin^2 \theta &= \pm \sin \theta \\ \hline -\frac{y}{b} (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) &= (\cos \theta - \sin \theta) \\ \dots[\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1] & \\ \dots[\घटाने पर] & \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{b} = (\sin \theta - \cos \theta) \quad \dots(iv)$$

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \\ &= (\sin \theta + \cos \theta)^2 + (\sin \theta - \cos \theta)^2 \\ &\quad \dots[(iii) \text{ तथा } (iv) \text{ से}] \\ &= \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta \\ &\quad + \sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= 1 + 1 = 2 = \text{R.H.S.} \end{aligned}$$

Solution 27.

दिया है: PT तथा PS वृत्त के बाह्य बिंदु P से खींची गई स्पर्श रेखाएँ।

सिद्ध करना है: PT = PS

रचना : O से P, T तथा S को मिलाया।

उपपत्ति : $\triangle OTP$ तथा $\triangle OSP$ में

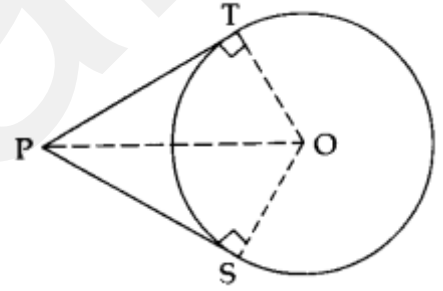
OT = OS ...[वृत्त की त्रिज्याएँ]

OP = OP ...[उभयनिष्ठ]

$\angle OTP = \angle OSP$..[प्रत्येक 90°]

$\triangle OTP = \triangle OSP$...[R.H.S.]

PT = PS...[सर्वांगसम Δ के संगत कोण बराबर होते हैं।]



Solution 28.

माना धारा की चाल = x km/hr

नाव की स्थिर जल में चाल = 15 km/hr

तब, नाव की धारा के प्रतिकूल चाल = (15 - x) km/hr

नाव की धारा के अनुकूल चाल = (15 + x) km/hr

प्रश्नानुसार,

$$\frac{30}{15-x} + \frac{30}{15+x} = 4\frac{1}{2} \text{ hrs. } \dots \left[\because \text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} \right]$$

$$\frac{30[15+x+15-x]}{(15-x)(15+x)} = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{30 \times 30}{225 - x^2} = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow 1800 = 9(225 - x^2)$$

$$\Rightarrow 200 = 225 - x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 225 - 200$$

$$\Rightarrow x^2 = 25$$

$$\Rightarrow x = \pm 5 \text{ km/hr}$$

...[\because चाल कभी ऋणात्मक नहीं हो सकती]

\therefore धारा की चाल = 5 km/hr

Solution 29.

माना झील की सतह से बादल, C की ऊँचाई, EC = H m = EF (पानी की परछाई)
बिंदु A तथा बादल AD के लंब के बीच की दूरी = x m

$$\Delta ACD \text{ में, } \tan 30^\circ = \frac{DC}{AD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{H-60}{x}$$

$$x = \sqrt{3}H - 60\sqrt{3}$$

...(i)

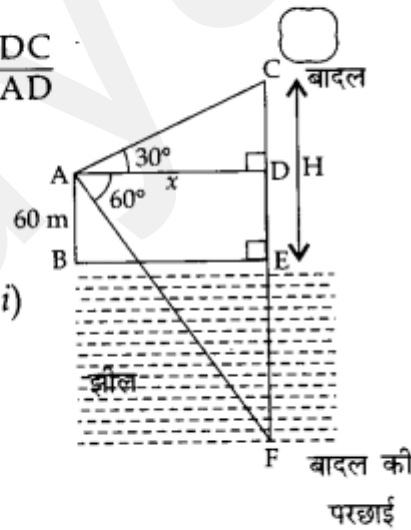
समीकरण ΔADF में,

$$\tan 60^\circ = \frac{DF}{AD}$$

$$\sqrt{3} = \frac{H+60}{x}$$

$$x = \frac{H+60}{\sqrt{3}}$$

...(ii)



Solution 30.

भुजा = 28 cm,

त्रिज्या = $\frac{28}{2}$ cm = 14 cm

छायांकित भाग का क्षेत्रफल = वर्ग का क्षेत्रफल + $\frac{3}{4}$ (वृत्त का क्षेत्रफल) + $\frac{3}{4}$ (वृत्त का क्षेत्रफल)

= वर्ग का क्षेत्रफल + $\frac{3}{2}$ (वृत्त का क्षेत्रफल) ... [वर्ग का क्षेत्रफल = (भुजा)²; वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2]

$$\begin{aligned} &= (28)^2 + \\ &= 784 + 924 \\ &= 1708 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

समीकरण (i) तथा (ii) से,

$$\sqrt{3}H - 60\sqrt{3} = \frac{H+60}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow 3H - 180 = H + 60$$

$$\Rightarrow 3H - H = 60 + 180 \Rightarrow 2H = 240$$

$$\Rightarrow H = 120$$

\therefore बादल की ऊँचाई = 120 m

$$\frac{3}{2} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$$