

CBSE Sample Papers for Class 10 Maths in Hindi Medium Paper 3

Board	CBSE
Class	10
Subject	Maths
Sample Paper Set	Paper 3
Category	<u>CBSE Sample Papers</u>

Time allowed: 3 hours

Maximum marks: 80

सामान्य निर्देश:

- सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- इस प्रश्न-पत्र में 30 प्रश्न हैं।
- खण्ड A में प्रश्न संख्या 1-6 प्रश्न अतिलघुत्तरीय हैं जिनमें से प्रत्येक 1 अंक का है।
- खण्ड B में प्रश्न संख्या 7-12 प्रश्न लघुत्तरीय हैं जिनमें से प्रत्येक 2 अंक का है।
- खण्ड C में प्रश्न संख्या 13-22 प्रश्न दीर्घ उत्तरीय-I हैं जिनमें से प्रत्येक 3 अंक का है।
- खण्ड D में प्रश्न संख्या 23-30 प्रश्न दीर्घ उत्तरी-II हैं जिनमें से प्रत्येक 4 अंक का है।

SECTION A

प्रश्न संख्या 1 से 6 तक प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है।

Question 1.

यदि $x = 3$, द्विघातीय समीकरण $x^2 - 2kx - 6 = 0$ का एक मूल है, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

Question 2.

छोटी से छोटी अभाज्य संख्या तथा छोटी से छोटी भाज्य संख्या का म०स० (HCF) क्या है?

Question 3.

एक बिंदु $P(x, y)$ की मूल बिंदु से दूरी ज्ञात कीजिए।

Question 4.

यदि एक समांतर श्रेणी का सार्व-अंतर $(d) = -4$ तथा सातवाँ पद $(a_7) = 4$ है, तो श्रेणी का प्रथम पद ज्ञात कीजिए।

Question 5.

$(\cos^2 67^\circ - \sin^2 23^\circ)$ का मान क्या है?

Question 6.

दिया है कि $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ है, यदि $\frac{AB}{PQ} = \frac{1}{3}$ है, तो $\frac{\text{क्षेत्रफल } \Delta ABC}{\text{क्षेत्रफल } \Delta PQR}$ ज्ञात कीजिए।

SECTION B

प्रश्न संख्या 7 से 12 तक प्रत्येक प्रश्न का 2 अंक है।

Question 7.

दिया है कि $\sqrt{2}$ अपरिमेय संख्या है, तो सिद्ध कीजिए कि $(5 + 3\sqrt{2})$ एक अपरिमेय संख्या है।

Question 8.

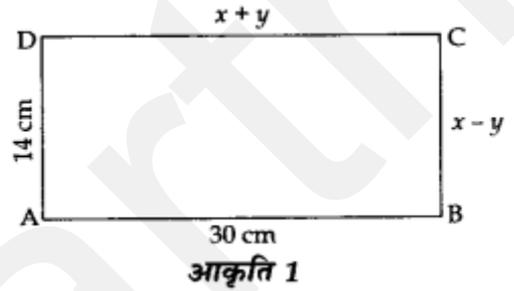
आकृति 1 में, ABCD एक आयत है। x तथा y के माने ज्ञात कीजिए।

Question 9.

3 के प्रथम 8 गुणजों का योग ज्ञात कीजिए।

Question 10.

वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिंदु P (4, m) बिंदुओं A (2, 3) तथा B (6, -3) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को विभाजित करता है। अतः m का मान ज्ञात कीजिए।



Question 11.

दो विभिन्न पासों को एक साथ उछाला गया। निम्न के आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए:

- एक द्दिक आना।
- दोनों पासों पर आई संख्याओं का योग 10 आनी।

Question 12.

1 और 100 के बीच की संख्याओं में से यादृच्छया एक संख्या चुनी गई। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह संख्या

- 8 से भाज्य है।
- 8 से भाज्य नहीं है।

SECTION C

प्रश्न संख्या 13 से 22 तक प्रत्येक प्रश्न का 3 अंक है।

Question 13.

404 तथा 96 का म०स० (HCF) तथा ल०स० (LCM) ज्ञात कीजिए तथा निम्न का सत्यापन कीजिए:
 $HCF \times LCM =$ दोनों दी गई संख्याओं का गुणनफल

Question 14.

यदि बहुपद $(2x^4 - 9x^3 + 5x^2 + 3x - 1)$ के दो शून्यक $(2 + \sqrt{3})$ तथा $(2 - \sqrt{3})$ हैं तो इसके सभी शून्यक ज्ञात कीजिए।

Question 15.

यदि A(-2, 1), B(a, 0), C(4, b) तथा D(1, 2) एक समांतर चतुर्भुज ABCD के शीर्ष बिंदु हैं, तो a तथा b के मान ज्ञात कीजिए। अतः इस चतुर्भुज की भुजाओं की लंबाइयाँ ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि A(-5, 7), B(-4, -5), C(-1, -6) तथा D(4, 5) एक चतुर्भुज ABCD के शीर्ष बिंदु हैं, तो चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Question 16.

एक वायुयान अपने निर्धारित समय से 30 मिनट के विलम्ब से चला। 1500 किलोमीटर की दूरी पर अपने गंतव्य पर ठीक समय पर पहुँचने के लिए इसे अपनी सामान्य चाल को 100 किमी/घंटा बढ़ाना पड़ा। वायुयान की सामान्य चाल ज्ञात कीजिए।

Question 17.

सिद्ध कीजिए कि किसी वर्ग की एक भुजा पर बनाए गए समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल, इसके विकर्ण पर बनाए गए समबाहु त्रिभुज के क्षेत्रफल को आधा होता है।

अथवा

यदि दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल समान हों, तो सिद्ध कीजिए कि वह त्रिभुजें सर्वांगसम होती हैं।

Question 18.

सिद्ध कीजिए कि एक बाये बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श-रेखाओं की लंबाइयाँ बराबर होती हैं।

Question 19.

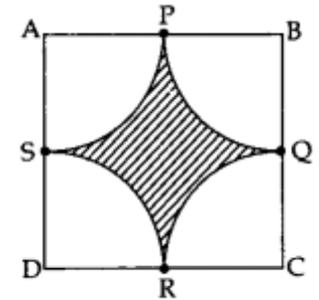
यदि $4 \tan \theta = 3$ है, तो $\left(\frac{4 \sin \theta - \cos \theta + 1}{4 \sin \theta + \cos \theta - 1}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि $\tan 2A = \cot (A - 18^\circ)$, जहाँ $2A$ एक न्यून कोण है, तो A का मान ज्ञात कीजिए।

Question 20.

आकृति 2 में छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। जहाँ वर्ग ABCD के शीर्षों A, B, C तथा D को केन्द्र मान कर खींची गई चापें भुजाओं AB, BC, CD तथा DA के मध्य बिंदुओं क्रमशः P, Q, R तथा S पर दो-दो के जोड़ों में काटती हैं तथा वर्ग की भुजा 12 सेमी है। [$\pi = 3.14$ लीजिए]



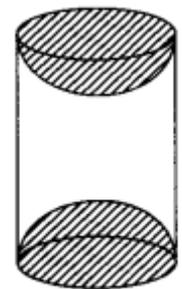
आकृति 2

Question 21.

लकड़ी के एक टोस बेलन के प्रत्येक सिरे पर एक अर्ध गोला खोद कर निकालते हुए, एक वस्तु बनाई गई, जैसा कि आकृति 3 में दर्शाया गया है। यदि बेलन की ऊँचाई 10 सेमी है और आधार की त्रिज्या 3.5 सेमी है, तो इस वस्तु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

चावल की एक ढेरी शंकु के आकार की है जिसके आधार का व्यास 24 मी तथा ऊँचाई 3.5 मी है। चावलों का आयतन ज्ञात कीजिए। इस ढेरी को पूरा-पूरा ढकने के लिए कितने कैनवस की आवश्यकता है?



आकृति 3

Question 22.

नीचे दी गई सारिणी में 280 लोगों को वेतन मान दर्शाया गया है:

वेतन (हज़ार ₹ में)	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
लोगों की संख्या	49	133	63	15	6	7	4	2	1

उपरोक्त आँकड़ों से माध्यक वेतन मान ज्ञात कीजिए।

SECTION D

प्रश्न संख्या 23 से 30 तक प्रत्येक प्रश्न का 4 अंक है।

Question 23.

एक मोटर-बोट जिसकी स्थिर जल में चाल 18 किमी/घंटा है, 24 किलोमीटर धारा के प्रतिकूल जाने में, वही दूरी धारा के अनुकूल जाने की अपेक्षा 1 घंटा अधिक लेती है। धारा की चाल ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक रेलगाड़ी किसी औसत चाल से 63 किमी से दूरी तय करती है तथा उसके बाद 72 किमी की दूरी मूल औसत चाल से 6 किमी/घंटा अधिक की चाल से तय करती है। पूरी यात्रा को पूरा करने में यदि 3 घंटे लगते हैं, तो मूल औसत चाल ज्ञात कीजिए।

Question 24.

एक समांतर श्रेणी के चार क्रमागत पदों की संख्याओं का योग 32 है तथा पहली और आखिरी संख्या के गुणनफल का बीच की दो संख्याओं से अनुपात 7 : 15 है, संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

Question 25.

एक समबाहु त्रिभुज ABC में भुजा BC पर एक बिंदु D इस प्रकार है कि $BD = \frac{1}{3} BC$ है। सिद्ध कीजिए कि $9(AD)^2 = 7(AB)^2$ ।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि, एक समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है।

Question 26.

एक त्रिभुज ABC बनाइए जिसमें $BC = 6$ सेमी, $AB = 5$ सेमी और $\angle ABC = 60^\circ$ हो। फिर एक त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ $\triangle ABC$ की संगत भुजाओं की $\frac{3}{4}$ गुनी हों।

Question 27.

सिद्ध कीजिए:

$$\frac{\sin A - 2\sin^3 A}{2\cos^3 A - \cos A} = \tan A$$

Question 28.

शंकु के छिन्नक के आकार की एक बाल्टी के निचले तथा ऊपरी किनारों के व्यास क्रमशः 10 सेमी तथा 30 सेमी हैं। यदि बाल्टी की ऊँचाई 24 सेमी है, तो बाल्टी को बनाने में लगने वाली धातु की शीट का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। [$\pi = 3.14$ लीजिए]

Question 29.

समुद्र-तल से 100 मी ऊँची लाइट-हाउस के शिखर से देखने पर दो समुद्री जहाजों के अवनमन कोण 30° और 45° हैं। यदि लाइट-हाउस के एक ही ओर एक जहाज दूसरे जहाज के ठीक पीछे हो, तो दोनों जहाजों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। [$\sqrt{3} = 1.732$ लीजिए]

Question 30.

निम्न बंटन का माध्य 18 है। वर्ग 19-21 की बारंबारता f ज्ञात कीजिए:

वर्ग	11-13	13-15	15-17	17-19	19-21	21-23	23-25
बारंबारता	3	6	9	13	f	5	4

अथवा

निम्न बंटन किसी फैक्ट्री के 50 कर्मचारियों की दैनिक आय दर्शाता है:

दैनिक आय (₹ में)	100-120	120-140	140-160	160-180	180-200
कर्मचारियों की संख्या	12	14	8	6	10

उपरोक्त बंटन को एक कम प्रकार के संचयी बारंबारता बंटन में बदलिये और उसका तोरण खींचिये।

SOLUTIONS

Solution 1.

हमारे पास है, $x^2 - 2kx - 6 = 0$, जहाँ $x = 3$

$$\Rightarrow (3)^2 - 2k(3) - 6 = 0$$

$$\Rightarrow 9 - 6k - 6 = 0$$

$$\Rightarrow 3 - 6k = 0$$

$$\Rightarrow -6k = -3$$

$$\Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

Solution 2.

न्यूनतम अभाज्य संख्या = 2

न्यूनतम भाज्य संख्या = 4 या 22

मंस० (HCF) = 2

Solution 3.

Solution 4.

दिया है : $a_7 = 4$, $d = -4$

$$\Rightarrow a + 6d = 4 \dots [a_n = a + (n - 1)d]$$

$$\Rightarrow a + 6(-4) = 4$$

$$\Rightarrow a - 24 = 4$$

$$\Rightarrow a = 24 + 4$$

$$\Rightarrow a = 28$$

$P(x, y)$ तथा $O(0, 0)$

$$\therefore OP = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - 0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Solution 5.

$$\cos^2 67^\circ - \sin^2 23^\circ = \cos^2 (90^\circ - 23^\circ) - \sin^2 23^\circ = \sin^2 23^\circ - \sin^2 23^\circ \dots [\cos(90^\circ - A) = \sin A]$$

$$= 0$$

Solution 6.

$$\Delta ABC \sim \Delta PQR$$

...[दिया है]

$$\therefore \frac{(\Delta ABC) \text{ का क्षेत्रफल}}{(\Delta PQR) \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

...[दो समरूप त्रिभुजों का क्षेत्रफल उनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है]

Solution 7.

यदि हम इसके विपरीत मान लें कि $5 + 3\sqrt{2}$ परिमेय संख्या है, ताकि हम a तथा b के मान ज्ञात कर सकें ($b \neq 0$)
ऐसा है कि $5 + 3\sqrt{2} = \frac{a}{b}$, जहाँ a तथा b सहअभाज्य संख्याएँ हैं।
समीकरण को पुनर्व्यवस्थित करने पर,

चूँकि a तथा b पूर्णांक हैं, हम $\frac{a}{3b} - \frac{5}{3}$ को परिमेय संख्या के रूप में प्राप्त करते हैं इसलिये $\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है।
परंतु यह इस तथ्य का विरोधाभास करता है कि $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है। अतः हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि $5 + 3\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

$$3\sqrt{2} = \frac{a}{b} - 5 = \frac{a - 5b}{b}$$
$$\sqrt{2} = \frac{a - 5b}{3b} = \frac{a}{3b} - \frac{5b}{3b} = \frac{a}{3b} - \frac{5}{3}$$

Solution 8.

दिया है: ABCD एक आयत है।

DC = AB, BC = AD [आयत की सम्मुख भुजाएँ समान होती हैं।]

$$x - y = 14$$

$$x = 14 + y \dots (i)$$

$$x + y = 30$$

$$14 + y + y = 30$$

$$x = 14 + y \dots [(i) \text{ से}]$$

$$2y = 30 - 14 = 16$$

$$y = 8$$

$$(i) \text{ से, } x = 14 + 8 = 22$$

$$x = 22 \text{ cm, } y = 8 \text{ cm}$$

Solution 9.

Solution 10.

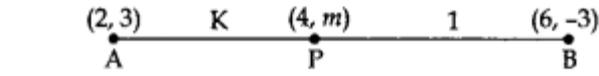
ज्ञात करना है : $3 + 6 + 9 + \dots 8$ पद

यहाँ, $a = 3, d = 3, n = 8$

जैसा कि हम जानते हैं, $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$

$$\therefore S_8 = \frac{8}{2} [6 + (7)3]$$

$$= 4(6 + 21) = 4(27) = 108$$



माना $AP : PB = K : 1$

P के निर्देशांक = P के निर्देशांक

$$\left(\frac{6K + 2}{K + 1}, \frac{-3K + 3}{K + 1} \right) = (4, m)$$

...[विभाजन सूत्र के अनुसार

$$\begin{array}{l|l} \frac{6K + 2}{K + 1} = 4 & \frac{-3K + 3}{K + 1} = m \\ \Rightarrow 6K + 2 = 4K + 4 & \Rightarrow \frac{-3 + 3}{1 + 1} = m \quad \dots[(i) \text{ से}] \\ \Rightarrow 6K - 4K = 4 - 2 & \therefore m = 0 \\ \Rightarrow 2K = 2 & \\ \Rightarrow K = 1 & \dots(i) \end{array}$$

Solution 11.

दो पासे फेंके जा सकते हैं, $6 \times 6 = 36$

(i) 'एक द्विक' प्राप्त किया जा सकता है, (1,1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), अथवा 6

$$P(\text{एक द्विक}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(ii) 'योग 10' प्राप्त किया जा सकता है, (4, 6), (6, 4), (5, 5), अथवा 3

$$P(\text{योग 10 आने पर}) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

Solution 12.

1 और 100 के बीच पूर्णांक हैं,

2, 3, 4, 5, 6, 99, अथवा 98

(i) 8 से भाज्य संख्याएँ हैं : 8, 16, 24, 96, अथवा 12

$$P(8 \text{ से भाज्य}) = \frac{12}{98} = \frac{6}{49}$$

(ii) पूर्णांक जो 8 से भाज्य नहीं हैं : $98 - 12 = 86$

$$P(8 \text{ से भाज्य नहीं}) = \frac{86}{98} = \frac{43}{49}$$

Solution 13.

$$404 = 2^2 \times 101$$

$$96 = 2^5 \times 3$$

$$\text{HCF} = 2^2 = 4$$

$$\text{LCM} = 2^5 \times 101 \times 3$$

$$= 32 \times 303$$

$$= 9696$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 96 \\ \hline 2 & 48 \\ \hline 2 & 24 \\ \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2 & 404 \\ \hline 2 & 202 \\ \hline 101 & 101 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\text{LHS} = \text{HCF} \times \text{LCM} \quad \text{RHS} = \text{दी गई संख्याओं का गुणनफल}$$

$$= 4 \times 9696$$

$$= 38,784 \quad \dots(i) \quad \Bigg| \quad = 404 \times 96$$

$$= 38,784 \quad \dots(ii)$$

(i) तथा (ii) से, LHS = RHS \dots (इति सिद्धम्)

Solutiom 14.

माना $P(x) = 2x^4 - 9x^3 + 5x^2 + 3x - 1$
दो शून्यक हैं : $2 + \sqrt{3}$ तथा $2 - \sqrt{3}$
 $\Rightarrow [x - (2 + \sqrt{3})]$ तथा $[x - (2 - \sqrt{3})]$
 $\Rightarrow [(x - 2) - \sqrt{3}][x - 2 + \sqrt{3}]$
 $\Rightarrow (x - 2)^2 - (\sqrt{3})^2 = x^2 - 4x + 4 - 3$
 $\therefore [x^2 - 4x + 1], P(x)$ का एक गुणनफल है
भाग करने पर,

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 4x + 1 \overline{) 2x^4 - 9x^3 + 5x^2 + 3x - 1} \\
 \underline{- 2x^4 + 8x^3 + 2x^2} \\
 - x^3 + 3x^2 + 3x - 1 \\
 \underline{+ x^3 + 4x^2 - x} \\
 - x^2 + 4x - 1 \\
 \underline{+ x^2 + 4x + 1} \\
 0
 \end{array}$$

$$\therefore P(x) = (x^2 - 4x + 1)(2x^2 - x - 1)$$

अन्य शून्यक के लिए,

$$\begin{aligned}
 2x^2 - x - 1 &= 0 \\
 \Rightarrow 2x^2 - 2x + x - 1 &= 0 \\
 \Rightarrow 2x(x - 1) + 1(x - 1) &= 0 \\
 \Rightarrow x - 1 = 0 & \quad \text{अथवा} \quad 2x + 1 = 0 \\
 \Rightarrow x = 1 & \quad \text{अथवा} \quad x = -\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

\therefore सभी शून्यक हैं : $2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}, 1$ और $-\frac{1}{2}$.

Solutiom 15.

AC का मध्य बिंदु = BD का मध्य बिंदु

...[समांतर चतुर्भुज के विकर्ण एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं]

$$\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{1+b}{2}\right) = \left(\frac{a+1}{2}, \frac{0+2}{2}\right)$$

$$\frac{2}{2} = \frac{a+1}{2}; \quad \frac{1+b}{2} = \frac{2}{2}$$

$$2 = a + 1; \quad 1 + b = 2$$

$$a = 1; \quad b = 1$$

दूरी सूत्र के अनुसार,

$$AD = \sqrt{(1+2)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

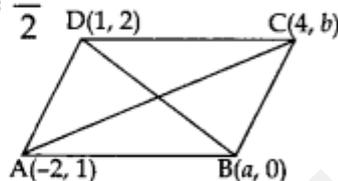
$$\therefore BC = AD = \sqrt{10}$$

...[\therefore समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ समान होती हैं]

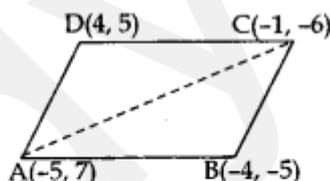
$$AB = \sqrt{(1+2)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$\therefore CD = AB = \sqrt{10}$$

...[\therefore समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ समान होती हैं]



अथवा



ΔABC का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$

$$= \frac{1}{2} |-5(-5 + 6) - 4(-6 - 7) - 1(7 + 5)|$$

$$= \frac{1}{2} |-5 + 52 - 12| = \frac{35}{2} \text{ वर्ग मात्रक}$$

ΔACD का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} |-5(-6 - 5) - 1(5 - 7) + 4(7 + 6)|$$

$$= \frac{1}{2} |55 + 2 + 52| = \frac{109}{2} \text{ वर्ग मात्रक}$$

\therefore चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल

$$= (\Delta ABC) \text{ का क्षेत्रफल} + (\Delta ADC) \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{35}{2} + \frac{109}{2} = \frac{144}{2} = 72 \text{ वर्ग मात्रक}$$

माना वायुयान की सामान्य चाल = x किमी/घंटा
 वायुयान की बढ़ी हुई चाल = $(x + 100)$ किमी/घंटा
 दूरी = 1500 किमी

$$\text{प्रश्नानुसार, } \frac{1500}{x} - \frac{1500}{x+100} = \frac{30}{60}$$

$$\dots [\because \text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = 30 \text{ मिनट} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2} \text{ घंटा}]$$

$$\Rightarrow \frac{1500(x+100-x)}{x(x+100)} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x(x+100) = 2 \times 1,50,000$$

$$\Rightarrow x^2 + 100x - 3,00,000 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 600x - 500x - 3,00,000 = 0$$

$$\Rightarrow x(x+600) - 500(x+600) = 0$$

$$\Rightarrow (x+600)(x-500) = 0$$

$$\Rightarrow x+600 = 0 \quad \text{अथवा} \quad x-500 = 0$$

$$\Rightarrow x = -600 \text{ (अस्वीकृत)} \quad \text{अथवा} \quad x = 500$$

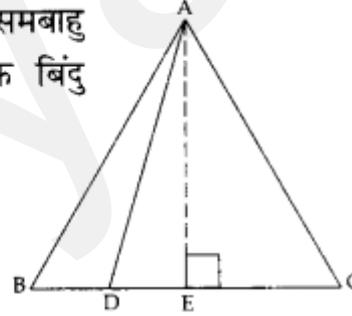
चूँकि वायुयान की चाल कभी ऋणात्मक नहीं हो सकती।

\therefore वायुयान की सामान्य चाल = 500 किमी/घंटा

Solution 17.

दिया है : $\triangle ABC$ एक समबाहु त्रिभुज है तथा BC पर D एक बिंदु है जिससे $BD = \frac{1}{3} BC$.

सिद्ध करना है :
 $9AD^2 = 7AB^2$



रचना : $AE \perp BC$ खींचा तथा AD को मिलाया।

उपपत्ति : $BD = \frac{1}{3} BC$...[दिया है

$$\therefore DC = \frac{2}{3} BC$$

$$\therefore AE \perp BC \quad \therefore BE = EC = \frac{1}{2} BC$$

अब समकोण $\triangle AED$ में, $AD^2 = AE^2 + DE^2$... (i)

तथा समकोण $\triangle AEB$ में, $AB^2 = AE^2 + BE^2$... (ii)

समीकरण (i) में से (ii) को घटाने पर,

$$AD^2 - AB^2 = AE^2 + DE^2 - AE^2 - BE^2$$

$$AD^2 - AB^2 = DE^2 - BE^2$$

$$AD^2 = AB^2 + (BE - BD)^2 - BE^2$$

$$\dots[\because DE = BE - BD$$

$$AD^2 = AB^2 + \left(\frac{BC}{2} - \frac{BC}{3}\right)^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2$$

$$= AB^2 + \left(\frac{3BC - 2BC}{6}\right)^2 - \frac{BC^2}{4}$$

$$= AB^2 + \left(\frac{BC}{6}\right)^2 - \frac{BC^2}{4}$$

$$= AB^2 + \frac{BC^2}{36} - \frac{BC^2}{4}$$

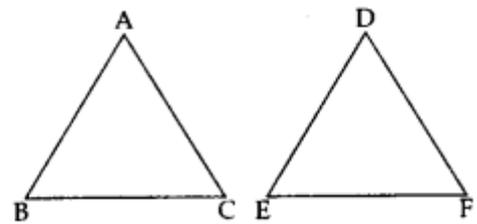
$$= AB^2 + \frac{AB^2}{36} - \frac{AB^2}{4} \dots[\because AB = BC = CA$$

$$= \frac{36AB^2 + AB^2 - 9AB^2}{36}$$

$$AD^2 = \frac{28AB^2}{36} \Rightarrow AD^2 = \frac{7AB^2}{9}$$

$$\therefore 9AD^2 = 7AB^2$$

अथवा



दिया है : (i) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

(ii) ΔABC का क्षेत्रफल = ΔDEF का क्षेत्रफल
 सिद्ध करना है : $\Delta ABC \cong \Delta DEF$
 उपपत्ति : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$...[दिया है]

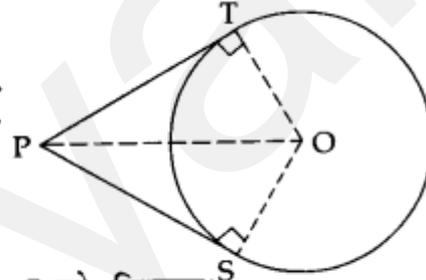
$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD} \quad \dots(i)$$
 ...[समरूप त्रिभुजों की संगत भुजाएँ समानुपाती होती हैं]

$$\therefore \frac{\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta DEF \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{BC^2}{EF^2} = \frac{CA^2}{FD^2}$$
 ...[समरूप त्रिभुजों का क्षेत्रफल उनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है]

$$1 = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD} \quad \dots[\text{दोनों ओर वर्ग करने पर}]$$
 ...[$\therefore (\Delta ABC)$ का क्षेत्रफल = (ΔDEF) का क्षेत्रफल]
 $\Rightarrow AB = DE, BC = EF \text{ and } CA = FD$
 $\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEF \quad \dots[\text{SSS सर्वांगसमता नियम}]$

Solution 18.

दिया है : PT तथा PS वृत्त के बाह्य बिंदु P से खींची गई स्पर्श रेखाएँ हैं।



सिद्ध करना है :

$$PT = PS$$

रचना : O से P, T तथा S को मिलाया।

उपपत्ति : ΔOTP तथा ΔOSP में

$$OT = OS \quad \dots[\text{वृत्त की त्रिज्याएँ}]$$

$$OP = OP \quad \dots[\text{उभयनिष्ठ}]$$

$$\angle OTP = \angle OSP \quad \dots[\text{प्रत्येक } 90^\circ]$$

$$\therefore \Delta OTP \cong \Delta OSP \quad \dots[\text{R.H.S.}]$$

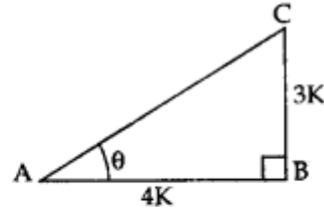
$$\therefore PT = PS \quad \dots[\text{सर्वांगसम } \Delta \text{ के संगत कोण बराबर होते हैं।}]$$

Solution 19.

$$4 \tan \theta = 3$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{3}{4}$$

माना $BC = 3K$, $AB = 4K$
समकोण $\triangle ABC$ में,



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \quad \dots[\text{पाइथागोरस प्रमेयानुसार}]$$

$$AC^2 = (4K)^2 + (3K)^2 = 16K^2 + 9K^2 = 25K^2$$

$$AC = + 5K \quad \dots[\because AC \text{ ऋणात्मक नहीं हो सकता}]$$

$$\sin \theta = \frac{BC}{AC} = \frac{3K}{5K} = \frac{3}{5}$$

$$\cos \theta = \frac{AB}{AC} = \frac{4K}{5K} = \frac{4}{5}$$

$$\text{अब, } \frac{4 \sin \theta - \cos \theta + 1}{4 \sin \theta + \cos \theta - 1} = \frac{4\left(\frac{3}{5}\right) - \left(\frac{4}{5}\right) + 1}{4\left(\frac{3}{5}\right) + \left(\frac{4}{5}\right) - 1}$$

$$= \frac{12 - 4 + 5}{12 + 4 - 5} = \frac{13}{11}$$

अथवा

$$19. \tan 2A = \cot (A - 18^\circ) \quad \dots[\text{दिया है}]$$

$$\Rightarrow \cot (90^\circ - 2A) = \cot (A - 18^\circ)$$

$$\dots[\because \tan \theta = \cot(90^\circ - \theta)]$$

$$\Rightarrow 90^\circ - 2A = A - 18^\circ$$

$$\Rightarrow 108^\circ = 3A \quad \therefore A = \frac{108^\circ}{3} = 36^\circ$$

Solution 20.

दिया है : भुजा = 12 cm,
त्रिज्या = $\frac{\text{भुजा}}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$
 \therefore छायांकित भाग का क्षेत्रफल = वर्ग का क्षेत्रफल
- 4(चतुर्थांश का क्षेत्रफल)
= वर्ग का क्षेत्रफल - वृत्त का क्षेत्रफल

Solution 21.

$$= (12)^2 - \pi \times 6 \times 6$$

$$\dots[\text{वर्ग का क्षेत्रफल} = (\text{भुजा})^2; \text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2]$$

$$= 144 - 3.14 \times 36 \quad \dots[\because \pi = 3.14]$$

$$= 144 - 113.04 = 30.96 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned}
 & \text{टोस बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} \\
 & = \text{बेलन का वक्र पृ० क्षे०} + 2(\text{अर्धगोले का वक्र पृ० क्षे०}) \\
 & = 2\pi rh + 2(2\pi r^2) = 2\pi r(h + 2r) \\
 & \quad \dots[\text{यहाँ } h = 10 \text{ cm, } r = 3.5 \text{ cm}]
 \end{aligned}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{35}{10} (10 + 7) = 22 \times 17 = 374 \text{ cm}^2$$

अथवा

$$\text{यहाँ } r = \frac{24}{2} = 12 \text{ m, } h = 3.5 \text{ m या } \frac{7}{2} \text{ m}$$

$$\text{चावल की ढेरी (शंकु) का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 12 \times 12 \times \frac{7}{2} = 528 \text{ m}^3$$

$$\text{तियर्क ऊँचाई, } l = \sqrt{r^2 + h^2} \dots[\text{पाइथागोरस प्रमेयानुसार}]$$

$$= \sqrt{(12)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2} = \sqrt{144 + \frac{49}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{576 + 49}{4}} = \sqrt{\frac{625}{4}} = \frac{25}{2} \text{ m}$$

$$\text{कैनवस का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल} = \pi r l$$

$$= \frac{22}{7} \times 12 \times \frac{25}{2} = \frac{3300}{7} \text{ m}^2 = 471.43 \text{ m}^2 \text{ (लगभग)}$$

अतः चावल की ढेरी को ढकने के लिए 471.43 m² कैनवस की आवश्यकता होगी।

Solution 22.

वेतन (हजारों ₹ में)	लोगों की संख्या	c.f.
5-10	49	49 (c.f.)
10-15	133 (f)	182
15-20	63	245
20-25	15	260
25-30	6	266
30-35	7	273
35-40	4	277
40-45	2	279
45-50	1	280
	$n = 280$	

यहाँ $n = 280$, $\frac{n}{2} = \frac{280}{2} = 140$

माध्यक वर्ग = 10-15

$$\text{माध्यक} = l + \frac{\frac{n}{2} - c.f.}{f} \times h$$

...[यहाँ $l = 10$, $f = 133$, $c.f. = 49$, $h = 5$

Solution 23.

$$\begin{aligned}
 &= 10 + \frac{140 - 49}{133} \times 5 \\
 &= 10 + \frac{91 \times 5}{133} = 10 + \frac{455}{133} \\
 &= 10 + 3.42 = 13.42 \text{ (लगभग)}
 \end{aligned}$$

माना धारा की चाल x km/hr.
 नाव की धारा की प्रतिकूल चाल = $(18 - x)$ km/hr
 तथा नाव की धारा के अनुकूल चाल
 = $(18 + x)$ km/hr

दूरी = 24 km

प्रश्नानुसार

$$\frac{24}{18-x} - \frac{24}{18+x} = 1 \quad \dots[\because \text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}]$$

$$\frac{24[18+x-(18-x)]}{(18-x)(18+x)} = 1$$

$$\frac{24(2x)}{324-x^2} = 1 \quad \Rightarrow \quad 48x = 324 - x^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 48x - 324 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 54x - 6x - 324 = 0$$

$$\Rightarrow x(x+54) - 6(x+54) = 0$$

$$\Rightarrow (x-6)(x+54) = 0$$

$$x-6=0 \quad \text{अथवा} \quad x+54=0$$

$$x=6 \quad \text{अथवा} \quad x=-54 \text{ (अस्वीकृत)}$$

चूँकि चाल कभी ऋणात्मक नहीं हो सकती ।

\therefore चाल की धारा, $x = 6$ km/hr

अथवा

माना रेलगाड़ी की मूल औसत चाल = x किमी/घंटा
 रेलगाड़ी की बढ़ी हुई औसत चाल = $(x+6)$ किमी/घंटा

$$\text{प्रश्नानुसार, } \frac{63}{x} + \frac{72}{x+6} = 3 \quad \dots[\because \text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}]$$

$$\Rightarrow \frac{63(x+6) + 72x}{x(x+6)} = 3$$

$$\Rightarrow 3x(x+6) = 63x + 378 + 72x$$

$$\Rightarrow 3x(x+6) = 135x + 378$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 18x - 135x - 378 = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 117x - 378 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 39x - 126 = 0 \quad \dots[\text{दोनों ओर 3 से भाग करने पर}]$$

$$\Rightarrow x^2 - 42x + 3x - 126 = 0$$

$$\Rightarrow x(x-42) + 3(x-42) = 0$$

$$\Rightarrow (x-42)(x+3) = 0$$

$$\Rightarrow x-42=0 \quad \text{अथवा} \quad x+3=0$$

$$\Rightarrow x=42 \quad \text{अथवा} \quad x=-3 \text{ (अस्वीकृत)}$$

\therefore चाल कभी ऋणात्मक नहीं हो सकती

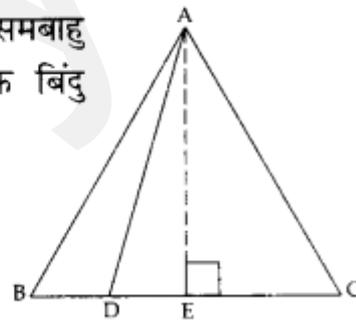
रेलगाड़ी की मूल औसत चाल = 42 किमी/घंटा

Solution 24.

माना समांतर श्रेणी की चार क्रमागत संख्याएँ हैं
 $a - 3d, a - d, a + d, a + 3d$
प्रश्नानुसार, $a - 3d + a - d + a + d + a + 3d = 32$
 $\Rightarrow 4a = 32 \quad \Rightarrow a = \frac{32}{4} = 8$
अब, $\frac{(a - 3d)(a + 3d)}{(a - d)(a + d)} = \frac{7}{15}$
 $\Rightarrow \frac{a^2 - 9d^2}{a^2 - d^2} = \frac{7}{15}$
 $\Rightarrow \frac{64 - 9d^2}{64 - d^2} = \frac{7}{15} \quad \dots[\because a = 8]$
 $\Rightarrow 448 - 7d^2 = 960 - 135d^2$
 $\Rightarrow 128d^2 = 512 \quad \Rightarrow d^2 = \frac{512}{128}$
 $\Rightarrow d^2 = 4 \quad \Rightarrow d = \pm 2$
जब $a = 8, d = 2$
संख्याएँ हैं : 2, 6, 10, 14
जब $a = 8, d = -2$
संख्याएँ हैं : 14, 10, 6, 2

Solution 25.

दिया है : $\triangle ABC$ एक समबाहु
त्रिभुज है तथा BC पर D एक बिंदु
है जिससे $BD = \frac{1}{3} BC$.
सिद्ध करना है :
 $9AD^2 = 7AB^2$



रचना : $AE \perp BC$ खींचा तथा AD को मिलाया।

उपपत्ति : $BD = \frac{1}{3} BC$...[दिया है

$$\therefore DC = \frac{2}{3} BC$$

$$\therefore AE \perp BC \quad \therefore BE = EC = \frac{1}{2} BC$$

अब समकोण $\triangle AED$ में, $AD^2 = AE^2 + DE^2$... (i)

तथा समकोण $\triangle AEB$ में, $AB^2 = AE^2 + BE^2$... (ii)

समीकरण (i) में से (ii) को घटाने पर,

$$AD^2 - AB^2 = AE^2 + DE^2 - AE^2 - BE^2$$

$$AD^2 - AB^2 = DE^2 - BE^2$$

$$AD^2 = AB^2 + (BE - BD)^2 - BE^2$$

$$\dots[\because DE = BE - BD$$

$$AD^2 = AB^2 + \left(\frac{BC}{2} - \frac{BC}{3}\right)^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2$$

$$= AB^2 + \left(\frac{3BC - 2BC}{6}\right)^2 - \frac{BC^2}{4}$$

$$= AB^2 + \left(\frac{BC}{6}\right)^2 - \frac{BC^2}{4}$$

$$= AB^2 + \frac{BC^2}{36} - \frac{BC^2}{4}$$

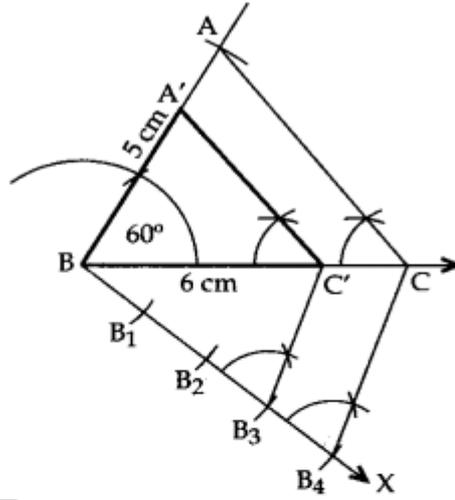
$$= AB^2 + \frac{AB^2}{36} - \frac{AB^2}{4} \dots[\because AB = BC = CA$$

$$= \frac{36AB^2 + AB^2 - 9AB^2}{36}$$

$$AD^2 = \frac{28AB^2}{36} \Rightarrow AD^2 = \frac{7AB^2}{9}$$

$$\therefore 9AD^2 = 7AB^2$$

Solution 26.



रचना के पद :

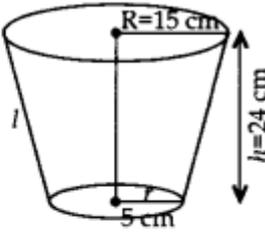
1. ΔABC बनाइए जिसमें $BC = 6 \text{ cm}$, $AB = 5 \text{ cm}$ तथा $\angle ABC = 60^\circ$ है।
 2. BC पर न्यून कोण बनाते हुए एक किरण BX खींची।
 3. किरण BX पर 4 समान बिंदु बनाया।
 4. C तथा B_4 को मिलाया।
 5. $B_3C' \parallel B_4C$ को मिलाया।
 6. बिंदु C' से $A'C' \parallel AC$ खींचा।
- \therefore अतः $\Delta A'BC'$ एक अभीष्ट त्रिभुज है।

Solution 27.

$$\begin{aligned}
 \text{L.H.S.} &= \frac{\sin \theta - 2 \sin^3 \theta}{2 \cos^3 \theta - \cos \theta} \\
 &= \frac{\sin \theta (1 - 2 \sin^2 \theta)}{\cos \theta (2 \cos^2 \theta - 1)} \\
 &= \frac{\sin \theta (1 - 2 \sin^2 \theta)}{\cos \theta [2(1 - \sin^2 \theta) - 1]} \quad \dots [\because \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta] \\
 &= \frac{\tan \theta (1 - 2 \sin^2 \theta)}{(2 - 2 \sin^2 \theta - 1)} \\
 &= \frac{\tan \theta (1 - 2 \sin^2 \theta)}{(1 - 2 \sin^2 \theta)} \\
 &= \tan \theta = \text{R.H.S.} \quad \dots \text{इति सिद्धम्}
 \end{aligned}$$

Solution 28.

बाहरी त्रिज्या, $R = \frac{30}{2} = 15 \text{ cm}$
 आंतरिक त्रिज्या, $r = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$
 ऊँचाई, $h = 24 \text{ cm}$
 तिर्यक ऊँचाई, l

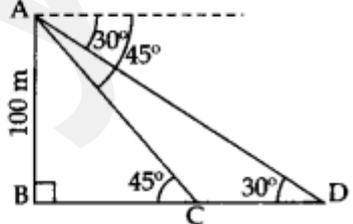


...[पाइथागोरस प्रमेयानुसार
 $= \sqrt{h^2 + (R - r)^2}$
 $= \sqrt{(24)^2 + (15 - 5)^2} = \sqrt{576 + 100}$
 $l = \sqrt{676} = 26 \text{ cm}$

धातु की चादर का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल
 = शंकु के छिन्नक का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल
 + वृत्त के आधार का क्षेत्रफल
 $= \pi(R + r)l + \pi r^2$
 $= \pi[l(R + r) + r^2]$
 $= 3.14[26(15 + 5) + 5^2]$
 $= 3.14[26(20) + 25] = 3.14(520 + 25)$
 $= 3.14(545) = 1711.3 \text{ cm}^2$

Solution 29.

माना AB लाइट हाउस है तथा C और D दो जहाज हैं
 समकोण $\triangle ABC$ में,



$\tan 45^\circ = \frac{AB}{BC}$
 $\Rightarrow 1 = \frac{100}{BC}$
 $\Rightarrow BC = 100 \text{ m}$

समकोण $\triangle ABD$ में, $\tan 30^\circ = \frac{AB}{BD}$
 $\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{100}{BD} \Rightarrow BD = 100\sqrt{3} \text{ m}$
 \therefore दो जहाजों के बीच की दूरी,
 $CD = BD - BC$
 $= 100\sqrt{3} - 100 = 100(\sqrt{3} - 1)$
 $= 100(1.732 - 1) = 100(0.732) = 73.2 \text{ m}$

Solution 30.

वर्ग	बारंबारता (f_i)	x_i	$f_i x_i$
11-13	3	12	36
13-15	6	14	84
15-17	9	16	144
17-19	13	18	234
19-21	f	20	$20f$
21-23	5	22	110
23-25	4	24	96
	$\Sigma f_i = 40+f$		$\Sigma f_i x_i = 704+20f$

$$\therefore \text{माध्य} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} \quad \dots [\text{दिया हुआ माध्य} = 18]$$

$$\Rightarrow \frac{18}{1} = \frac{704 + 20f}{40 + f}$$

$$\Rightarrow 704 + 20f = 720 + 18f$$

$$\Rightarrow 20f - 18f = 720 - 704$$

$$\Rightarrow 2f = 16 \quad \therefore f = 8$$

अथवा

दैनिक आय (₹ में) C.I.	f	c.f.	दैनिक आय (₹ में)
100 - 120	12	12	120 से कम
120 - 140	14	26	140 से कम
140 - 160	8	34	160 से कम
160 - 180	6	40	180 से कम
180 - 200	10	50	200 से कम
	$n = 50$		

$$\text{यहाँ } n = 50, \quad \frac{n}{2} = 25$$

