CBSE Sample Papers for Class 10 Maths in Hindi Medium Paper 4

Board	CBSE
Class	10
Subject	Maths
Sample Paper Set	Paper 4
Category	CBSE Sample Papers

Time allowed: 3 hours
Maximum marks: 80

सामान्य निर्देश:

- सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- इस प्रश्न-पत्र में 30 प्रश्न हैं।
- खण्ड A में प्रश्न संख्या 1-6 प्रश्न अतिलघुत्तरीय हैं जिनमें से प्रत्येक 1 अंक का है।
- खण्ड B में प्रश्न संख्या 7-12 प्रश्न लघुत्तरीय हैं जिनमें से प्रत्येक 2 अंक का है।
- खण्ड C में प्रश्न संख्या 13-22 प्रश्न दीर्घ उत्तरीय-I हैं जिनमें से प्रत्येक 3 अंक का है।
- खण्ड D में प्रश्न संख्या 23-30 प्रश्न दीर्घ उत्तरी-II हैं जिनमें से प्रत्येक 4 अंक का है।

SECTION A

प्रश्न संख्या 1 से 6 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

Question 1.
बताइये कि परिमेय संख्या $\frac{7}{25}$ का एक दशमलव प्रसार सांत हैं या असांत आवर्ती है।

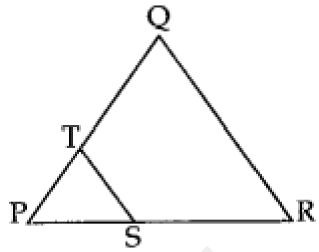
Question 2.
द्विघात समीकरण $3x^2 - k\sqrt{3}x + 4 = 0$ में k का मान ज्ञात कीजिए यदि उसके दो बराबर मूल हों।

Question 3.
समान्तर श्रेणी 27, 23, 19,..., -65 में अंतिम पद से 11वाँ पद ज्ञात कीजिए।

Question 4.
y-अक्ष पर उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिसका निकटतम बिंदु (-2, 5) हो।

Question 5.
दी गई आकृति में, ST || RQ, PS = 3 cm तथा SR = 4 cm है। ΔPST तथा ΔPRQ के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

Question 6.
यदि $\cos A = \frac{2}{5}$ है तो $4 + 4\tan^2 A$ का मान ज्ञात कीजिए।



SECTION B

प्रश्न संख्या 7 से 12 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

Question 7.
यदि p तथा q दो धनात्मक पूर्णांक हैं जिसमें $p = a^2b^3$ तथा $q = a^3b$ है। यहाँ a तथा b अभाज्य संख्याएँ हैं तो सत्यापित कीजिए।
LCM (p, q) x HCF (p, q) = pq

Question 8.
किसी AP के प्रथम n पदों का योग, $S_n = 2n^2 + 3$ हैं। तो AP का 16 वाँ पद ज्ञात कीजिए।

Question 9.
k के किस मान के लिये, रैखिक समीकरणों $kx + y = k^2$ तथा $x + ky = 1$ के युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल होंगे?

Question 10.
यदि $(1, \frac{p}{3})$ बिंदुओं (2, 0) तथा $(0, \frac{2}{9})$ को जोड़ने वाले रेखाखंड का मध्य बिन्दु है, तो दर्शाइये कि रेखा $5x + 3y + 2 = 0$ बिंदु (-1, 3p) से गुजरती है।

Question 11.
एक बक्से में 11 से 123 तक की अंकित संख्याओं वाले कार्ड हैं। यदि इस बक्से में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला जाता है, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकाले गए कार्ड पर अंकित संख्या:
(i) एक पूर्ण वर्ग है।
(ii) एक 7 का गुणज है।

Question 12.
एक बैग में 12 गेंदे हैं, जिनमें से कुछ गेंदे लाल रंग की हैं। यदि उनमें 6 लाल गेंदें और डाल दी जाएँ और इसमें से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है तो लाल गेंद निकालने की प्रायिकता पहले निकाली गई प्रायिकता की दुगुनी है। बैग में लाल गेंदों की संख्या ज्ञात कीजिए।

SECTION C

प्रश्न संख्या 13 से 22 तक प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।

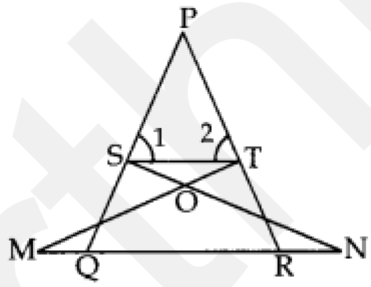
Question 13.
सिद्ध कीजिए कि n, n + 2 या n + 4 में से केवल एक ही संख्या 3 से विभाज्य है।

Question 14.
बहुपद $3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$ के अन्य सभी शून्यक ज्ञात कीजिए, यदि इसके दो शून्यक $\sqrt{\frac{5}{3}}$ तथा $-\sqrt{\frac{5}{3}}$ है|

Question 15.
दो अंकों की एक संख्या का सात गुना संख्या के अंकों को पलटने से बनी संख्या का चार गुना है। यदि अंकों का अंतर 3 है, तो संख्या ज्ञात कीजिए।

Question 16.
वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें x-अक्ष, बिंदुओं (-4, -6) तथा (-1, 7) को मिलाने वाला रेखाखंड को विभाजित करता है? इस विभाजन बिंदु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।
अथवा
बिंदु A(4, -2), B(7, 2), C(0, 9) तथा D(-3, 5) एक समान्तर चतुर्भुज के शीर्ष हैं। AB को आधार मानकर समान्तर चतुर्भुज की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

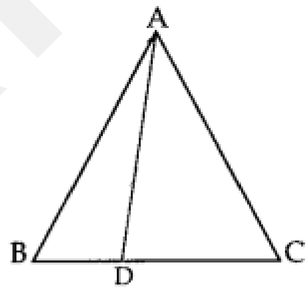
Question 17.
दी गई आकृति में, $\angle 1 = \angle 2$ तथा $\Delta NSQ = \Delta MTR$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\Delta PTS \sim \Delta PRQ$ है।

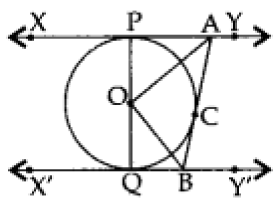


अथवा
एक समबाहु त्रिभुज ABC में, भुजा BC पर D एक बिंदु इस प्रकार स्थित है कि $BD = \frac{1}{3}$ BC है। सिद्ध कीजिए कि $9AD^2 = 7AB^2$.

Question 18.
दी गई आकृति में, XY तथा X'Y', O केन्द्र वाले किसी वृत्त पर दो समान्तर स्पर्श रेखाएँ हैं और स्पर्श बिंदु C पर स्पर्श रेखा AB, XY को A तथा X'Y' को B पर प्रतिच्छेदित करती है। सिद्ध कीजिए कि $\angle AOB = 90°$ है।

Question 19.





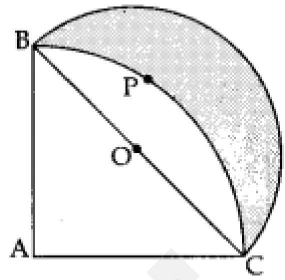
ज्ञात कीजिए : $\dfrac{\operatorname{cosec}^2 63° + \tan^2 24°}{\cot^2 66° + \sec^2 27°} + \dfrac{\sin^2 63° + \cos 63° \sin 27° + \sin 27° \sec 63°}{2(\operatorname{cosec}^2 65° - \tan^2 25°)}$

अथवा
यदि $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$ है, तो $\tan\theta + \cot\theta$ का मान ज्ञात कीजिए।

Question 20.
दी गई आकृति में, ABPC त्रिज्या 14 cm वाला एक चतुर्थांश है तथा BC को व्यास मानकर एक अर्धवृत्त बनाया गया है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Question 21.
6 m चौड़ी और 1.5 m गहरी एक नहर में पानी 10 किमी/घंटा की चाल से बह रहा है। 30 मिनट में यह नहर कितने क्षेत्रफल की सिंचाई कर पाएगी, यदि सिंचाई के लिये 8 cm गहरे पानी की आवश्यकता होती है।

अथवा
14 सेमी भुजा वाले घन में से अधिकतम आकार का शंकु काट लिया जाता है। शंकु काटने के बाद शेष बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



Question 22.
एक परीक्षा में विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त किए गए अंकों से प्राप्त निम्नलिखित बंटन सारणी का बहुलक ज्ञात कीजिए।

प्राप्त किए गए अंक	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
विद्यार्थियों की संख्या	15	18	21	29	17

उपरोक्त बंटन सारणी का माध्य 53 है तो केंद्रीय प्रवृत्ति के मापकों के संबंध का प्रयोग करके माध्यक ज्ञात कीजिए।

SECTION D

प्रश्न संख्या 23 से 30 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

Question 23.
एक रेलगाड़ी एक समान चाल से 360 km की दूरी तय करती है। यदि चाल 5 km प्रति घंटा की दर से बढ़ा दी जाए, तो वह उसी यात्रा में 48 मिनट कम लेती है। रेलगाड़ी की वास्तविक चाल ज्ञात कीजिए।
अथवा
जाँच कीजिए कि समीकरण $5x^2 - 6x - 2 = 0$ के मूल वास्तविक हैं या नहीं। यदि हैं तो उन्हें पूर्ण वर्ग विधि से ज्ञात कीजिए। सत्यापित कीजिए कि प्राप्त मूल समीकरण के हल हैं या नहीं।

Question 24.
एक AP में 37 पद हैं। बीच के तीन पदों का योग 225 है तथा अंतिम तीन पदों का योग 429 है। समान्तर श्रेणी ज्ञात कीजिए।

Question 25.
सिद्ध कीजिए कि समकोण त्रिभुज में, कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है।
अथवा
सिद्ध कीजिए कि दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के अनुपात के वर्ग के बराबर होता है।

Question 26.
एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें BC = 7 cm, $\angle B = 45°$, $\angle A = 105°$ है। फिर एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी भुजाएँ दिए गए त्रिभुज की संगत भुजाओं की $\frac{4}{3}$ गुनी हों।

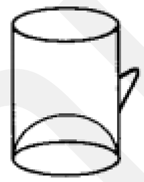
Question 27.
सिद्ध कीजिए:

$$\frac{cos\theta - sin\theta + 1}{cos\theta + sin\theta - 1} = cosec\theta + cot\theta$$

Question 28.
टॉवर के शिखर से 50 मीटर ऊँची बिल्डिंग के शिखर तथा पाद का अवनमन कोण क्रमशः 30° तथा 60° है। टॉवर की ऊँचाई ज्ञात कीजिए तथा बिल्डिंग व टॉवर के बीच की ऊर्ध्वाधर दूरी ज्ञात कीजिए।

Question 29.
A तथा B दो दूध बेचने वाले ग्राहकों को नगण्य चौड़ाई परंतु निचले आधार (तली) में एक उभरे हुए अर्धगोले वाले बेलनाकार गिलास में दूध बेचते हैं। जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है। दोनों गिलास 14 सेमी ऊँचे तथा 7 सेमी व्यास वाले हैं। दोनों A तथा B, दूध को ₹ 80 प्रति लीटर की दर से बेचते हैं। A दूध वाला दूध की धारिता ज्ञात करने के लिये $\pi r^2 h$ सूत्र प्रयोग करता है तथा ₹ 43.12 प्रति गिलास की दर से बेचता है। B दूध वाला यह सोचता है कि दूध की कीमत उसकी वास्तविक मात्रा के अनुसार लेनी चाहिए। B दूध वाले के अनुसार एक गिलास दूध की कितनी कीमत होनी चाहिए? B दूध वाल ग्राहकों से प्रति गिलास दूध का क्या मूल्य ले रहा है। ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)

Question 30.
निम्नलिखित बंटन सारणी एक क्षेत्र के बच्चों के दैनिक जेब खर्च को दर्शाता है। जेब खर्च का माध्य 18 है तो k का मान ज्ञात कीजिए।



दैनिक जेब खर्च (₹ में)	11-13	13-15	15-17	17-19	19-21	21-23	23-25
बच्चों की संख्या	3	6	9	13	k	5	4

अथवा
निम्नलिखित बंटन सारणी में 68 विद्यार्थियों द्वारा जेवलिन थ्रो प्रतियोगिता में तय की गई दूरी (मीटर में) दर्शायी

दूरी (मीटर में)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
विद्यार्थियों की संख्या	4	5	13	20	14	8	4

दिए गए आँकड़ों 'से कम प्रकार का तोरण' खींचिए तथा वक्र द्वारा माध्यक की दूरी ज्ञात कीजिए।

SOLUTIONS

Solution 1.
$\frac{7}{75} = \frac{7}{3 \times 5^2 \times 2^0}$
भिन्न $\frac{7}{75}$ का हर 75 , $3^n \times 5^m$ के रूप में हैं, जहाँ n तथा m ऋणात्मक पूर्णांक नहीं है।
अतः $\frac{7}{75}$ असांत आवर्ती दशमलव प्रसार है।

Solution 2.
समीकरण : $3x^2 - k\sqrt{3}\,x + 4 = 0$
दिया है $a = 3, b = -k\sqrt{3}, c = 4$
समान मूलों के लिये, $D = b^2 - 4ac = 0$
$\Rightarrow (-k\sqrt{3})^2 - 4 \times 3 \times 4 = 0$
$\Rightarrow 3k^2 = 48$
$\Rightarrow k^2 = 16$
$\Rightarrow k = \pm 4$

Solution 3.
समांतर श्रेढी : 27, 23, 19, ..., -65
$a = 27, d = 23 - 27 = -4, a_n = l = -65$
अंतिम से n वाँ पद = $l - (n - 1)d$
अंतिम से 11वाँ पद = $l - 10d = -65 - 10(-4) = -65 + 40 = -25$
$a_{11} = -25$

Solution 4.
बिंदु (0, 5) अ-अक्ष पर बिंदु (-2, 5) के सबसे निकट का बिंदु है।

Solution 5.

Solution 6.

जैसा कि हम जानते हैं, $\frac{\Delta PST \text{ का क्षे०}}{\Delta PRQ \text{ का क्षे०}} = \left(\frac{PS}{PR}\right)^2$

$\therefore \frac{\Delta PST \text{ का क्षे०}}{\Delta PRQ \text{ का क्षे०}} = \left(\frac{3}{3+4}\right)^2 = \frac{9}{49}$

दिया है : $\cos A = \frac{2}{5}$
अब, $4 + 4\tan^2 A$
$\Rightarrow 4(1 + \tan^2 A)$
$\Rightarrow 4\sec^2 A$ ...[$\because 1 + \tan^2 A = \sec^2 A$
$\Rightarrow 4\left(\frac{5}{2}\right)^2 = 25$ ...[$\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{5}{2}$

Solution 7.
दिया है : $p = a^2b^3$ तथा $q = a^3b$
यहाँ LCM $(p, q) = a^3b^3$
HCF $(p, q) = a^2b$
सिद्ध करना है: LCM (p, q) x HCF (p, q) = pq
$(a^3b^3) \times (a^2b) = a^2b^3 . a^3b$
$a^5b^4 = a^5b^4$ ..(इति सिद्धम)

Solution 8.
दिया है : $Sn = 2n^2 + 3n$
n = 1 रखने पर, $S_1 = 2 + 3 = 5 = a_1$
n = 2 रखने पर, $S_2 = 8 + 6 = 14$
$a_2 = S_2 - S_1 = 14 - 5 = 9$
$d = a_2 - a_1 = 9 - 5 = 4$
$a_{16} = a_1 + 15d = 5 + 15(4) = 65$

Solution 9.

$$kx + y = k^2 \text{ तथा } x + ky = 1$$

यहाँ, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{k}{1}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{k}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{k^2}{1}$

$\therefore$ अपरिमित रूप से अनेक हल हैं, यदि

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

$\Rightarrow$ प्रथम दो को हल करने पर,

$$\frac{k}{1} = \frac{1}{k} \Rightarrow k^2 = 1 \Rightarrow k = \pm 1 \quad ...(i)$$

$\Rightarrow$ अंतिम दो को हल करने पर,

$$\frac{1}{k} = \frac{k^2}{1} \Rightarrow k^3 = 1 \Rightarrow k = 1 \quad ...(ii)$$

(i) तथा (ii), से $\boldsymbol{k = 1}$

Solution 10.

चूँकि $\left(1, \frac{p}{3}\right)$ बिंदुओं $(2, 0)$ तथा $\left(0, \frac{2}{9}\right)$ को जोड़ने वाले रेखाखण्डों का मध्य-बिंदु है।

$$\therefore \frac{p}{3} = \frac{0 + \frac{2}{9}}{2} \Rightarrow p = \frac{1}{3}$$

रेखा $5x + 3y + 2 = 0$ के बिंदु $(-1, 3p)$ से गुज़रने की स्थिति में,

तब $x = -1, y = 3p = 3 \times \frac{1}{3} = 1$

x तथा y का मान समीकरण रखने पर,

$$5(-1) + 3(1) + 2 = 0$$

चूँकि बिंदु समीकरण को संतुष्ट करते हैं, अतः रेखा बिन्दु $(-1, 3p)$ से गुज़रती है।

Solution 11.

कुल परिणामों की संख्या = 123 – 11 + 1 = 113

(i) अनुकूल परिणाम हैं: 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121 अर्थात् 8

P(एक पूर्ण वर्ग संख्या) = $\frac{8}{113}$

(ii) अनुकूल परिणाम हैं: 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98, 105, 112, 119 अर्थात् 16

P(एक 7 का गुणज) = $\frac{16}{113}$

Solution 12.

गेंदों की कुल संख्या = 12

माना लाल गेंदों की संख्या = x

$\therefore$ P(लाल गेंद) $= \frac{x}{12}$

6 लाल गेंदे और मिलाने पर कुल गेंदे = 12 + 6 = 18

$\therefore$ लाल गेंदों की संख्या $= x + 6$

P(लाल गेंद) $= \frac{x+6}{18}$

प्रश्नानुसार,

$$\frac{x+6}{18} = 2\left(\frac{x}{12}\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{x+6}{18} = \frac{x}{6}$$

$\Rightarrow 6x + 36 = 18x \qquad \therefore \quad x = 3$

$\therefore$ **बैग में 3 लाल गेंदे हैं।**

Solution 13.

माना n = 3k, 3k + 1 अथवा 3k + 2

(i) जब n = 3k, n, 3 से विभाज्य है।

n + 2 = 3k + 2

n + 2, 3 से विभाज्य नहीं है।

n + 4 = 3k + 4 = 3(k + 1) + 1

n + 4, 3 से विभाज्य नहीं है।

(ii) जब n = 3k + 1, n, 3 से विभाज्य नहीं है।

(n + 2) = (3k + 1) + 2 = 3k + 3 = 3(k + 1)

(n + 2), 3 से विभाज्य है।

(n + 4) = (3k + 1) + 4 = 3k + 5 = 3(k + 1) + 2

(n + 4), 3 से विभाज्य नहीं है।

(iii) जब n = 3k + 2, n, 3 से विभाज्य नहीं है।

n + 2 = (3k + 2) + 2 = 3k + 4 = 3(k + 1) + 1

n + 2, 3 से विभाज्य नहीं है।

n + 4 = 3k + 2 + 4 = 3k + 6 = 3(k + 2)

n + 4, 3 से विभाज्य है।

अतः संख्या n, n + 2 या n + 4 में से एक 3 से विभाज्य है।

Solution 14.

$\sqrt{\frac{5}{3}}$ तथा $-\sqrt{\frac{5}{3}}$ समीकरण $3x^4+6x^3-2x^2-10x-5$ के दो शून्यक हैं।

$$\therefore \left(x-\sqrt{\frac{5}{3}}\right)\left(x+\sqrt{\frac{5}{3}}\right) = x^2 - \left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2 = \left(x^2-\frac{5}{3}\right)$$

भाग देने पर,

$$\begin{array}{r|l} & 3x^2 + 6x + 3 \\ \hline x^2-\frac{5}{3} & 3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5 \\ & \underline{\overset{-}{3x^4} \qquad \overset{+}{-}\, 5x^2} \\ & 6x^3 + 3x^2 - 10x - 5 \\ & \underline{\overset{-}{6x^3} \qquad \overset{+}{-}\, 10x} \\ & 3x^2 - 5 \\ & \underline{\overset{-}{3x^2} \qquad \overset{+}{-}\, 5} \\ & 0 \end{array}$$

अब, $3x^4+6x^3-2x^2-10x-5$

$$= \left(x^2-\frac{5}{3}\right)(3x^2+6x+3)$$

$$= \left(x^2-\frac{5}{3}\right).\,3(x^2+2x+1)$$

$$= 3\left(x^2-\frac{5}{3}\right)(x+1)^2$$

...[$\because a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$$= 3\left(x-\sqrt{\frac{5}{3}}\right)\left(x+\sqrt{\frac{5}{3}}\right)(x+1)\,(x+1)$$

$\therefore$ अतः $\sqrt{\frac{5}{3}}, -\sqrt{\frac{5}{3}}$, **-1 तथा -1** सभी शून्यक हैं।

Solution 15.

माना x तथा y क्रमशः इकाई तथा दहाई का अंक हैं। अतः संख्या = 10y + x

अंकों का स्थान बदलने पर बनी संख्या = 10x + y

प्रश्नानुसार,

7(10y + x) = 4(10x + y)

70y + 7x = 40x + 4y

66y – 33x = 0

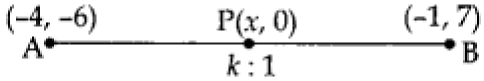
x – 2y = 0 ...(i)

तथा, संख्याओं का अंतर, x – y = 3 ...(ii) ...(दिया है)

(i) तथा (ii), को हल करने पर, x = 6 तथा y = 3

अतः संख्या = 10y + x = 10(3) + 6 = 36

Solution 16.



माना बिंदु A(–4, –6) तथा B(–1, 7), x-अक्ष को P बिंदु पर $k : 1$ के अनुपात में विभाजित करते हैं।

$\therefore$ बिंदु P के निर्देशांक, $P\left(\frac{-k-4}{k+1}, \frac{7k-6}{k+1}\right) = (x, 0)$

$$\frac{7k-6}{k+1} = 0$$

$$7k - 6 = 0$$

$$k = \frac{6}{7} \qquad ...(i)$$

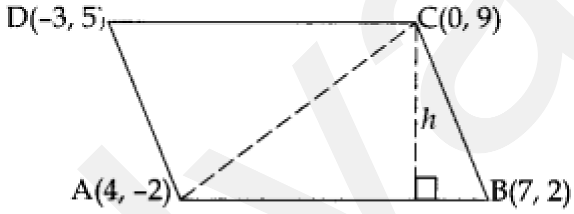
$$x = \frac{-k-4}{k+1}$$

$$x = \frac{\frac{-6}{7} - 4}{\frac{6}{7} + 1} \qquad ...[(i) \text{ से}$$

$$x = \frac{\frac{-34}{7}}{\frac{13}{7}} = \frac{-34}{13}$$

अतः अनुपात **6 : 7** है तथा **P** के निर्देशांक $\left(\mathbf{\frac{-34}{13}, 0}\right)$ हैं।

अथवा



AB को आधार मानते हुए माना कि समान्तर चतुर्भुज की ऊँचाई h है।

$$AB = \sqrt{(7-4)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{9+16} = \mathbf{5}$$

ΔABC का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$= \frac{1}{2}[4(2-9) + 7(9+2) + 0(-2-2)]$$

$$= \frac{1}{2}[-28 + 77] = \frac{49}{2} \text{ वर्ग इकाई}$$

अब, ΔABC का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times \text{आधार } (AB) \times \text{ऊँचाई } (h)$$

$$\Rightarrow \frac{49}{2} = \frac{1}{2} \times 5 \times h$$

$$\Rightarrow h = \frac{49}{5} = 9.8 \text{ इकाई}$$

अतः समान्तर चतुर्भुज की ऊँचाई, $h = 9.8$ इकाई

Solution 17.

दिया है: $\Delta NSQ \cong \Delta MTR$ तथा $\angle 1 = \angle 2$

सिद्ध करना है: $\Delta PTS \sim \Delta PRQ$

उपपत्ति: $\angle SQN = \angle TRM$ **...[$\because$ $\Delta NSQ \cong \Delta MTR$**

...[समान भुजाओं के सम्मुख कोण

अथवा $\angle PQR = \angle PRQ$

ΔPST में, $\angle P + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ...(*i*)

ΔPQR में, $\angle P + \angle PQR + \angle PRQ = 180^\circ$ ...(*ii*)

...[कोणों का योग गुणधर्म

(*i*) तथा (*ii*) से,

$\angle P + \angle 1 + \angle 2 = \angle P + \angle PQR + \angle PRQ$

$\angle 1 + \angle 2 = \angle PQR + \angle PRQ$

...[चूँकि $\angle 1 = \angle 2$ तथा $\angle PQR = \angle PRQ$

$2\angle 1 = 2\angle PQR$

$\therefore \angle 1 = \angle PQR$

इसी प्रकार, $\angle 2 = \angle PRQ$

ΔPTS तथा ΔPRQ में,

$\angle 1 = \angle PQR, \quad \angle 2 = \angle PRQ$

$\angle TPS = \angle RPQ$ **...[उभयनिष्ठ**

$\therefore$ **$\Delta PTS \sim \Delta PRQ$** **...[AAA समरूपता**

वैकल्पिक हल :

$\angle 1 = \angle 2$ ...[दिया

$\therefore$ PS = PT (*i*)...[समान कोणों की सम्मुख भुजा

$\Delta NSQ \cong \Delta MTR$ ...[दिया है

$\therefore$ $\angle 3 = \angle 4$ ...[सर्वांगसम त्रिभुजों के सम्मुख भाग समान होते है।

SQ = TR (*ii*)...[समान कोणों की सम्मुख भुजा

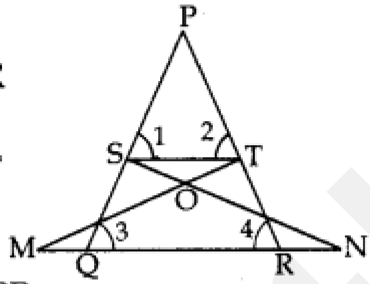
(*i*) तथा (*ii*), को जोड़ने पर

PS + SQ = PT + TR

PQ = PR ...(*iii*)

समीकरण (*i*) से, PS = PT

$$\frac{PS}{PT} = 1 \quad ...(iv)$$



समीकरण (*iii*) से, PQ = PR

$$\frac{PQ}{PR} = 1 \quad ...(v)$$

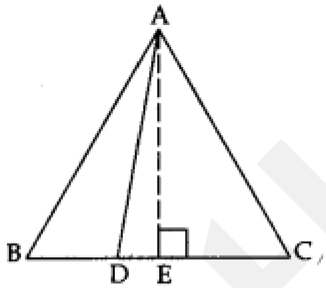
(*iv*) तथा (*v*) से, $\frac{PS}{PT} = \frac{PQ}{PR}$

$\Rightarrow \frac{PS}{PQ} = \frac{PT}{PR}$

$\angle P = \angle P$ ...[उभयनिष्ठ

$\therefore \Delta PST \sim \Delta PQR$ ...[SAS समरूपता

अथवा



दिया है: ΔABC एक समबाहु Δ है तथा भुजा BC पर D एक ऐसा बिंदु है जिससे $BD = \frac{1}{3} BC$.

सिद्ध करना है: $9AD^2 = 7AB^2$

रचना: $AE \perp BC$ खींचा।

उपपत्ति: $BD = \frac{1}{3} BC$ ...(*i*) ...[दिया है

$\therefore DC = \frac{2}{3} BC$ ...(*ii*)

$\therefore BE = EC = \frac{1}{2} BC$ ...(*iii*)...[$\because AE \perp BC$

समकोण ΔAED में, $AD^2 = AE^2 + DE^2$ ...(*iv*)

समकोण ΔAEB में, $AB^2 = AE^2 + BE^2$ ...(*v*)

(*iv*) में से (*v*) घटाने पर,

$$AD^2 - AB^2 = AE^2 + DE^2 - AE^2 - BE^2$$
$$AD^2 - AB^2 = DE^2 - BE^2$$
$$AD^2 = AB^2 + (BE - BD)^2 - BE^2$$
$$AD^2 = AB^2 + \left(\frac{BC}{2} - \frac{BC}{3}\right)^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2$$

...[(*i*) और (*ii*) से

Solution 18.

$$= AB^2 + \left(\frac{3BC - 2BC}{6}\right)^2 - \frac{BC^2}{4}$$

$$= AB^2 + \left(\frac{BC}{6}\right)^2 - \frac{BC^2}{4}$$

$$= AB^2 + \frac{BC^2}{36} - \frac{BC^2}{4}$$

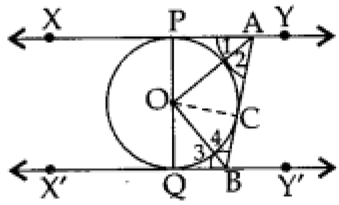
$$= AB^2 + \frac{AB^2}{36} - \frac{AB^2}{4}$$

...$\left[\begin{array}{l}\because \Delta ABC \text{ एक समबाहु } \Delta \text{ है।} \\ \therefore AB = BC = AC\end{array}\right.$

$$= \frac{36AB^2 + AB^2 - 9AB^2}{36}$$

$$AD^2 = \frac{28AB^2}{36} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{AD^2 = \frac{7AB^2}{9}}$$

$\therefore$ **$9AD^2 = 7AB^2$** **...(इति सिद्धम्)**



दिया है: केन्द्र O वाला एक वृत्त तथा अन्य स्पर्श रेखा AB, स्पर्श बिंदु C से गुज़रती हुई, XY को A तथा X′Y′ को B पर प्रतिच्छेदित करती है।

रचना : OC को मिलाया।

सिद्ध करना है : $\angle AOB = 90^\circ$

उपपत्ति : $XY \parallel X'Y'$ ...[दिया है

ΔOPA तथा ΔOCA में,

$OP = OC$ ...[समान वृत्त की त्रिज्याएँ

$PA = CA$ ...[वृत्त के बाह्य बिंदु से खींची गई स्पर्श रेखाएँ समान होती हैं

$AO = AO$ ...[उभयनिष्ठ

$\therefore \Delta OPA \cong \Delta OCA$ ...[SSS समरूपता

अत: $\angle 1 = \angle 2$

...[सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत कोण भाग बराबर होते हैं।

उसी प्रकार, $\angle 3 = \angle 4$

अब, $\angle PAB + \angle QBA = 180^\circ$ ...[$\because XY \parallel X'Y'$

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$

$\Rightarrow 2\angle 2 + 2\angle 4 = 180^\circ$ ...[$\because \angle 1 = \angle 2$ तथा $\angle 3 = \angle 4$

$\Rightarrow \angle 2 + \angle 4 = 90^\circ$ ...(*i*)

ΔOAB में,

$\angle AOB + \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ ...[कोणों का योग गुणधर्म

$\angle AOB + \angle 90^\circ = 180^\circ$ ...(*i*)से

$\therefore$ **$\angle AOB = 90^\circ$** ...(इति सिद्धम्)

Solution 19.

$$\frac{\operatorname{cosec}^2 63^\circ + \tan^2 24^\circ}{\cot^2 66^\circ + \sec^2 27^\circ} + \frac{\sin^2 63^\circ + \cos 63^\circ \sin 27^\circ + \sin 27^\circ \sec 63^\circ}{2(\operatorname{cosec}^2 65^\circ - \tan^2 25^\circ)}$$

$$= \frac{\operatorname{cosec}^2 63^\circ + \tan^2 24^\circ}{\tan^2(90^\circ - 66^\circ) + \operatorname{cosec}^2(90^\circ - 27^\circ)} + \frac{\sin^2 63^\circ + \cos 63^\circ \cos(90^\circ - 27^\circ) + \sin 27^\circ \operatorname{cosec}(90^\circ - 63^\circ)}{2[\operatorname{cosec}^2 65^\circ - \cot^2(90^\circ - 25^\circ)]}$$

$$= \frac{\operatorname{cosec}^2 63^\circ + \tan^2 24^\circ}{\tan^2 24^\circ + \operatorname{cosec}^2 63^\circ} + \frac{\sin^2 63^\circ + \cos 63^\circ \cos 63^\circ + \sin 27^\circ \operatorname{cosec} 27^\circ}{2(\operatorname{cosec}^2 65^\circ - \cot^2 65^\circ)}$$

$$= \frac{\tan^2 24^\circ + \operatorname{cosec}^2 63^\circ}{\tan^2 24^\circ + \operatorname{cosec}^2 63^\circ} + \frac{\sin^2 63^\circ + \cos^2 63^\circ + \sin 27^\circ \times \frac{1}{\sin 27^\circ}}{2(\operatorname{cosec}^2 65^\circ - \cot^2 65^\circ)}$$

$$= 1 + \frac{1+1}{2(1)} = 1 + 1 = 2 \quad \ldots \left[\begin{array}{l} \because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \\ \sin\theta = \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta} \\ \operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1 \end{array}\right.$$

अथवा

दिया है $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$

$\Rightarrow (\sin\theta + \cos\theta)^2 = (\sqrt{2})^2$ ...[दोनों ओर वर्ग करने पर

$\Rightarrow \sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta = 2$

$\Rightarrow 1 + 2\sin\theta\cos\theta = 2$

$\Rightarrow \sin\theta\cos\theta = \frac{1}{2}$ ...(*i*)

जैसा कि हम जानते हैं, $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ ...(*ii*)

(*ii*) को (*i*) से भाग करने पर,

$$= \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{1}{½}$$

$$= \frac{\sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} = 2$$

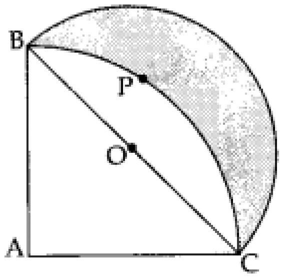
$$\Rightarrow \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = 2$$

$\therefore$ **$\tan\theta + \cot\theta = 2$**

Solution 20.

माना चतुर्थांश की त्रिज्या

$R = 14$ cm



समकोण ΔBAC में,

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

...[पाइथागोरस प्रमेयानुसार

$= 14^2 + 14^2$

$= 2(14)^2$

$BC = +14\sqrt{2}$

...[चूँकि भुजा कभी ऋणात्मक नहीं हो सकती

$\therefore$ अर्धवृत्त की त्रिज्या, $r = \frac{BC}{2} = \frac{14\sqrt{2}}{2} = 7\sqrt{2}$

छायांकित भाग का क्षेत्रफल

$= \Delta ABC$ का क्षे० + अर्धवृत्त का क्षे० – चतुर्थांश का क्षे०

$$= \frac{1}{2} \times AC \times AB + \frac{1}{2}\pi r^2 - \frac{1}{4}\pi R^2$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 14 \times 14\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times (7\sqrt{2})^2\right) - \left(\frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times (14)^2\right)$$

$$= (98) + \left(\frac{11}{7} \times 98\right) - \left(\frac{11}{14} \times 196\right)$$

$= 98 + 154 - 154 =$ **98 cm²**

Solution 21.

पहली विधि :

नहर में 1 घंटे में पानी की चाल = 10 km

$\therefore$ नहर में 30 मिनट में पानी की चाल

$= 10 \times \frac{30}{60} = 5$ km या 5000 m

$l = \frac{10}{2} = 5 \text{ km} = 5000 \text{ m}$ (***30 मिनट में***)

$l = 5000 \text{ m}, \; b = 6 \text{ m}, h = 1.5 \text{ m}$

खेत में स्थिर जल का आयतन

= 30 मिनट में बहे पानी का आयतन

(खेत का क्षेत्रफल) × ऊँचाई = lbh

(खेत का क्षेत्रफल) × $\frac{8}{100} = 5000 \times 6 \times 1.5$

...$\left[\because 8 \text{ cm} = \frac{8}{100} \text{ m}\right.$

$\therefore$ खेत का क्षेत्रफल $= 5{,}000 \times 6 \times \frac{15}{10} \times \frac{100}{8}$

= 562500 m^2 या 56.25 हेक्टेयर

...[1 हेक्टेयर = 10,000 m^2

दूसरी विधि :

वांछित क्षेत्रफल

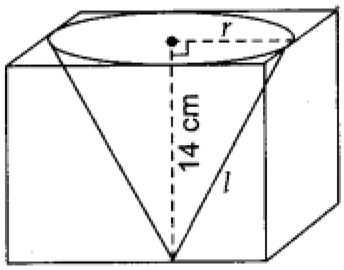
$= \frac{\text{30 मिनट में नहर में बहे पानी का आयतन}}{\text{स्थिर जल की ऊँचाई}}$

$= \frac{5000 \times 6 \times 1.5}{\frac{8}{100}} \quad = 5{,}000 \times 6 \times \frac{15}{10} \times \frac{100}{8}$

= 562500 m^2 अथवा 56.25 हेक्टेयर

अथवा

माना r तथा l क्रमशः शंकु की त्रिज्या तथा तिर्यक ऊँचाई हैं।



शंकु का अधिकतम व्यास = घन की भुजा = 14 cm

$\therefore\ r = \frac{14}{2} = 7$ cm

तिर्यक ऊँचाई, $l = \sqrt{(14)^2 + (7)^2} = \sqrt{245} = 7\sqrt{5}$

बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल

= घन का क्षे० – आधार का क्षे० + शंकु का पृ० क्षे०

= $6(\text{भुजा})^2 - \pi r^2 + \pi r l$

= $6 \times 14 \times 14 - \frac{22}{7} \times 7 \times 7 + \frac{22}{7} \times 7 \times 7\sqrt{5}$

= $1176 - 154 + 154\sqrt{5}$

= $\mathbf{(1022 + 154\sqrt{5})\,cm^2}$

Solution 22.

प्राप्त किये गए अंक	विद्यार्थियों की संख्या (*f*)
0 - 20	15
20 - 40	18
40 - 60	$21 f_0$
60 - 80	$29 f_1$
80 - 100	$17 f_2$

बहुलक $= l + \left(\dfrac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

...[$l = 60; f_1 = 29; f_0 = 21, f_2 = 17; h = 20$

$= 60 + \left(\dfrac{29 - 21}{58 - 21 - 17}\right) \times 20$

$= 60 + \dfrac{8}{20} \times 20 = \mathbf{68}$

अतः अंकों का बहुलक = 68

केंद्रीय प्रवृत्ति के मापकों के बीच संबंध–

3 माध्यक = बहुलक + 2 माध्य

3 माध्यक = 68 + 2 × 53 ...[**दिया है माध्य = 53**

3 माध्यक = 68 + 106

माध्यक $= \dfrac{174}{3}$ = 58 अंक

$\therefore$ **माध्यक = 58 अंक**

Solution 23.

माना ट्रेन की वास्तविक चाल = x किमी/घंटा

वास्तविक चाल पर लिया गया समय = $\frac{360}{x}$ घंटे

बढ़ी हुई चाल पर लिया गया समय = $\frac{360}{x+5}$ घंटे

प्रश्नानुसार, $\frac{360}{x} - \frac{360}{x+5} = \frac{48}{60}$ मिनट

$\Rightarrow 360\left[\frac{1}{x} - \frac{1}{x+5}\right] = \frac{4}{5}$

$\Rightarrow 360\left[\frac{x+5-x}{x(x+5)}\right] = \frac{4}{5}$

$\Rightarrow \frac{1800}{x^2+5x} = \frac{4}{5}$

$\Rightarrow 4x^2 + 20x = 9000$

$\Rightarrow x^2 + 5x - 2250 = 0$ ...[5 से भाग देने पर

$\Rightarrow x^2 + 50x - 45x - 2250 = 0$

$\Rightarrow x(x+50) - 45(x+50) = 0$

$\Rightarrow (x+50)(x-45) = 0$

$\Rightarrow x = 45$ *अथवा* $x = -50$ (अस्वीकृत)

...[चूँकि चाल कभी ऋणात्मक नहीं हो सकती।

$\therefore$ रेल की वास्तविक चाल = 45 किमी/घंटा

अथवा

$$5x^2 - 6x - 2 = 0 \quad ...(i)$$

यहाँ $'a' = 5$, $'b' = -6$, $'c' = -2$

जैसा कि हम जानते हैं, $D = b^2 - 4ac$

$$= (-6)^2 - 4 \times 5(-2)$$

$$= 76 > 0 \text{ (वास्तविक मूल)}$$

मूल हैं :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{6 \pm \sqrt{76}}{10}$$

$$= \frac{6 \pm 2\sqrt{19}}{10} = \frac{3 \pm \sqrt{19}}{5}$$

सत्यता की जाँच :

x का मान (i) में रखने पर,

जब $x = \dfrac{3 + \sqrt{19}}{5}$,

$$= 5\left(\frac{3 + \sqrt{19}}{5}\right)^2 - 6\left(\frac{3 + \sqrt{19}}{5}\right) - 2 = 0$$

$$= 5\left(\frac{9 + 19 + 6\sqrt{19}}{25}\right) - \left(\frac{18 + 6\sqrt{19}}{5}\right) - 2 = 0$$

$$= \frac{9 + 19 + 6\sqrt{19} - 18 - 6\sqrt{19} - 10}{5} = 0$$

जब $x = \dfrac{3 - \sqrt{19}}{5}$,

$$= 5\left(\frac{3 - \sqrt{19}}{5}\right)^2 - 6\left(\frac{3 - \sqrt{19}}{5}\right) - 2 = 0$$

$$= 5\left(\frac{9 + 19 - 6\sqrt{19}}{25}\right) - \left(\frac{18 - 6\sqrt{19}}{5}\right) - 2 = 0$$

$$= \frac{9 + 19 - 6\sqrt{19} - 18 + 6\sqrt{19} - 10}{5} = 0$$

अतः मूल समीकरण को संतुष्ट करते हैं।

Solution 24.

माना समान्तर श्रेणी के तीन मध्य पद क्रमशः a – d, a, a + d हैं।

दिया है : (a – d) + a + (a + d) = 225

3a = 225

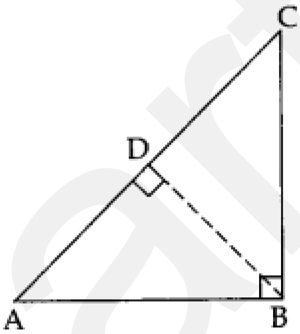
a = 75

अब, A.P. है।

a – 18d, ..., a – 2d, a – d, a, a + d, a + 2d, ..., a + 18d
अंतिम 3 पदों का योग :
(a + 18d) + (a + 17d) + (a + 16d) = 429
$\Rightarrow$ 3a + 51d = 429
$\Rightarrow$ a + 17d = 143 ...[3 से भाग देने पर]
$\Rightarrow$ 75 + 17d = 143
$\Rightarrow$ 17d = 68
$\Rightarrow$ d = 4
अब, पहला पद = a – 18d = 75 – 18(4) = 3
अन्तिम पद = a + 8d = 75 + 4(18) = 75 + 72 = 147
समान्तर श्रेणी 3, 7, 11, ..., 147.

Solution 25.

दिया है : ΔABC, B पर एक समकोण त्रिभुज है।



सिद्ध करना है :
$AB^2 + BC^2 = AC^2$

रचना : $BD \perp AC$ खींचा।

उपपत्ति :

ΔABC तथा ΔADB में,

$\angle A = \angle A$ ...[उभयनिष्ट

$\angle ABC = \angle ADB$ ...[प्रत्येक 90°

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta ADB$ ...[AA समरूपता

$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AB}{AD}$ ...[$\because$ भुजाएँ समानुपाती हैं।

$\Rightarrow AB^2 = AC.AD$ ...(i)

अब, ΔABC तथा ΔBDC में

$\angle C = \angle C$ ...[उभयनिष्ट

$\angle ABC = \angle BDC$ ...[प्रत्येक 90°

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta BDC$ ...[AA समरूपता

$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{BC}{DC}$ ...[$\because$ भुजाएँ समानुपाती हैं

$BC^2 = AC.DC$ ...(ii)

समीकरण (i) तथा (ii) को जोड़ने पर,

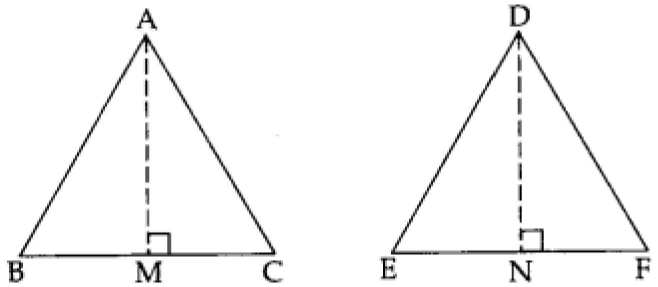
$AB^2 + BC^2 = AC.AD + AC.DC$

$AB^2 + BC^2 = AC.(AD + DC)$

$AB^2 + BC^2 = AC.AC$

$\therefore$ $\mathbf{AB^2 + BC^2 = AC^2}$ ...(इति सिद्धम्)

अथवा



दिया है : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

सिद्ध करना है :

$$\frac{\Delta ABC \text{ का क्षे०}}{\Delta DEF \text{ का क्षे०}} = \left(\frac{AB^2}{DE^2}\right) = \left(\frac{BC^2}{EF^2}\right) = \left(\frac{AC^2}{DF^2}\right)$$

रचना : $AM \perp BC$ तथा $DN \perp EF$ खींचा।

उपपत्ति : ΔABC तथा ΔDEF में,

$$\frac{\Delta ABC \text{ का क्षे०}}{\Delta DEF \text{ का क्षे०}} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AM}{\frac{1}{2} \times EF \times DN} = \frac{BC}{EF} \cdot \frac{AM}{DN} \quad \ldots(i)$$

...[Δ का क्षेत्रफल = ½ × आधार × शीर्षलम्ब

अब, ΔABM तथा ΔDEN में,

$\angle B = \angle E$ **...[∵ ΔABC ~ ΔDEF**

$\angle M = \angle N$ **...[प्रत्येक 90°**

$\therefore \Delta ABM \sim \Delta DEN$ **...[AA समरूपता**

$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AM}{DN}$ $\ldots(ii)$ **...[भुजाएँ समानुपाती हैं।**

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ **...[दिया है**

$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ $\ldots(iii)$ **...[भुजाएँ समानुपाती हैं।**

(ii) तथा (iii) से, $\frac{BC}{EF} = \frac{AM}{DN}$ $\ldots(iv)$

(i) तथा (iv) से, $\frac{\Delta ABC \text{ का क्षे०}}{\Delta DEF \text{ का क्षे०}} = \frac{BC}{EF} \cdot \frac{BC}{EF} = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2$

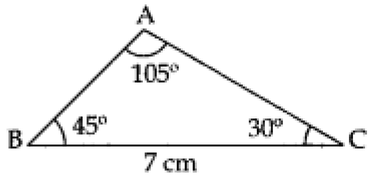
इसी प्रकार हम सिद्ध कर सकते हैं

$$\frac{\Delta ABC \text{ का क्षे०}}{\Delta DEF \text{ का क्षे०}} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AC^2}{DF^2}$$

$$\therefore \frac{\Delta ABC \text{ का क्षे०}}{\Delta DEF \text{ का क्षे०}} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{BC^2}{EF^2} = \frac{AC^2}{DF^2}$$

...(इति सिद्धम्)

Solution 26.



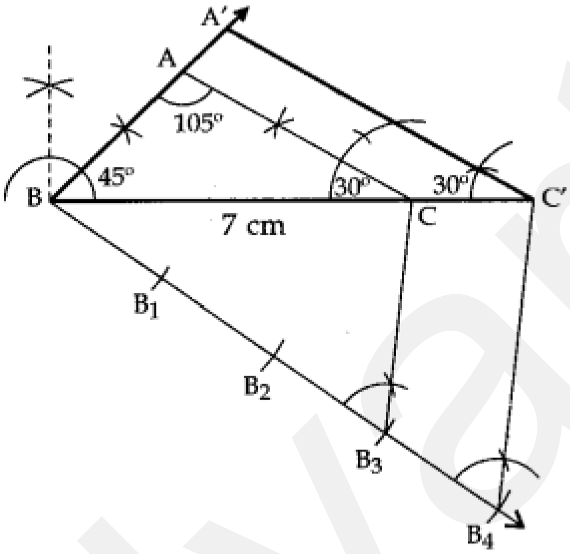
ΔABC में, $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

...[Δ कोणों का योग गुणधर्म

$105° + 45° + \angle C = 180°$

$\angle C = 180° - 150° = \mathbf{30°}$

$\angle B = 45°$ तथा $\angle C = 30°$ बनाते हुए ΔABC बनाइये।



$\Delta A'BC' \sim \Delta ABC$ ...[AA समरूपता

$\frac{A'B}{AB} = \frac{BC'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$ ...(*i*)...[भुजाएँ समानुपाती हैं।

परन्तु $\frac{BC'}{BC} = \frac{BB_4}{BB_3} = \frac{4}{3}$ ...(*ii*)

$\therefore \quad \frac{A'B}{AB} = \frac{BC'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{4}{3}$ ...[(*i*) तथा (*ii*) से

∴ ΔA′BC′ वांछित त्रिभुज है।

Solution 27.

$$\text{L.H.S.} = \frac{\cos\theta - \sin\theta + 1}{\cos\theta + \sin\theta - 1}$$

$$= \frac{\cos\theta - \sin\theta + 1}{\cos\theta + \sin\theta - 1} \times \frac{\cos\theta + \sin\theta + 1}{\cos\theta + \sin\theta + 1}$$

$$= \frac{\cos^2\theta + \sin\theta\cos\theta + \cos\theta - \sin\theta\cos\theta - \sin^2\theta - \sin\theta + \cos\theta + \sin\theta + 1}{\cos^2\theta + \sin\theta\cos\theta + \cos\theta + \sin\theta\cos\theta + \sin^2\theta + \sin\theta - \cos\theta - \sin\theta - 1}$$

$$= \frac{\cos^2\theta + 1 - \sin^2\theta + 2\cos\theta}{\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta - 1}$$

$$= \frac{\cos^2\theta + \cos^2\theta + 2\cos\theta}{1 + 2\sin\theta\cos\theta - 1}$$

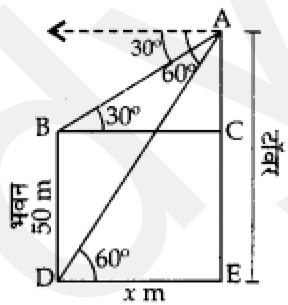
$$= \frac{2\cos^2\theta + 2\cos\theta}{2\sin\theta\cos\theta} \quad \ldots\left[\begin{array}{l}\because\ 1 - \sin^2\theta = \cos^2\theta \\ \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1\end{array}\right.$$

$$= \frac{2\cos\theta(\cos\theta + 1)}{2\sin\theta\cos\theta} = \frac{\cos\theta + 1}{\sin\theta} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{1}{\sin\theta}$$

$= \cot\theta + \text{cosec}\,\theta = \textbf{cosec}\,\boldsymbol{\theta} + \textbf{cot}\,\boldsymbol{\theta} = \textbf{R.H.S.}$

...(इति सिद्धम्)

Solution 28.



माना भवन BD = 50m तथा AE टॉवर है।
भवन व टॉवर के बीच की दूरी x m है।

ΔABC में,

$$\tan 30^\circ = \frac{AC}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AC}{x}$$

$$x = AC\sqrt{3} \quad \ldots(i)$$

$\therefore\ x = 25\sqrt{3}$ m ...[(*ii*) से

ΔADE में,

$$\tan 60^\circ = \frac{AE}{x}$$

$$\sqrt{3} = \frac{CE + AC}{x}$$

$$\sqrt{3} = \frac{50 + AC}{AC\sqrt{3}} \quad \ldots[(i) \text{ से}$$

$3AC = 50 + AC$

$2AC = 50 \Rightarrow AC = 25$m ...(*ii*)

अतः टॉवर की ऊँचाई, AC + CE

$= 25 + 50 = \mathbf{75\ m}$ तथा

भवन तथा टॉवर के बीच की दूरी $= x = \mathbf{25\sqrt{3}\ m}$.

Solution 29.

माना r तथा h क्रमशः गिलास की त्रिज्या तथा ऊँचाई हैं,

$\therefore\ r = \frac{7}{2}$ cm; $\qquad h = 14$ cm

गिलास की धारिता (दूध की वास्तविक मात्रा)

= बेलन का आयतन – अर्धगोले का आयतन

$= \pi r^2 h - \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \pi r^2 (h - \frac{2}{3} r)$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}\left(14 - \frac{2}{3} \times \frac{7}{2}\right)$

$= \frac{77}{2} \times \frac{35}{3} = \frac{2695}{6}\,\text{cm}^3$ or $\frac{2.695}{6}\,l$

डेयरी मालिक B को 1 गिलास दूध के लिये,

₹35.93 $\left(\frac{2695}{6} \times \frac{80}{1000}\right)$ लेने चाहिए।

मूल्यः 1. B ईमानदारी प्रदर्शित करता है।
2. B न्यायसंगत है तथा अपने अधिकारों के साथ-साथ कर्त्तव्यों के प्रति सजग है।

Solution 30.

दैनिक जेब खर्च (रुपयों में)	बच्चों की संख्या (f_i)	x_i	$f_i x_i$
11 – 13	3	12	36
13 – 15	6	14	84
15 – 17	9	16	144
17 – 19	13	18	234
19 – 21	k	20	$20k$
21 – 23	5	22	110
23 - 25	4	24	96
	$\Sigma f_i = 40 + k$		$\Sigma f_i x_i = 704 + 20k$

माध्य = $\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$ ...[दिया है माध्य = 18

$$\Rightarrow 18 = \frac{704 + 20k}{40 + k}$$

$\Rightarrow 720 + 18k = 704 + 20k$

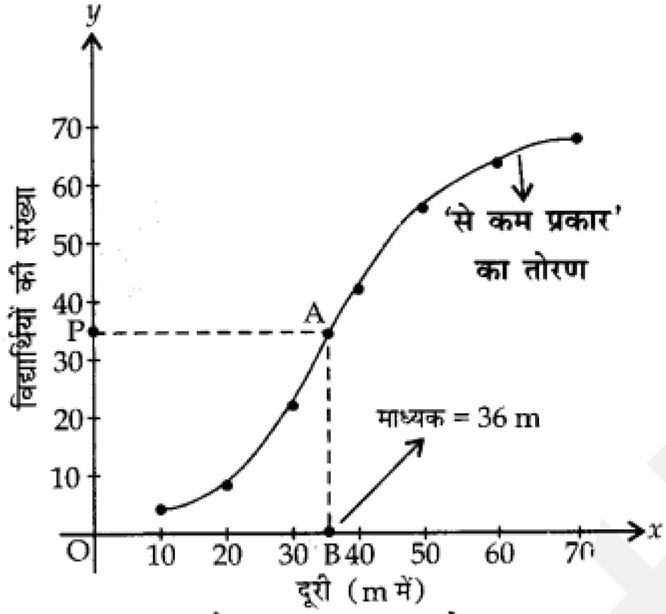
$\Rightarrow 16 = 2k$

$\therefore$ **k = 8**

अथवा

'से कम' प्रकार बारम्बारता सारणी

दूरी (मीटर में)	विद्यार्थियों की संख्या (*c.f.*)
10 से कम	4
20 से कम	9
30 से कम	22
40 से कम	42
50 से कम	56
60 से कम	64
70 से कम	68



'से कम प्रकार' का तोरण

यहाँ $n = 68;$ $\therefore \quad \frac{n}{2} = \frac{68}{2} = 34$

y-अक्ष पर बिंदु P = 34 से बिंदु A पर लम्ब खींचें तथा बिंदु A से x-अक्ष पर बिंदु B लम्ब खींचें जहाँ B= 36 प्राप्त होता है।

$\therefore$ माध्यक = 36