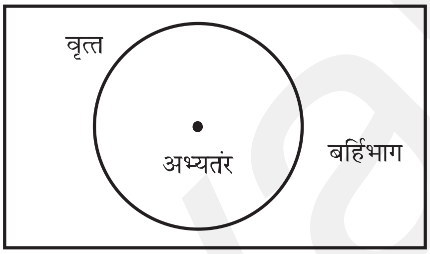
अध्याय 9

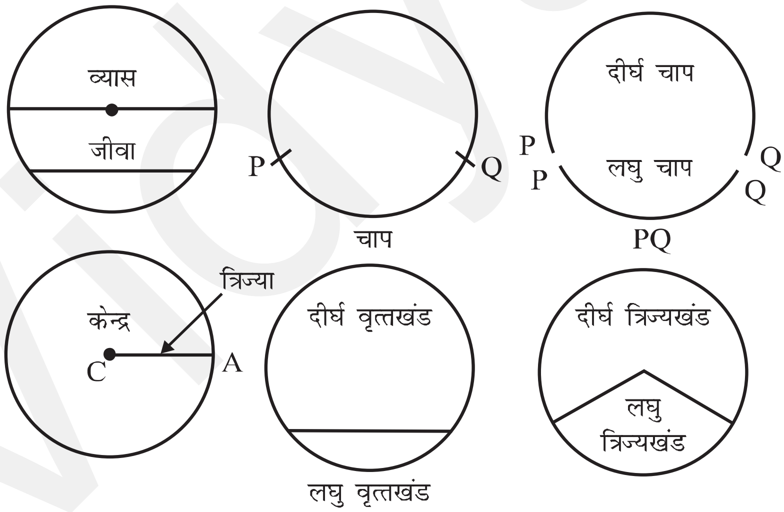
वृत्त

महत्वपूर्ण बिन्दु

1. एक तल पर उन सभी बिन्दुओं का समूह जो तल के एक स्थिर बिन्दु से एक स्थिर दूरी पर स्थित हो, एक वृत्त कहलाता है। स्थिर बिन्दु को वृत्त का केन्द्र व स्थिर दूरी को वृत्त की त्रिज्या कहते हैं।

वृत्त और इससे संबंधित पद



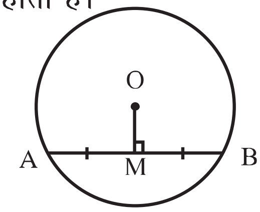


- तीन असरेखीय बिन्दुओं से जाने वाला एक और केवल एक वृत्त होता है।
- वृत्त की बराबर जीवाएँ केन्द्र पर बराबर कोण अंतरित करती है।
- यदि एक वृत्त की जीवाओं द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण बराबर हों तो वे जीवाएँ बराबर होती है।

evidyarthi
https://www.evidyarthi.in

- एक वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लंब जीवा को समद्विभाजित करता है।

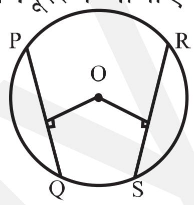
- एक वृत्त के केन्द्र से एक जीवा को समद्विभाजित करने के लिए खींची गई रेखा जीवा पर लम्ब होती हैं।



- एक वृत्त की बराबर जीवाएँ केन्द्र से समान दूरी पर होती हैं।

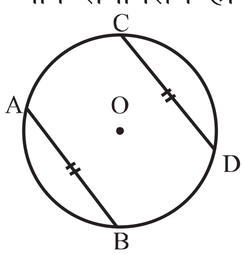
- सर्वांगसम वृत्तों की बराबर जीवाएँ केन्द्रों से समान दूरी पर होती हैं।

- एक वृत्त के केन्द्र से समदूरस्थ जीवाएँ लम्बाई में समान होती हैं।



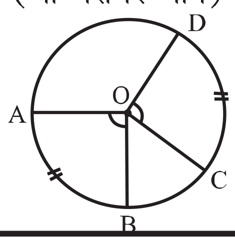
- यदि किसी वृत्त की दो जीवाएं बराबर हों तो उनके संगत चाप सर्वांगसम होते हैं।

- यदि किसी वृत्त के चाप सर्वांगसम हों तो उनकी संगत जीवाएँ बराबर होती हैं।



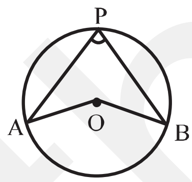
- किसी वृत्त की सर्वांगसम चाप (या बराबर चाप) केन्द्र पर बराबर कोण अंतरित करते हैं।

$\Rightarrow$ $\boxed{\angle AOB = \angle COD}$



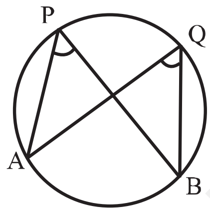
https://www.evidyarthi.in

- एक चाप द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण वृत्त के शेष भाग के किसी बिन्दु पर अंतरित कोण को दुगुना होता है। ⇒ $\angle AOB = 2\angle APB$



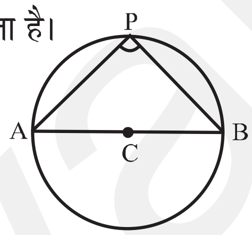
- एक ही वृत्त खण्ड के कोण बराबर होते हैं।

  ⇒ $\angle APB = \angle AQB$

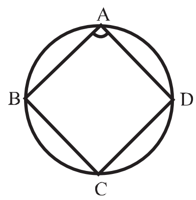


- अर्धवृत्त का कोण समकोण होता है।

  ⇒ $\angle APB = 180°$



- चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के युग्म का योग 180° होता है।



  ⇒ $\angle A + \angle C = 180°$, $\angle B + \angle D = 180°$

- यदि किसी चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के युग्म का योग 180° हो तो यह चतुर्भुज चक्रीय चतुर्भुज होता है।

खंड–अ

1. यदि किसी चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के युग्म का योग 180 हो तो वह चतुर्भुज ....होता है।

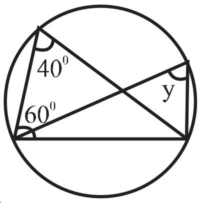
2. एक गोलाकार पिज्जा को चार भागों में बाँटा जाता है। प्रत्येक भाग क्या प्रदर्शित करता है?

3. एक वृत्त का व्यास AD और AB जीवा है। यदि AD=34cm AB=30cm, तो वृत्त के केन्द्र से AB की दूरी ज्ञात कीजिए।

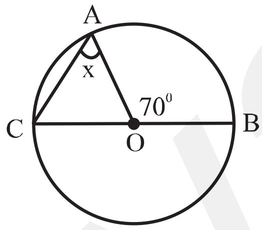
evidyarthi
https://www.evidyarthi.in

4. दिए गए दो संकेन्द्रीय वृत्तों के केन्द्र O हैं। एक रेखा वृत्तों को क्रमशः A, B, C तथा D पर काटती है। यदि AB=10cm तो CD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

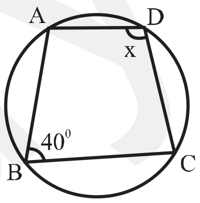
5. दी गई आकृति में y का माप ज्ञात कीजिए।



6. दी गई आकृति में x का माप ज्ञात कीजिए।



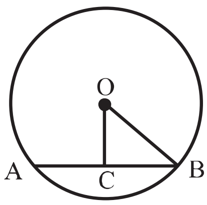
7. x का मान ज्ञात कीजिए।



8. वृत्त का व्यास......................जीवा होती है।

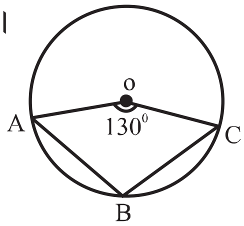
9. ऐसे वृत्त जिनके केन्द्र एक ही हों तथा त्रिज्याएँ अलग-अलग हों उन्हें.......... वृत्त कहते हैं।

10. दी गई आकृति में O से जीवा AB पर OC लम्ब खींचा गया है। यदि OB=5cm और OC=3cm तो AB की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

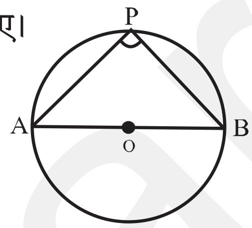


evidyarthi
https://www.evidyarthi.in

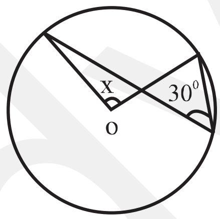
11. दी गई आकृति में O वृत्त का केन्द्र है यदि ∠AOC=130° तो ∠ABC का माप ज्ञात कीजिए।



12. दी गई आकृति में OAB वृत्त का व्यास है और P वृत्त पर स्थित एक बिन्दु है तो ∠APB का मान ज्ञात कीजिए।



13. दी गई आकृति में x का मान ज्ञात कीजिए।

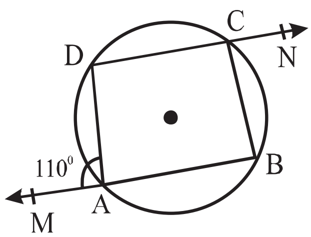


खण्ड-ब

14. सिद्ध कीजिए चक्रीय समान्तर चतुर्भुज एक आयत होता है।

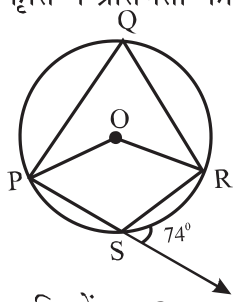
15. यदि एक वृत्त की जीवा उसकी त्रिज्या के समान है तो उस जीवा द्वारा वृत्त पर अंतरित कोण का माप लघु चाप और दीर्घ चाप पर ज्ञात कीजिए।

16. दी गई आकृति में ∠BCN का माप ज्ञात कीजिए।

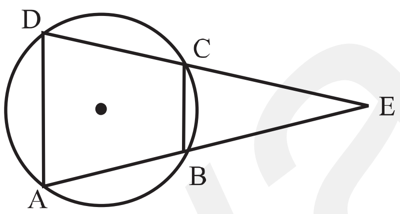


https://www.evidyarthi.in

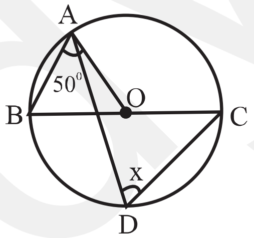
17. दी गई आकृति में प्रतिवर्ती कोण POR ज्ञात कीजिए।



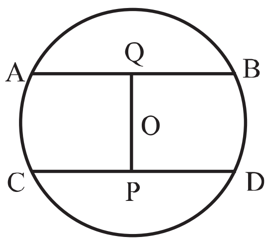
18. दी गई आकृति में ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है। AB और DC बढ़ाने पर E पर मिलते हैं। सिद्ध कीजिए EA x EB = EC x ED.



19. दी गई आकृति में O, वृत्त का केन्द्र है यदि $\angle OAB=50°$ तो **X** का माप ज्ञात कीजिए।

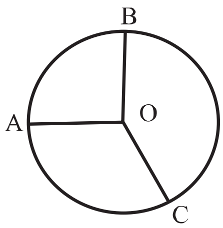


20. दी गई आकृति में O, वृत्त का केन्द्र है तथा वृत्त की त्रिज्या 5cm, $OP \perp CD$, $OQ \perp AB$, AB||CD, AB=6cm और CD=8cm तो PQ ज्ञात कीजिए।

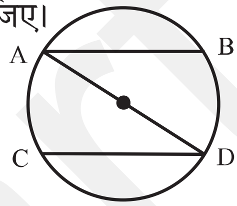


21. दी गई आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है। $\angle AOB = 90°$, $\angle BOC=120°$ $\angle ABC$ का माप ज्ञात कीजिए।

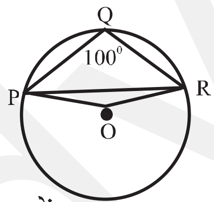
evidyarthi
https://www.evidyarthi.in



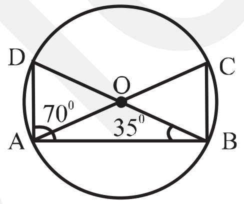
22. दी गई आकृति में, AB तथा CD समान्तर जीवाएँ है यदि चाप AC की लंबाई = 14 cm है तो BD की लंबाई ज्ञात कीजिए।



23. दी गई आकृति में $\angle PQR = 100°$ जहाँ P, Q और R वृत्त पर स्थित है जिसका केन्द्र O है तो $\angle OPR$ का माप ज्ञात कीजिए।



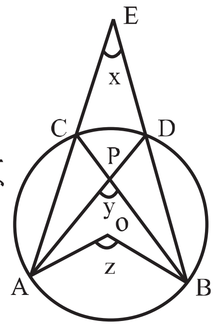
24. दी गई आकृति में O, वृत्त का केन्द्र हैं यदि $\angle ABD = 35°$ और $\angle BAD = 70°$ तो $\angle ACB$ ज्ञात कीजिए।



खण्ड–स

25. दी गई आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है। सिद्ध कीजिए

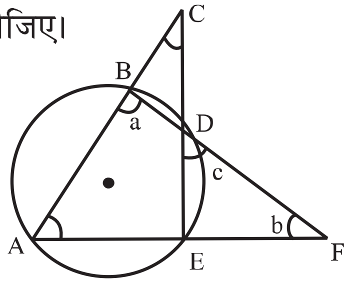
$\angle x + \angle y = \angle z$



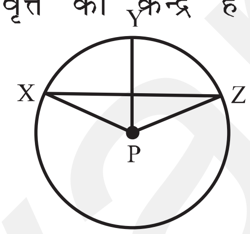
26. यदि समलंब चतुर्भुज की वे दो भुजाएँ जो समान्तर नहीं हैं समान हों तो सिद्ध कीजिए कि यह एक चक्रीय चतुर्भुज है।

https://www.evidyarthi.in

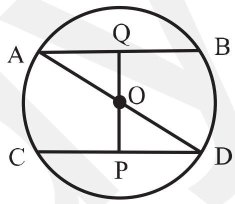
27. दी गई आकृति में यदि $\angle BCD=43^\circ$, $\angle BAF=62^\circ$ हो तो a, b, और c का मान ज्ञात कीजिए।



28. दी गई आकृति में P, वृत्त का केन्द्र है तो सिद्ध कीजिए। $\angle XPZ=2(\angle XZY+\angle YXZ)$

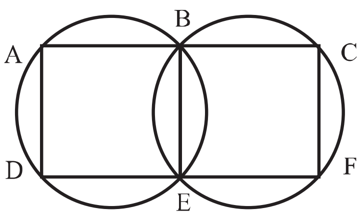


29. दी गई आकृति में AD वृत्त का व्यास तथा O केन्द्र है AB||CD तो सिद्ध कीजिए AB=CD.



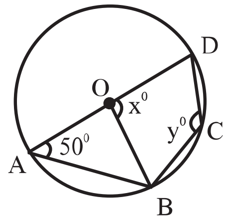
30. सिद्ध कीजिए कि समबाहु त्रिभुज के केन्द्रक और परिकेन्द्र एक ही बिन्दु होते हैं।

31. दी गई आकृति में A, B, C और D, E, F संरेखी बिन्दुओं के दो युग्म हैं तो सिद्ध कीजिए AD||CF.



32. दी गई आकृति में O वृत्त का केन्द्र है और $\angle DAB=50^\circ$ तो x और y के मान ज्ञात कीजिए।

https://www.evidyarthi.in



33. यदि एक वृत्त की दो समान जीवाएँ वृत्त के अभ्यन्तर में एक–दूसरे को प्रतिच्छेदित करती हों तो सिद्ध कीजिए एक जीवा के खण्ड दूसरी जीवा के संगत खण्डों के समान होते हैं।

34. यदि किसी चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का एक युग्म सम्पूरक हो तो सिद्ध कीजिए कि वह चतुर्भुज चक्रीय होगा।

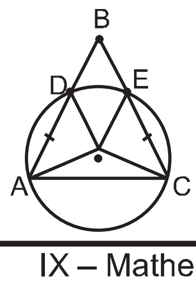
खण्ड–द

35. एक त्रिभुज ABC के कोणों A, B, और C के समद्विभाजक इसके परिवृत्त को क्रमशः D, E, और F पर प्रतिच्छेद करते हैं सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज DEF के कोण क्रमशः $90^0 - \frac{1}{2}A,\ 90^0 - \frac{1}{2}B,\ 90^0 - \frac{1}{2}C$ हैं।

36. चक्रीय चतुर्भुज के बर्हिभाग के वृत्तखण्ड के कोणों के मापों का योगफल ज्ञात कीजिए।

37. मान लीजिए कि त्रिभुज AB तथा CB, ABC का शीर्ष एक वृत्त के बाहर स्थित है और कोण की भुजाएँ AB तथा CB वृत्त से बराबर जीवाएँ AD और CE काटती हैं। सिद्ध कीजिए कि ∠ABC जीवाओं AC और DE द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोणों के अंतर का आधा है।

$\angle ABC = \frac{1}{2}\ [\angle DOE - \angle AOC]$

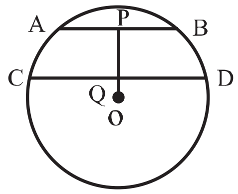


38. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O, त्रिज्या 5cm

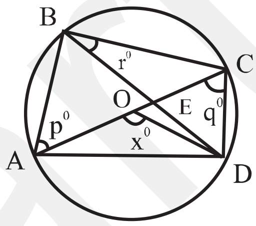
OP⊥CD, AB||CD

https://www.evidyarthi.in

AB=6cm और CD=8cm तो PQ की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



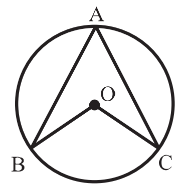
39. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O, व्यास AC और जीवा BD⊥AC एक दूसरे को E पर काटते हैं। यदि AOD =x°, BAC=p°, ACD =q° है तो P, Q, R, का मान x के पदों में ज्ञात कीजिए।



40. गणित की प्रयोगशाला में छात्रों ने प्रयोगात्मक कार्य के लिए वृत्ताकार बोर्ड का प्रयोग किया। एक चाप द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण का माप (2a+50°) है। पल्लवी ने ∠BAC का माप (a+25°) ज्ञात किया।

i) क्या पल्लवी द्वारा निकाला गया माप सहीं है? स्पष्ट कीजिए।

ii) यदि a=30° है तो ∠BAC का माप ज्ञात कीजिए।



iii) यदि a=15° है तो ∠BOC का माप क्या होगा।

iv) यदि a=30° है तो प्रतिवर्ती ∠BOC का माप ज्ञात कीजिए।

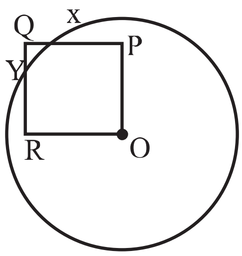
सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त की दो जीवाऐं एक दूसरे को समद्विभाजित करती हों, तो ये जीवाएं वृत्त का व्यास होंगी।

42. किसी चक्रीय चतुर्भुज के कोणों के समद्विभाजकों से बना चतुर्भुज भी चक्रीय चतुर्भुज होता है। सिद्ध कीजिए।

https://www.evidyarthi.in

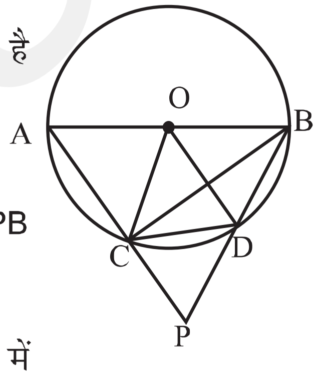
43. सिद्ध कीजिए कि तीन दिए हुए असंरेखी बिन्दुओं द्वारा होकर जाने वाला एक और केवल एक वृत्त है।

44. दिए गए चित्र में OPQR एक वृत्त है। एक वृत्त जिसका केन्द्र O है इस वर्ग को X तथा Y पर काटता है। सिद्ध कीजिए QX=QY

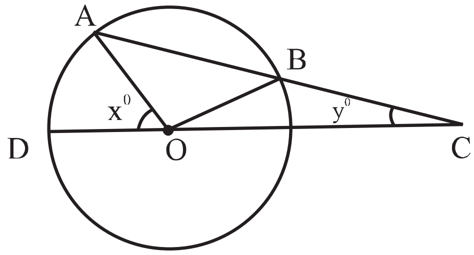


45. सिद्ध कीजिए कि चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का प्रत्येक युग्म सम्पूरक होता है।

46. दिए गए चित्र में, वृत्त C (o,r) का व्यास AB है तथा चाप CD वृत्त की त्रिज्या OC के बराबर है। यदि AC तथा BD को बढ़ाने पर वे बिंदु P पर मिलते हैं तो सिद्ध कीजिए कि ∠APB का मान 60° है।



47. दिए गए चित्र में, वृत्त जिसका केन्द्र O है, में जीवा AB को बिन्दु C तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि BC=OB। OC को मिलाया गया तथा बिन्दु D पर वृत्त से मिलाया गया है। यदि ∠ACD=y° तथा ∠AOD=x° तो सिद्ध कीजिए x=3y

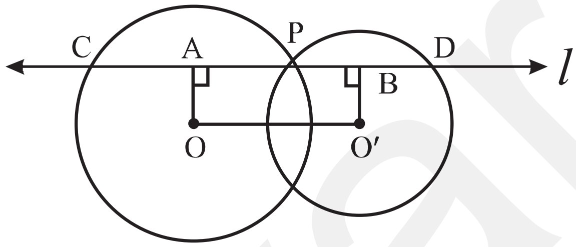


https://www.evidyarthi.in

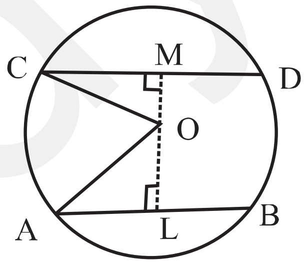
48. सिद्ध कीजिए कि एक चाप द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण वृत्त के शेष भाग के किसी बिन्दु पर अंतरित कोण का दुगुना होता है।

49. दो वृत्त जिनके केन्द्र O तथा O′ है, बिन्दु P पर प्रतिच्छेद करते हैं। बिन्दु P से OO′ के समान्तर एक रेखा ℓ खींची गई जो वृत्तों को बिन्दु C तथा D पर प्रतिच्छेद करती है। सिद्ध कीजिए

CD=2OO′



50. किसी वृत्त पर दो समान्तर जीवाएँ AB तथा CD वृत्त के केन्द्र O की विपरीत दिशाओं में इस प्रकार स्थित है कि AB=10cm, CD=24cm तथा AB और CD के बीच की दूरी 17cm है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



https://www.evidyarthi.in

अध्याय 10

वृत्त

उत्तरमाला

1. चक्रीय चतुर्भुज
2. त्रिज्यखण्ड
3. 8 cm
4. 10 cm
5. $y = 40^0$
6. $x = 35^0$
7. $x = 140^0$
8. सबसे बड़ी
9. संकेन्द्रीय
10. 8 cm
11. 115^0
12. 90^0
13. 60^0
15. $30^0, 150^0$
16. 70^0
17. 212^0
19. 50^0
20. 7 cm
21. 75^0
22. 14 cm
23. 10^0
24. 75^0
27. $a = 105^0, b = 13^0, c = 62^0$
32. $x = 100^0, y = 130^0$
36. 540^0
38. 1 cm
39. $p = 90 - \frac{1}{2}x,\ q = \frac{1}{2}x,$

    $r = 90 - \frac{1}{2}x$
40. i) हाँ

    ii) 55^0

    iii) 80^0

    iv) 250^0
50. 13 cm

https://www.evidyarthi.in