प्रायिकता (PROBABILITY)

सामान्यतः प्रयोग दो प्रकार के होते हैं; वे प्रयोग जिनके परिणाम निश्चित होते हैं; जैसे काँच का अपवर्तनाँक 1.5 आता है; चाहे प्रयोग कितनी ही बार क्यों न किया जाय; तथा दूसरे वे प्रयोग जिनके परिणाम निश्चित नहीं होते यथा सिक्के को उछलने पर चित या पट का प्राप्त होना। प्रायिकता में इसी प्रकार के प्रयोगों का अध्ययन किया जाता है।

यादृच्छिक परीक्षण (RANDOM EXPERIMENT)

वे प्रयोग जिनके परिणाम निश्चित नहीं होते हैं; यादृच्छिक परीक्षण कहलाते हैं। इन प्रयोगों को बार बार दोहराने पर विभिन्न परिणाम प्राप्त होते हैं।

उदाहरणार्थ – ताश के 52 पत्तों की एक गड्डी में से एक पत्ता खींचना यादृच्छिक परीक्षण है।

परिणाम (OUTCOMES)

यादृच्छिक परीक्षण के सम्भावित नतीजे परिणाम कहलाते हैं।

उदाहरणार्थ – एक पाँसे को उछलने पर सम्भावित परिणाम 1;2;3;4;5 व 6 हैं।

प्रतिदर्श समष्टि (SAMPLE SPACE)

किसी यादृच्छिक परीक्षण के सभी सम्भावित परिणामों का समुच्चय उस परीक्षण का प्रतिदर्श समष्टि कहलाता है। इसे अक्षर S से प्रदर्शित किया जाता है।

उदाहरणार्थ – एक पाँसे को उछलने पर प्रतिदर्श समष्टि {1;2;3;4;5;6} है।

घटना (EVENT)

प्रतिदर्श समष्टि का कोई उपसमुच्चय घटना कहलाती है।

उदाहरणार्थ– एक सिक्के की उछाल में प्रतिदर्श समष्टि {H,T} है; एक घटना H है और दूसरी घटना T है।

घटनाओं के प्रकार (TYPES OF EVENTS)

1– सरल घटना – यदि किसी घटना में केवल एक प्रतिदर्श बिन्दु होता है तो उसे सरल घटना कहते हैं; जैसे एक पाँसे की उछाल में प्रतिदर्श समष्टि –

$S = \{1,2,3,4,5,6\}$ के लिये 6 सरल घटनायें निम्न हैं –

{1}, {2}; {3} ,{4 }, {5}, {6}

2- समसम्भावी घटनायें (EQUALIY LIKELY EVENTS)

यदि दो या दो से अधिक घटनाओं में से प्रत्येक के घटित होने की सम्भावना समान है; तो ऐसी घटनायें समसम्भावी कहलाती हैं।

उदाहरणार्थ - एक सिक्के के उछाल में चित या पट आना समसम्भावी घटनायें हैं।

3- निश्चत और असम्भव घटनायें (SURE AND IMPOSSIBLE EVENTS)

रिक्त समुच्चय भी किसी घटना को प्रदर्शित करता है; इसे असम्भव घटना कहा जाता है; इसी प्रकार पूर्ण प्रतिदर्श समष्टि को प्रदर्शित करने वाली घटना निश्चित घटना कहलाती है।

पूरक घटनायें (COMPLEMENTRY EVENTS)

प्रत्येक घटना A के सापेक्ष एक अन्य घटना A' होती है जिसे A की पूरक घटना कहते हैं; समुच्चय के रूप में -

$A' = S - A$

उदाहरणार्थ -पाँसे की उछाल में $S = \{1,2,3,4,5,6\}$; यदि $A = \{1,2\}$ तो

$A' = \{3,4,5,6\}$ घटना A की पूरक घटना है।

प्रायिकता (PROBABILITY)

यदि कोई घटना घटने की विधियाँ m और घटना न घटने की विधियाँ n हैं; और इनमें से प्रत्येक घटना समसम्भावी है तो -

घटना के घटित होने की प्रायिकता P(E) = घटना घटने के अनुकूल अवसरों की संख्या/सभी सम्भव घटनाओं की संख्या

$= m/m+n$

उदाहरणार्थ - एक पासा उछाला जाता है सम संख्या के प्रकट होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये ?

पासे को उछालने में कुल परिणाम = 6

अनुकूल परिणाम 2,4,6 =3

अतः प्रायिकता = 3/6

=1/2

परस्पर अपवर्जी घटनायें (MUTUALLY EXCLUSIVE EVENTS)

यदि दो या दो से अधिक घटनायें इस प्रकार है कि किसी एक घटना के घटने पर दूसरी घटना न घटे; तो ऐसी घटना परस्पर अपवर्जी घटना कहलाती हैं।

उदाहरणार्थ – एक पाँसे को फैंकने पर यदि ऊपर 4 अंक आता है तो कोई अन्य अंक ऊपरनहीं आ सकता है। अतः एक पाँसे की फेंक में 4 या 5 आने की घटनायें परस्पर अपवर्जी घटनायें हैं।

प्रायिकता का योग नियम (ADDITION THEOREM OF PROBABILITY)

यदि E1, E2, E3, E4, E5, E6,………… En परस्पर अपवर्जी घटनायें हैं और इनके घटने की प्रायिकतायें P1, P2, P3, P4, P5, P6,………… Pn हैं तो इन घटनाओं में से किसी एक घटना के घटने की प्रायिकता P1+ P2+P3+ P4+ P5+P6+………… +Pn होगी।

उदाहरणार्थ :- एक घुड़दौड़ में A ; B और C तीन घोड़ों के जीतने की प्रायिकतायें क्रमशः 1/4, 1/5 तथा 1/6 हैं। किसी एक घोड़े के जीतने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये ?

A के जीतने की प्रायिकता = ¼

B के जीतने की प्रायिकता = 1/5

C के जीतने की प्रायिकता = 1/6

ये घटनायें परस्पर अपवर्जी हैं। अतः किसी एक घोड़े के जीतने की प्रायिकता =1/4+1/5+1+6

=12+15+10/60

=37/60

प्रायिकता का गुणन प्रमेय (MULTIPLICATION THEOREM OF PROBABILITY)

किन्हीं दो स्वतंत्र घटनाओं के एक साथ घटित होने की प्रायिकता इन घटनाओं के अलग-अलग घटित होने की प्रायिकताओं के गुणनफल के बराबर होती है।

माना E1 और E2 दो स्वतंत्र घटनायें हैं, जिनके घटित होने की अलग-अलग प्रायिकतायें P1 और P2 है। यदि घटना E1 के घटित होने की विधियाँ m1 और न घटने की विधियाँ n1 हों तो –

P1=m1/m1+n1

यदि घटना E2 के घटित होने की विधियाँ m2 और न घटने की विधियाँ n2 हो तो –

P2=m2/m2+n2

अब E1 और E2 के घटने की कुल विधियाँ =m1.m2

और E1 और E2 के घटने तथा न घटने की की कुल विधियाँ =(m1+n1)(m2+n2)

E1 और E2 के साथ घटने की प्रायिकता =m1m2/(m1+n1)(m2+n2)

=p1.p2

विशेष घटनायें (EXHAUSTIVE EVENTS)

E1, E2, E3, E4, E5, E6,…………En किसी प्रतिदर्श समष्टि S की n घटनायें हैं और E1U E2U E3UE4U E5UE6U…………UEn=S तो E1, E2, E3, E4, E5, E6,…………En निशेष घटनायें कहते हैं।

उदाहरण- एक पाँसे की एक उछाल में प्रतिदर्श समष्टि

S = {1,2,3,4,5,6}

यदि E1=ऊपर विषम संख्या आने की घटना

= {1,3,5}

E2=ऊपर 1से अधिक संख्या के संख्या आने की घटना

E1U E2={1,2,3,4,5,6}

= S

अतः E1 और E2 विशेष घटनायें हैं।

घटनाओं का संघ (UNION OF EVENTS)

यदि E1 और E2 प्रतिदर्श समष्टि S की दो घटनायें हैं, तो वह घटना जिसमें वे सभी अवयव उपस्थित हैं जो या तो E1 में अथवा E2 में अथवा दोनों में हैं घटनाओं का संघ E1U E2 कहलाती है।

घटनाओं का सर्वनिष्ठ (INTERSECTION OF EVENTS)

वह घटना जिसमें वे सभी अवयव सम्मिलित हैं जो E1 और E2 दोनों में उपस्थित हैं घटनाओं का सर्वनिष्ठ E1D E2 कहलाती है।

घटनाओं का अन्तर(DIFFERENCE OF EVENTS)

वह घटना जिसमें E1के वे अवयव हैं जो E2 में नहीं हैं घटनाओं E1और E2का अन्तर E1 - E2 कहलाती हैं।

उदाहरणार्थ – प्रतिदर्श समष्टि S = {1,2,3,4,5,6} के लिये

यदि E1 = {1,2,3,4} और

E2 = {3,4,5}

$E1 - E2 = \{1,2\}$

कुछ महत्वपूर्ण प्रश्न-

1. दो सिक्के एक साथ उछाले जाते हैं; प्रायिकता ज्ञात कीजिये कि – (क) एक शीर्ष प्राप्त होता है। (ख) कम से कम एक शीर्ष प्राप्त होता है। (ग) कोई पुच्छ प्राप्त नही होता है।

   दो सिक्कों के उछाल में प्रतिदर्श समष्टि

   $S = \{HH, HT, TH, TT\}$

   $n(s) = 4$

(क) माना E1 एक शीर्ष प्राप्त होने की घटना $= \{HT, TH\}$

$N(E1) = 2$

$P(E1) = n(E1)/n(S)$

$= 2/4$

$= \frac{1}{2}$

(ख) माना E2 कम से कम एक शीर्ष प्राप्त होने की घटना $= \{HT, TH, HH\}$

$N(E2) = 3$

$P(E2) = n(E2)/n(S)$

$= \frac{3}{4}$

(ग) माना E3 कोई पुच्छ प्राप्त न होने की घटना $= \{HH\}$

$N(E3) = 1$

$P(E3) = n(E3)/n(S)$

$= 1/4$

$= \frac{1}{2}$