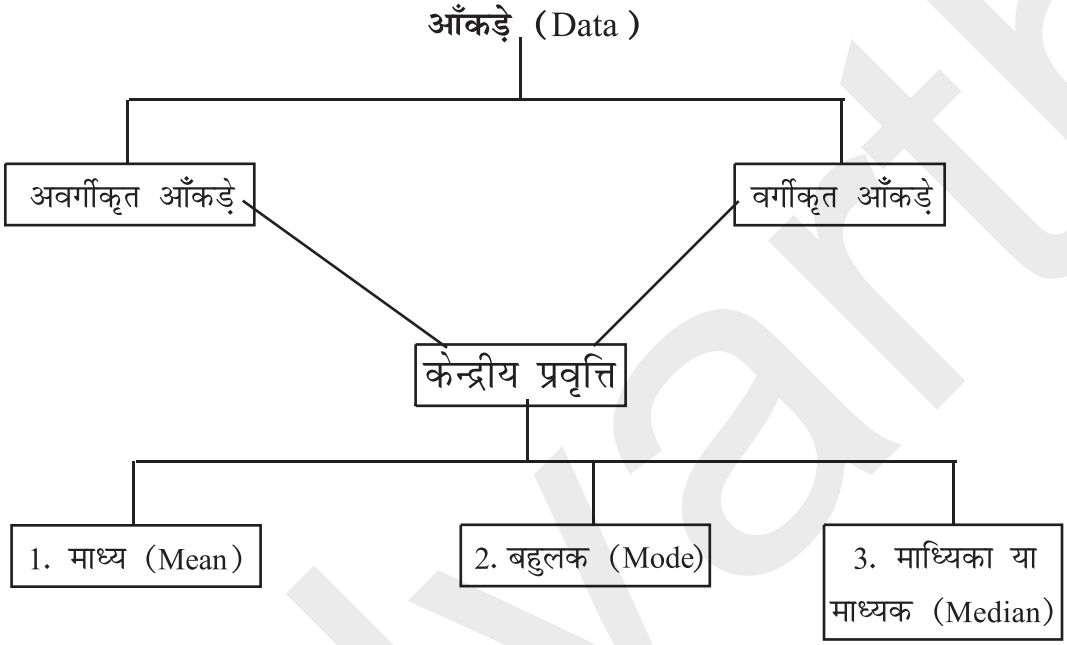
अध्याय-14

सांख्यिकी (Statistics)



1. माध्य (Mean):-

दिए गए आँकड़ों के कुल प्रेक्षणों (Observations)के योगफल एवं प्रेक्षणों की कुल संख्या के अनुपात को माध्य या औसत (Mean or average) कहते हैं।

वर्गीकृत आँकड़ों का माध्य निकालना:-

सबसे पहले प्रत्येक वर्ग अन्तराल का मध्य बिन्दु (Midpoint) या वर्ग चिह्न (Class mark)उसकी ऊपरी और निचली सीमाओं का औसत निकालकर ज्ञात करते हैं।

निम्न आँकड़े को देखें:-

वर्ग अन्तराल (प्राप्तांकों)	10-25	25-40	40-55	55-70	70-85	85-100
विद्यार्थियों की संख्या	2	3	7	6	6	6

इसमें 10-25 का वर्ग चिह्न $=\frac{10+25}{2}=17.5$ है

https://www.evidyarthi.in/

अब हम माध्य निकालने के लिए निम्न सारणी बनाते हैं-

वर्ग अन्तराल	विद्यार्थियों की संख्या (f_i)	वर्ग चिह्न (x_i)	($f_i x_i$)
10-25	2	17.5	35.0
25-40	3	32.5	97.5
40-55	7	47.5	332.5
55-70	6	62.5	375.0
70-85	6	77.5	465.0
85-100	6	92.5	555·0
योग	$\sum f_i = 30$		$\sum f_i x_i = 1860$

अत: माध्य $x = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{1860}{30} = 62$

2. बहुलक (Mode):-

प्रेक्षणों का वह मान जो सबसे अधिक बार आता है।

वर्गीकृत आँकड़ों का बहुलक-

एक उदाहरण- 20 परिवारो के सदस्यों की संख्या के वर्गीकृत आँकड़े इस प्रकार है-

परिवार माप	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11
परिवारों की सं0	7	8	2	2	1

इस आँकड़े में अधिकतम वर्ग बारंबारता 8 है, अत: बहुलक वर्ग कीबारम्बारता $(f_1) = 8$ तथा बहुलक वर्ग $= 3-5$

बहुलक वर्ग की निम्न सीमा $(\ell) = 3$ तथा वर्गमाप $(h) = 2$ है।

बहुलक वर्ग के ठीक पहले वाले वर्ग की बारंबारता $(f_0) = 7$

बहुलक वर्गके ठीक बाद में आने वाले वर्ग की बारंबारता $f_2 = 2$ है।

अब सूत्र से, बहुलक $= \ell + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$$= 3 + \left(\frac{8-7}{2\times 8 - 7 - 2}\right) \times 2 = 3 + \frac{2}{7} = 3.286$$

अत: उपरोक्त आँकड़ों का बहुलक 3.286 है।

https://www.evidyarthi.in/

3. माध्यक (Median):-

प्रेक्षणों का वह मान जो प्रेक्षणों में सबसे बीच का है। इसके लिए प्रेक्षणों के मानों का आरोही क्रम में व्यवस्थित करते हैं। अब यदि प्रेक्षणों की कुलसंख्या n) विषम है तो माध्यक $=\left(\frac{n+1}{2}\right)$ वे प्रेक्षण होगा और n सम है तो माध्यक $=\frac{n}{2}$ वें और $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ वें प्रेक्षणों का औसत होगा।

उदाहरण के लिए एक परीक्षा में 100 विद्यार्थियों द्वारा 50 में से प्राप्त अंक का आँकड़ा लेते हैं-

प्राप्तांक	20	29	28	33	42	38	43	25
विद्यार्थियों की संख्या	6	28	24	15	2	4	1	20

सबसे पहले हम प्राप्त अंको का आरोही क्रम में सजाते हैं-

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या (बारंबारता)	संचयी बारंबारता $c \cdot f$
20	6	6
25	20	6 + 20 = 26
28	24	26 + 24 = 50
29	28	50 + 28 = 78
33	15	78 + 15 = 93
38	4	93 + 4 = 97
42	2	97 + 2 = 99
43	1	99 + 1 = 100
योग	100	

यहाँ $n=100$ है जो सम संख्या है।

इसलिए माध्यक = प्रेक्षण $\frac{n}{2}$ वें तथा $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ वें प्रेक्षणों का सारणी से

50 वाँ प्रेक्षण $=28$ है।

51 वाँ प्रेक्षण $=29$ है।

इसलिए, माध्यक $=\frac{28+29}{2}=28.5$

https://www.evidyarthi.in/

वर्गीकृत आँकड़े का माध्यक निकालना-

100 अंक के एक परीक्षा में 53 विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त अंकों का वर्गीकृत बारंबारता बंटन इस प्रकार है-

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या	
0-10	5	
10-20	3	
20-30	4	
30-40	3	
40-50	3	
50-60	4	
60-70	7	
70-80	9	
80-90	7	
90-100	8	

सबसे पहले दी गई बारंबारता बंटन के लिए एक संचयी बारंबारता सारणी बनायें। 'से कम' या 'से अधिक' दोनों प्रकार के संचयी बारंबारता में से किसी एक को ले सकते हैं-

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या (f)	संचयी बारंबारता (cf)
0-10	5	5
10-20	3	8
20-30	4	12
30-40	3	15
40-50	3	18
50-60	4	22
60-70	7	29
70-80	9	38
80-90	7	45
90-100	8	53

अब हम वह वर्ग खोजते हैं जिसकी संख्यी बारंबारता $\frac{n}{2}$ से अधिक और उसके निकटतम हो। इस वर्ग को माध्यक वर्ग (Median Class) कहते हैं।

https://www.evidyarthi.in/

यहाँ $n = 53$ है।

अत: $\frac{n}{2} = 26.5$ हुआ।

अत: माध्यक वर्ग $60 - 70$ होगा।

हम निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करके माध्यक ज्ञात करते हैं।

$$\text{माध्यक} = \ell + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) \times h$$

जहाँ ℓ = माध्यक वर्ग की निम्न सीमा

n = प्रेक्षणों की संख्या

cf = माध्यक वर्ग से ठीक पहले की संचयी बारंबारता

f = माध्यक वर्ग की बारंबारता

h = वर्ग माप

यहाँ $\frac{n}{2} = 26.5$

$\ell = 60$

$cf = 22$

$f = 7$

$h = 10$

तो माध्यक $= 60 + \left(\frac{26.5 - 22}{7} \right) \times 10$

$= 60 + \frac{45}{7} = 66.428$

$\Rightarrow$ उपरोक्त तीनों केन्द्रीय प्रवृति के मापकों में निम्न संबंध होता है-

$$\boxed{3 \text{ माध्यक } = \text{ बहुलक} + 2 \text{ माध्य}}$$

———

https://www.evidyarthi.in/