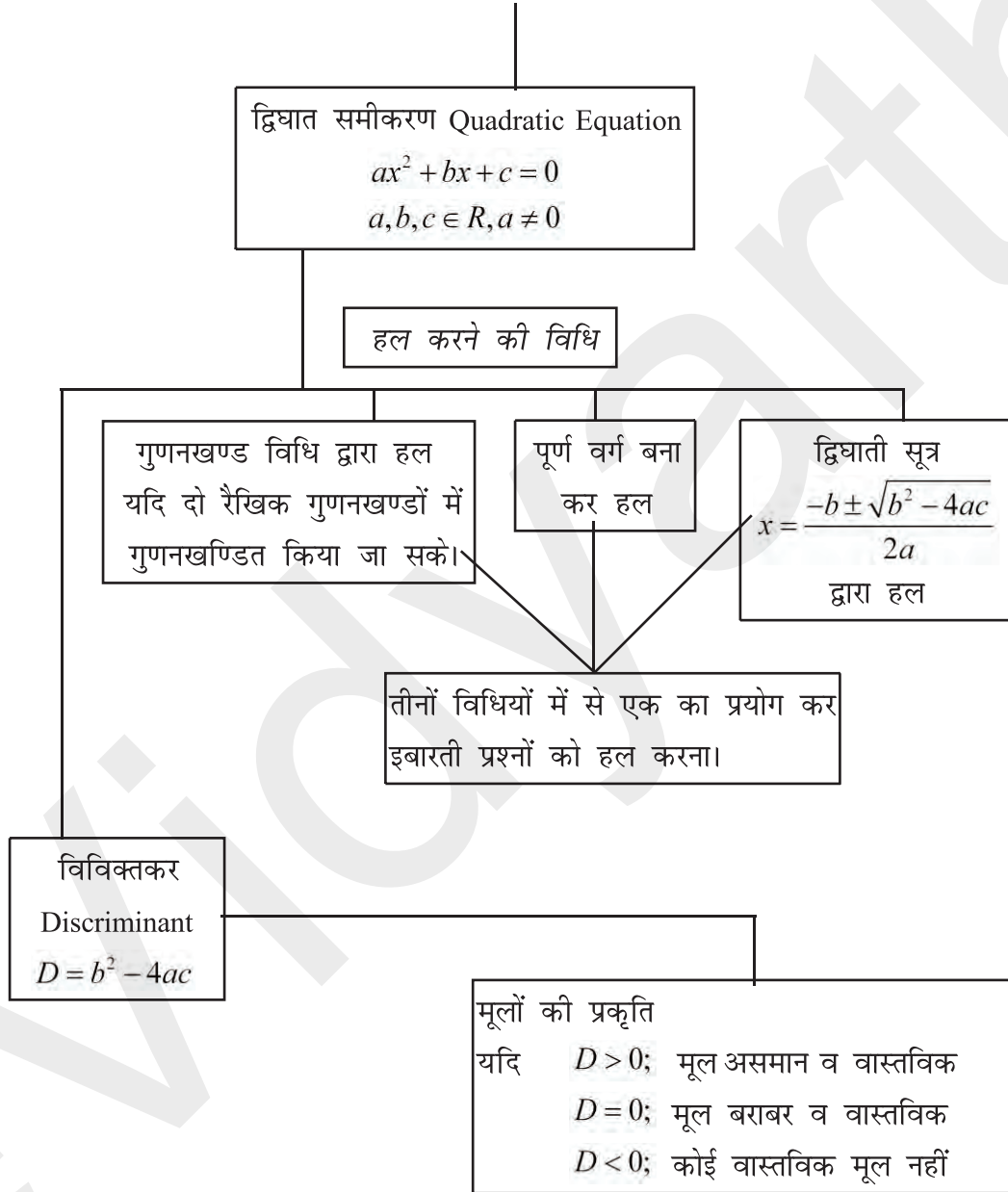


अध्याय-4

द्विघात समीकरण



द्विघात समीकरण का सामान्य रूप(General form)

$ax^2 + bx + c = 0$ जहाँ a, b, c , वास्तविक संख्याएँ हैं और $a \neq 0$ है।

द्विघात समीकरण को तीन तरह से हल कर सकते हैं-

- यदि द्विघात समीकरण को दो रैखिक गुणकों में गुणनखंड कर सके तो गुणनखण्ड विधि से हल निकाल सकते हैं।
- द्विघात समीकरण का पूर्ण वर्ग बना कर हल।

(iii) सूत्र $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

प्रश्न:- हल करें: $3x^2 - 5x + 2 = 0$

हल:

गुणनखंड विधि द्वारा	पूर्ण वर्ग बना कर हल	सूत्र द्वारा हल
$3x^2 - 5x + 2 = 0$ $\Rightarrow 3x^2 - 3x - 2x + 2 = 0$ $\Rightarrow 3x(x-1) - 2(x-1) = 0$ $\Rightarrow (x-1)(3x-2) = 0$ अब या तो $\Rightarrow x-1 = 0$ $\Rightarrow x = 1$ या तो $\Rightarrow 3x-2 = 0$ $\Rightarrow x = \frac{2}{3}$	$3x^2 - 5x + 2 = 0$ $\Rightarrow x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} = 0$ $\Rightarrow x^2 - \frac{5}{3}x + \left(\frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 + \frac{2}{3} = 0$ $\Rightarrow \left(x - \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36} - \frac{2}{3}$ $\Rightarrow \left(x - \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25-24}{36} = \frac{1}{36}$ $\Rightarrow \left(x - \frac{5}{6}\right) = \pm \sqrt{\frac{1}{36}}$ $\Rightarrow \left(x - \frac{5}{6}\right) = \pm \frac{1}{6}$ $\Rightarrow x = \frac{5}{6} \pm \frac{1}{6}$ इसलिए: $x = \frac{5}{6} + \frac{1}{6}$ या $\frac{5}{6} - \frac{1}{6}$ अर्थात: $x = \frac{6}{6}$ या $x = \frac{4}{6}$ $x = 1$ या $x = \frac{2}{3}$	$3x^2 - 5x + 2 = 0$ यहाँ $a = 3$ $b = -5$ $c = 2$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 3 \times 2}}{2 \times 3}$ $= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{6}$ $= \frac{5 \pm 1}{6}$ अर्थात: $x = \frac{5+1}{6} = \frac{6}{6} = 1$ या $x = \frac{5-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

द्विघात समीकरण के मूलों की प्रकृति

हम जानते हैं कि समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

यहाँ $b^2 - 4ac$ को द्विघात समीकरण का विविक्तकर (Discriminant or 'D') कहते हैं।

स्पष्ट है यदि

(i) $b^2 - 4ac > 0$ हो तो द्विघात समीकरण के दो असमान वास्तविक मूल होते हैं।

(ii) $b^2 - 4ac = 0$ हो तो द्विघात समीकरण के दो बराबर और वास्तविक मूल होते हैं।

(iii) यदि $b^2 - 4ac < 0$ हो तो द्विघात समीकरण में कोई वास्तविक मूल नहीं होता है।

प्रश्न 1. k का ऐसा मान ज्ञात कीजिए कि उसके दो बराबर मूल हो

$$2x^2 + kx + 3 = 0$$

हल:- $2x^2 + kx + 3 = 0$ में मूल बराबर है।

$$\Rightarrow D = 0$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 4 \times 2 \times 3 = 0$$

$$\Rightarrow k^2 = 24$$

$$\Rightarrow k = \pm\sqrt{24} = \pm 2\sqrt{6}$$

☆ इबारती प्रश्नों को भी द्विघात समीकरण के माध्यम से हल किया जा सकता है।

प्रश्न 2. क्या एक ऐसी आम की बगिया बनाना संभव है जिसकी लम्बाई, चौड़ाई से दुगनी हो और उसका क्षेत्रफल $= 800 \text{ m}^2$ हो? यदि है तो लम्बाई चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

हल:- माना कि चौड़ाई $= x$ तो लम्बाई $= 2x$

$$\text{प्रश्नानुसार क्षेत्रफल} = 800 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow x \times 2x = 800$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 800$$

$$\Rightarrow x^2 = 400$$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{400} = \pm 20 \therefore \text{चौड़ाई (-ive) नहीं होगी}$$

\therefore चौड़ाई $= 20 \text{ m}$ तो लम्बाई $= 2 \times 20 = 40 \text{ m}$