

अध्याय-5

समान्तर श्रेढ़ी ARITHMETIC PROGRESSION (A.P.)

A.P. में प्रथम n पदों के जोड़ का
सूत्र $S = \frac{n}{2}(a + a_n)$
या
 $S = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

n पदों के जोड़ पर प्रश्नों को
हल करना

संख्याओं का निश्चित
प्रतिरूप (Pattern)

पहला पद (a);
सार्व अन्तर (d);
अन्तिम पद (a_n) या ℓ
 n वाँ पद (a_n);
 n पदों का जोड़ (s)

n वाँ पद के लिए
सूत्र $a_n = a + (n-1)d$

n वाँ पद के लिए प्रश्न

समान्तर श्रेढ़ियाँ ARITHMETIC PROGRESSION (A.P.)

जब किसी अनुक्रम के पद किसी नियम के अनुसार लिखते हैं उसे श्रेढ़ी कहते हैं।
समान्तर श्रेढ़ी:- संख्याओं की एक ऐसी सूची है जिसमें दो लगातार पदों (Terms) का अन्तर समान होता है।

- ☆ यह अन्तर एक निश्चित संख्या होती है जिसे सार्व अन्तर (Common difference) कहते हैं।
- ☆ ये सार्व अन्तर धनात्मक, ऋणात्मक या शून्य हो सकता है।

उदाहरण:-

(सार्व अन्तर)

- (i) 4, 8, 12, 16.....[8- 4 = 12- 8 = 16 - 12 = 4]
- (ii) 100, 80, 60.....[80- 100 = 60 - 80 = -20]
- (iii) 5, 5, 5,.....[5 - 5 = 5 - 5 = 0(शून्य)]
- (iv) $a, a+d, a+2d, a+3d, \dots$[($a+d$) - d = ($a+2d$) - (+ d) = d]

- ☆ अगर किसी समान्तर श्रेढ़ी का पहला पद a हो और सार्व अन्तर ' d ' हो तो हम उस समान्तर श्रेढ़ी के और पदों को लिख सकते हैं। जैसे:-

पहला पद = a	या $a_1 = a$
दूसरा पद = $a+d$	या $a_2 = a+d$
तीसरा पद = $a+2d$	या $a_3 = a+2d$
चौथा पद = $a+3d$	या $a_4 = a+3d$

$$n\text{वां पद} = a + (n-1)d \quad \text{या } a_n = a + (n-1)d$$

$a_n = a + (n-1)d$ को समान्तर श्रेढ़ी का व्यापक रूप (General form) कहते हैं।

यहाँ $a_n \rightarrow n$ वां पद $n \rightarrow$ पदों की संख्या

$a \rightarrow$ पहला पद $d \rightarrow$ सार्व अन्तर

General form (व्यापक रूप) का प्रयोग करके हम कुछ इस तरह के प्रश्नों को हल कर सकते हैं।

प्रश्न 1. समान्तर श्रेढ़ी $2, 7, 12, \dots$ का 10वां पद ज्ञात करें।

$$\text{यहाँ } a = 2, d = 7 - 2 = 5, n = 10$$

उत्तर:- सूत्र- $a_n = a + (n-1)d$

$$\therefore a_{10} = 2 + (10 - 1) \times 5$$

$$= 2 + 9 \times 5$$

$$45 = 47$$

प्रश्न:- समान्तर श्रेढ़ी ज्ञात करें जिसका तीसरा पद 5 और 7वाँ पद 9 हैं।

$$\text{उत्तरः- प्रश्नानुसार-} \quad a_3 = 5, \quad a_7 = 9$$

$$\text{सूत्र} - \quad \text{या } a + (3 - 1)d = 5, \quad a + (7 - 1)d = 9$$

समीकरण (ii) में समीकरण (i) घटाने पर

$$(a+6d) - (a+2d) = 9 - 5$$

$$\text{या} \quad 4d = 4$$

$$\text{या } d = \frac{4}{4} = 1$$

$d=1$, समीकरण (i) में रखने पर

$$a + 2 \times 1 = 5$$

$$\text{या } a = 5 - 2 = 3$$

अतः समान्तर श्रेढी $a, a+d, a+2d, \dots$

या $3, 3+1, 3+2 \times 1, \dots$

या 3,4,5,.....

हम समान्तर श्रेढ़ी के n पदों को निम्नलिखित सूत्र की मदद से जोड़ भी सकते हैं।

$$\text{सूत्र} - S = \frac{n}{2}(a + a_n)$$

यहाँ $S \rightarrow \eta$ पदों का जोड़

$n \rightarrow$ पदों की संख्या

$a \rightarrow$ पहला पद
 $a_n \rightarrow$ अंतिम पद
या n वाँ पद

दूसरा सूत्र- $S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

यहाँ $S = n$ पदों का जोड़
 $n \rightarrow$ पदों की संख्या
 $a \rightarrow$ पहला पद
 $d \rightarrow$ सार्व अन्तर

प्रश्न 2. निम्नलिखित समान्तर श्रेढ़ी का योग ज्ञात करें।

2,7,12, 10 पदों तक

उत्तर:- यहाँ $a = 2, d = 5, n = 10$

$$\begin{aligned} \text{सूत्र- } S &= \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} \\ &= \frac{10}{2} \{2 \times 2 + (10-1) \times 5\} \\ &= 5 \{4 + 9 \times 5\} \\ &= 5 \times 49 = 245 \end{aligned}$$

प्रश्न 3. A.P. में यदि $a = 5, d = 3$, और $a_n = 50$ दिया है तो n और S_n ज्ञात कीजिए।

उत्तर:- प्रश्नानुसार- $a_n = 50$

$$\begin{aligned} \text{सूत्र- } a + (n-1)d &= 50 \\ \text{या } 5 + (n-1) \times 3 &= 50 \\ \text{या } (n-1) \times 3 &= 50 - 5 \\ \text{या } n-1 &= \frac{45}{3} = 15 \\ \therefore n &= 15 + 1 = 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{सूत्र- } S_n &= \frac{n}{2} (a + a_n) \\ &= \frac{16}{2} (5 + 50) = 8 \times 55 = 440 \end{aligned}$$