

## अध्याय-1

## संख्याओं की समझ

## 1.1 भूमिका

हम अपने स्कूल के बच्चों की संख्या, गाँव में रहने वाले व्यक्तियों की संख्या को गिन सकते हैं। वस्तुओं को गिनना अब हमारे लिए सरल है। हम वस्तुओं की संख्याओं को संख्याकों (Numerals) द्वारा निरूपित कर सकते हैं तथा संख्या नामों (Number names) का प्रयोग करके संख्याओं से संबंधित सूचनाएँ भी दे सकते हैं।

हम संख्याओं का अनेक स्थितियों में प्रयोग करते हैं। संख्याएँ प्रत्यक्ष वस्तुओं को गिनने, वस्तुओं का कौन-सा संग्रह (Collection) बड़ा है, और कौन-सा संग्रह छोटा है, में इस्तेमाल होती हैं। ये वस्तुओं को पहले, दूसरे, तीसरे इत्यादि क्रम में व्यवस्थित करने में भी सहायता करती हैं।

अब आप भी पाँच ऐसी स्थितियों के बारे में सोचिए जहाँ आप संख्याओं का प्रयोग करते हैं।

हम संख्याओं के साथ कार्य करने का आनंद प्राप्त कर चुके हैं। हम इनके साथ योग, व्यवकलन (घटाने), गुणा और भाग की संक्रियाएँ भी कर चुके हैं। हम संख्या अनुक्रमों (Sequences) में प्रतिरूपों (Patterns) को देख चुके हैं और संख्याओं के साथ अनेक रुचिपूर्ण कार्य कर चुके हैं। आइए उनका दोहराव कर आगे कदम बढ़ाएँ।

## 1.2 संख्याओं की तुलना

आइए देखें कि क्या हमें याद है कि दी गई संख्याओं में कौन-सी संख्या सबसे बड़ी है?



(i) 85, 356, 8765, 78964

मैं सबसे बड़ी हूँ

(ii) 1805, 1850, 8501, 8051, 8510

मैं सबसे बड़ी हूँ

अपने दोस्तों में चर्चा कीजिए और पता कीजिए कि किसी संख्या समूह में वे सबसे बड़ी संख्या किस प्रकार ज्ञात करते हैं? क्या आप इसके लिए कोई नियम बना सकते हैं?

### स्वयं करके देखिए

क्या आप ज्ञात कर सकते हैं कि प्रत्येक पंक्ति में कौन-सी संख्या सबसे बड़ी और कौन-सी संख्या सबसे छोटी है?

1. 4321, 432, 58, 58672, 540

उत्तर : 58672 सबसे बड़ी है और

58 सबसे छोटी है।

2. 856, 4325, 36547, 32, 489

उत्तर : .....

.....

3. 9432, 582, 43, 678, 57892

उत्तर : .....

.....

4. 87, 943, 5678, 325, 87654

उत्तर : .....

.....

यहाँ हमने केवल अंकों की संख्या को देखकर ही उत्तर ज्ञात कर लिया। सबसे बड़ी संख्या में अधिकतम पाँच अंक (दस हजार) थे और सबसे छोटी संख्या दो अंकों (दहाइयों) में थी।

इसी प्रकार के पाँच और प्रश्न बनाइए और उन्हें हल करने के लिए अपने मित्रों को दीजिए। हम 5864 और 4783 की तुलना किस प्रकार करते हैं? यहाँ यह अधिक कठिन नहीं है क्योंकि दोनों संख्याओं में अंकों की संख्या समान है, परन्तु 5864 में हजार के स्थान का अंक 4783 के हजार के स्थान के अंक से बड़ा है, इसलिए 4783 से 5864 बड़ी है।



अब बताइए कि कौन-सी संख्या बड़ी है, 5876 या 5745? यहाँ भी दोनों संख्याओं में अंकों की संख्या समान (बराबर) है। साथ ही, दोनों में हजार के स्थान पर समान अंक हैं। अब हम क्या करते हैं? हम अगले अंक अर्थात् सौ के स्थान पर आने वाले अंकों को देखते हैं। 5876 में सौवें स्थान वाला अंक 5745 के सौवें स्थान वाले अंक से बड़ा है। अतः संख्या 5745 से संख्या 5876 बड़ी है।

यदि दोनों संख्याओं में सौ के स्थान वाले अंक भी समान होते तो हम क्या करते?

- **आरोही क्रम/बढ़ते क्रम (Ascending order/Increasing order) :** आरोही या बढ़ते क्रम का अर्थ है, सबसे छोटे से प्रारंभ कर सबसे बड़े तक व्यवस्थित करना। जैसे— 25, 326, 434, 217, 91 संख्याओं के समूह को आरोही क्रम में सजाने पर 25, 91, 217, 326, 434 इस प्रकार होता है।
- **अवरोही क्रम/घटते क्रम (Descending order/Decreasing order) :** अवरोही क्रम या घटते क्रम का अर्थ है सबसे बड़े से प्रारंभ कर सबसे छोटे तक व्यवस्थित करना। जैसे— 256, 127, 629, 39, 91 संख्याओं के समूह को अवरोही क्रम में जमाने पर 629, 256, 127, 91, 39 इस प्रकार होता है।

## स्वयं करके देखिए

1. निम्नलिखित संख्याओं को आरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए—

(a) 589, 9567, 8765, 876

(b) 9654, 3257, 58305, 9875

2. निम्नलिखित संख्याओं को अवरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए—

(a) 9000, 8700, 67800, 8735

(b) 1876, 45321, 89715, 89254

इसी प्रकार आप अपने से अन्य संख्याएँ लेकर उन्हें आरोही/अवरोही क्रम में व्यवस्थित करें।



### 1.2.3 संख्या 10000 का प्रवेश

हम जानते हैं कि 9 एक अंक की सबसे बड़ी संख्या है। 99 दो अंकों की सबसे बड़ी संख्या है, इसी प्रकार 999 तीन अंकों की सबसे बड़ी संख्या है और चार अंकों की सबसे बड़ी संख्या 9999 है। यदि हम 9999 में 1 जोड़ें, तो क्या प्राप्त होगा?

इस प्रतिरूप को देखिए—

$$9 + 1 = 10$$

$$99 + 1 = 100$$

$$999 + 1 = 1000$$

$$9999 + 1 = \dots\dots\dots ?$$

हम देखते हैं कि एक अंक की सबसे बड़ी संख्या + 1 = दो अंकों की सबसे छोटी संख्या।

दो अंकों की सबसे बड़ी संख्या + 1 = तीन अंकों की सबसे छोटी संख्या

तीन अंकों की सबसे बड़ी संख्या + 1 = चार अंकों की सबसे छोटी संख्या

इसी प्रकार हम कह सकते हैं कि चार अंकों की सबसे बड़ी संख्या (9999) + 1 = पाँच अंकों की सबसे छोटी संख्या (10000) है। इसे दस हजार कहते हैं।

**आइए करके देखें**

दो अंकों की सबसे छोटी संख्या है ——

दो अंकों की सबसे बड़ी संख्या है ——

10 से 99 तक की संख्याएँ दो अंकों की कुल संख्या कितनी है?

अब यदि हम 1 से 99 तक की संख्याओं में से 1 से 9 तक की संख्याएँ, अर्थात् कुल 9 संख्याओं को 99 से घटा दें तो  $99 - 9 = 90$



कुल 90 संख्याएँ होंगी।

अतः दो अंकों की कुल संख्या =

दो अंकों की सबसे बड़ी संख्या – एक अंक की सबसे बड़ी संख्या।

तीन अंकों की कुल कितनी संख्याएँ होंगी?

100, 101, 102 ..... 999 तक ही तीन अंकों की संख्याएँ होंगी। अर्थात् तीन अंकों की कुल संख्या = तीन अंकों की बड़ी सं०–दो अंकों की बड़ी सं०। यानी  $999 - 99 = 900$  संख्याएँ होंगी।

**उदाहरण-1 :** दशमलव पद्धति में 7 अंकों की कुल कितनी संख्याएँ होंगी?

**हल :** 7 अंकों की सबसे बड़ी संख्या = 9999999

6 अंकों की सबसे बड़ी संख्या = 999999

अतः 7 अंकों की कुल संख्याएँ = 9000000 होंगी।

**स्वयं करके देखिए**

- 5 अंकों की कुल कितनी संख्याएँ होंगी?
- 4 अंकों की कुल कितनी संख्याएँ होंगी?

### 1.2.4 स्थानीय मान पर पुनर्दृष्टि

हम पिछली कक्षा में चार अंकों तक की संख्याओं में स्थानीय मान की जानकारी प्राप्त कर चुके हैं।

$$\begin{aligned} 85 \text{ का प्रसारित रूप} &= 8 \text{ दहाई} + 5 \text{ इकाई} \\ &= 80 + 5 \\ &= 8 \times 10 + 5 \times 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 385 &= 3 \text{ सैकड़ा} + 8 \text{ दहाई} + 5 \text{ इकाई} \\ &= 300 + 80 + 5 \end{aligned}$$



$$= 3 \times 100 + 8 \times 10 + 5 \times 1$$

$$6385 = 6 \text{ हजार} + 3 \text{ सैकड़ा} + 8 \text{ दहाई} + 5 \text{ इकाई}$$

$$= 6000 + 300 + 80 + 5$$

$$= 6 \times 1000 + 3 \times 100 + 8 \times 10 + 5 \times 1$$

इसी प्रकार 86385 का प्रसारित रूप

$$86385 = 8 \text{ दस हजार} + 6 \text{ हजार} + 3 \text{ सैकड़ा} + 8 \text{ दहाई} + 5 \text{ इकाई}$$

$$= 80000 + 6000 + 300 + 80 + 5$$

$$= 8 \times 10000 + 6 \times 1000 + 3 \times 100 + 8 \times 10 + 5 \times 1$$

इस प्रकार 86385 को छियासी हजार तीन सौ पचासी पढ़ा जाता है।

पाँच अंकों वाली पाँच और संख्याएँ लिखिए, उन्हें पढ़िए और प्रसारित रूप में लिखिए।

### 1.2.5 संख्या 100000 का प्रवेश

हम जानते हैं कि पाँच अंकों की सबसे बड़ी संख्या 99999 में 1 जोड़ने पर छः अंकों की सबसे छोटी संख्या प्राप्त होती है। अर्थात्  $99999 + 1 = 100000$ , इसे एक लाख पढ़ा जाता है। साथ ही,  $10,000 \times 10 = 1,00,000$

अब हम छः अंकों की संख्याओं का प्रसारित रूप लिख सकते हैं। जैसे—

$$3,58,685 = 3 \times 100000 + 5 \times 10000 + 8 \times 1000 + 6 \times 100 + 8 \times 10 + 5 \times 1$$

इस संख्या में इकाई के स्थान पर 5, दहाई के स्थान पर 8, सैकड़ा के स्थान पर 6, हजार के स्थान पर 8, दस हजार के स्थान पर 5 और लाख के स्थान पर 3 है। इस संख्या का नाम तीन लाख अठावन हजार छः सौ पचासी है।



**स्वयं करके देखिए**

संख्याओं को पढ़कर उन्हें खाली स्थानों में उनके नाम और प्रसारित रूप लिखिए—

संख्या	संख्या नाम	प्रसारित रूप
80000	अस्सी हजार	$8 \times 10000$
850000	आठ लाख पचास हजार	$8 \times 100000 + 5 \times 10000$
85400	-----	-----
85460	-----	-----
76850	-----	-----
946587	-----	-----
854965	-----	-----
25632	-----	-----

**1.2.6 आठ अंकों तक की संख्याएँ**

निम्न प्रतिरूप को पूरा करें –

$9 + 1 = 10$

$99 + 1 = 100$

$999 + 1 = 1000$

$9999 + 1 = 10000$

$99999 + 1 = \dots\dots\dots$

$999999 + 1 = \dots\dots\dots$

$9999999 + 1 = 1,00,00,000$

**याद रखिए**

1 सौ = 10 दहाइयाँ  
 1 हजार = 10 सैकड़ा = 100 दहाइयाँ  
 1 लाख = 100 हजार = 1000 सैकड़ा  
 1 करोड़ = 100 लाख = 10,000 हजार



प्रतिरूप से स्पष्ट है कि छः अंकों की सबसे बड़ी संख्या में 1 जोड़ने पर सात अंकों की सबसे छोटी संख्या प्राप्त होती है, जिसे दस लाख पढ़ा जाता है। इसी प्रकार सात अंकों की सबसे बड़ी संख्या में 1 जोड़ने पर आठ अंकों की सबसे छोटी संख्या प्राप्त होती है, जिसे एक करोड़ कहा जाता है।

दैनिक जीवन में हमें विभिन्न परिस्थितियों में बड़ी संख्याओं की आवश्यकता पड़ती है। जब हम अपनी कक्षा के बच्चों की संख्या गिनते हैं तो दो अंकों की होती है, जबकि विद्यालय के सभी बच्चों की संख्या 3 या 4 अंकों में होती है। पता करें आपके पास के शहर में रहने वाले लोगों की संख्या कितने अंकों में हैं?

क्या आप अपने राज्य में रहने वाले लोगों की संख्या जानते हैं? इस संख्या में कितने अंक होंगे?

### 1.2.7 स्थानीय मान तालिका

संख्याओं को लिखने के लिए नीचे दी गई स्थानीय मान तालिका जिसे भारतीय स्थानीय मान चार्ट कहते हैं का प्रयोग करते हैं—

स्थान	दस करोड़ Ten Crores	करोड़ Crore	दस लाख Ten Lac	लाख Lac	दस हजार Ten Thousand	हजार Thousand	सैकड़ा Hundred	दहाई Ten	इकाई Unit
	100000000	10000000	1000000	100000	10000	1000	100	10	1

बड़ी संख्याओं को पढ़ने और लिखने में उपर्युक्त सारणी बड़ी सहायक होती है। सारणी के अनुसार किसी संख्या को निम्न प्रकार रख सकते हैं—





संख्या	T	Cr.	Cr.	T.La	La	T.Th	Th	H	T	U	संख्या नाम
8,56,34,742	----	8	5	6	3	4	7	4	2		आठ करोड़ छप्पन लाख चौतीस हजार सात सौ बयालीस
85,43,86,297	8	5	4	3	8	6	2	9	7		पचासी करोड़ तैंतालीस लाख छियासी हजार दो सौ संतानवे

आप संख्याओं के प्रसारित रूप लिखने में भी तालिकाओं का प्रयोग कर सकते हैं। उपर्युक्त सारणी में दी गई संख्याओं को प्रसारित कर लिखिए।

### 1.2.8 अल्पविरामों (commas) का प्रयोग

आपने देखा कि उपर्युक्त तालिकाओं में बड़ी संख्याओं को लिखने में अल्प विरामों का प्रयोग हुआ है जो संख्यांकन की भारतीय पद्धति (Indian system of numeration) है। इस पद्धति में हजारों, लाखों और करोड़ों को प्रदर्शित करने के लिए अल्पविरामों का प्रयोग करते हैं। पहला अल्प विराम सौ के स्थान (दाएँ से चलते हुए तीसरे अंक) के बाद आता है और हजारों को प्रदर्शित करता है। दूसरा अल्प विराम अगले दो अंकों (दाएँ से पाँचवें अंक) के बाद आता है। यह दस हजार के स्थान के बाद आता है और लाखों को प्रदर्शित करता है। तीसरा अल्पविराम अन्य दो अंकों (दाएँ से सातवें अंक) के बाद आता है। यह दस लाख के बाद आता है और करोड़ों को प्रदर्शित करता है।

**उदाहरणार्थ—** 6,07,02,592, 2,32,42,563, 7,29,04,256

संख्याओं के नाम लिखते समय हम अल्प विरामों का प्रयोग नहीं करते हैं।

ऊपर दी हुई संख्याओं को पढ़ने का प्रयत्न कीजिए। इसी रूप में पाँच और संख्याओं को लिखिए और फिर उन्हें पढ़िए।

### 1.2.9 अंतर्राष्ट्रीय संख्यांकन पद्धति

संख्यांकन की अंतर्राष्ट्रीय पद्धति में इकाई, दहाई, सौ, हजार और आगे मिलियन (Millions) एवं बिलियन (Billions) का प्रयोग किया जाता है। अल्प विराम दाएँ से प्रत्येक तीसरे अंक के बाद आता है।



उदाहरणार्थ 508, 432, 561 को अन्तर्राष्ट्रीय पद्धति में पाँच सौ आठ मिलियन चार सौ बत्तीस हजार पाँच सौ इकसठ पढ़ा जाता है। भारतीय संख्यांकन पद्धति में उक्त संख्या का 50, 84, 32, 561 लिखा जाएगा तथा इसे पचास करोड़ चौरासी लाख बत्तीस हजार पाँच सौ इकसठ पढ़ा जायेगा।

### भारतीय संख्यांकन पद्धति के साथ अन्तर्राष्ट्रीय संख्यांकन पद्धति का सम्बन्ध

10 लाख	=	1 मिलियन
1 करोड़	=	10 मिलियन
10 करोड़	=	100 मिलियन
1 अरब	=	100 करोड़ = 1000 मिलियन = 1 बिलियन

आवर्त	अरब		करोड़		लाख		हजार		सैकड़ा	दहाई	इकाई
	दस अरब	अरब	दस करोड़	करोड़	दस लाख	लाख	द. ह.	ह. ह.	सै.	द.	इ.
भारतीय सांख्यिकी पद्धति में संख्या का स्थान											
अन्तर्राष्ट्रीय सांख्यिकी पद्धति में संख्या का स्थान	दस बिलियन	एक बिलियन	सौ मिलियन	दस मिलियन	एक मिलियन	सौ हजार	दस हजार	ह. ह.	सै.	द.	इ.

### अब बताइए

- (1) कितने लाख से एक मिलियन बनता है?
- (2) कितने मिलियन से एक करोड़ बनता है?
- (3) एक बिलियन कितने मिलियन के बराबर होता है?
- (4) एक लाख को अन्तर्राष्ट्रीय पद्धति में क्या कहते हैं?

सारणी में जहाँ एक मिलियन है, वहाँ ठीक ऊपर भारतीय पद्धति में दस लाख है।

क्या आप जानते हैं कि इस समय भारत की जनसंख्या कितनी है? पता करें और अन्तर्राष्ट्रीय संख्यांकन पद्धति में बदलें।



### प्रश्नावली - 1.1

#### 1. रिक्त स्थानों को भरिए-

- (a) 1 लाख = ..... दस हजार  
 (b) 1 मिलियन = ..... सौ हजार  
 (c) 1 करोड़ = ..... दस लाख  
 (d) 1 करोड़ = ..... मिलियन  
 (e) 1 मिलियन = ..... लाख

#### 2. सही स्थानों पर अल्प विराम लगाते हुए संख्याओं को लिखिए-

- (a) तिहत्तर लाख पचहत्तर हजार तीन सौ सात  
 (b) नौ करोड़ पाँच लाख इकतालिस  
 (c) सात करोड़ बावन लाख इक्कीस हजार तीन सौ दो  
 (d) अट्ठावन मिलियन चार सौ तेइस हजार दो सौ दो  
 (e) तेइस लाख तीस हजार दस

#### 3. निम्न संख्याओं को भारतीय संख्यांकन पद्धति एवं अन्तर्राष्ट्रीय संख्यांकन पद्धति दोनों में उपयुक्त स्थानों पर अल्प विराम लगाते हुए लिखिए तथा उनके संख्या नाम भी लिखिए-

- (a) 87595762 (b) 85462283  
 (c) 99900046 (d) 98432701

#### 1.3 बड़ी संख्याओं का दैनिक जीवन में प्रयोग

पिछली कक्षाओं में, हम लम्बाई के मात्रक या इकाई (unit) के बारे में पढ़ चुके हैं। हमने पेंसिल की लम्बाई, अपनी पुस्तक की लम्बाई-चौड़ाई इत्यादि मापने के लिए सेन्टीमीटर का प्रयोग किया है। हमारे रूलर पर सेन्टीमीटर के चिह्न अंकित होते हैं। परंतु अपने नाखून की लम्बाई मापने के लिए हम पाते हैं कि सेन्टीमीटर एक बड़ा मात्रक है। अतः हम एक छोटे मात्रक मिलीमीटर (मिमी) का प्रयोग करते हैं।



(a)  $1 \text{ सेन्टीमीटर} = 10 \text{ मिलीमीटर}$

परन्तु अपनी कक्षा के कमरे की लम्बाई या स्कूल के भवन की लम्बाई मापने के लिए, हम पाते हैं कि सेन्टीमीटर तक बहुत छोटा मात्रक है। अतः इस कार्य के लिए हम मीटर का प्रयोग करते हैं।

(b)  $1 \text{ मीटर} = 100 \text{ सेन्टीमीटर} = 1000 \text{ मिलीमीटर}$

अब यदि हमें दो शहरों के बीच की दूरियाँ बतानी हो तो मीटर भी एक बहुत छोटा मात्रक होता है। इसके लिए हम एक बड़े मात्रक किलोमीटर (किमी) का प्रयोग करते हैं।

(c)  $1 \text{ किलोमीटर} = 1000 \text{ मीटर}$

### स्वयं करके देखिए

1. कितने सेंटीमीटर से 1 किलोमीटर बनता है?
2. यदि आप बाजार में गेहूँ या चावल खरीदने जाते हैं, तो किस मात्रक (इकाई) में चावल-गेहूँ खरीदते हैं? क्या मिर्च या अदरक उसी मात्रक में खरीदते हैं?

आपको याद होगा

$1 \text{ किलोग्राम} = 1000 \text{ ग्राम}$

तथा  $1 \text{ क्विंटल} = 100 \text{ किलोग्राम}$

बीमार पड़ने पर जो दवाई दी जाती है, उसके भार मिलीग्राम (मिग्रा) में होता है। यह बहुत छोटी इकाई है।

$1 \text{ ग्राम} = 1000 \text{ मिलीग्राम}$

$250 \text{ ग्राम} = \frac{1}{4} \text{ किलोग्राम}$  (इसे एक पाव भी कहा जाता है।)

### स्वयं करके देखिए

1. दवाई की गोलियों के एक बक्से में 1,00,000 गोलियाँ हैं, जिनमें प्रत्येक का भार 20 मिग्रा है। इस बक्से में रखी सभी गोलियों का कुल भार ग्रामों में कितना है और किलोग्राम में कितना है?

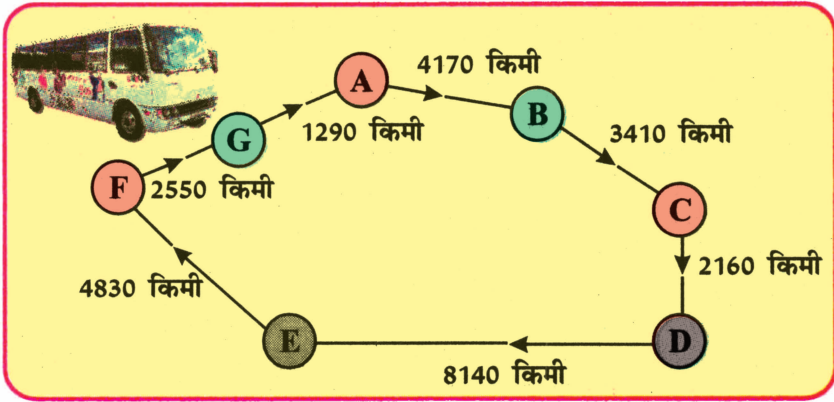


पानी वाली एक साधारण बाल्टी की धारिता प्रायः 20 लीटर होती है। धारिता को लीटर में दर्शाया जाता है, परन्तु कभी-कभी हमें एक छोटे मात्रक की भी आवश्यकता पड़ती है। यह मात्रक मिलीलीटर है। 1 लीटर = 1000 मिलीलीटर

पता कीजिए आपके घर में आने वाली वस्तुओं में किन-किन की माप मिलीलीटर में होती है?

### प्रयास कीजिए

1. एक बस ने अपनी यात्रा प्रारंभ की और 40 किमी/घंटा की चाल से विभिन्न स्थानों पर पहुँची। इस यात्रा को नीचे दर्शाया गया है—



### अब ज्ञात कीजिए

- (i) A से D तक जाने में बस द्वारा तय की गई कुल दूरी ज्ञात कीजिए।
- (ii) D से G तक जाने में बस द्वारा तय की गई कुल दूरी ज्ञात कीजिए।
- (iii) बस द्वारा तय की गई कुल दूरी ज्ञात कीजिए।
- (iv) C से D तक और D से E तक की दूरियों का अंतर ज्ञात कीजिए।
- (v) बस द्वारा निम्नलिखित यात्रा में लगा समय ज्ञात कीजिए—
  - (a) A से B तक
  - (b) C से D तक
  - (c) E से G तक
  - (d) कुल यात्रा



2. रमन की दुकान की तालिका नीचे दी गई है—

बेची गई वस्तुएँ	दर	वजन / नग
सेब	60 रु. प्रति किग्रा	2000 किग्रा
संतरा	40 रु. प्रति किग्रा	3004 किग्रा
कंधा	4 रु. प्रति नग	25000 नग
दाँतों का ब्रुश	15 रु. प्रति नग	24050 नग
पेंसिल	4 रु. प्रति नग	32542 नग
अभ्यास पुस्तिका	10 रु. प्रति नग	40002 नग
साबुन की टिकिया	9 रु. प्रति नग	20005 नग

- रमन द्वारा बेचे गए सेब और संतरों का कुल भार ज्ञात कीजिए।
- सेबों को बेचने से प्राप्त कुल धनराशि ज्ञात कीजिए।
- सेबों और संतरों को बेचने से प्राप्त कुल धनराशि ज्ञात कीजिए।
- रमन द्वारा प्रत्येक वस्तु को बेचने से प्राप्त धनराशि को दर्शाने वाली एक सारणी बनाइए। धनराशि की इन प्रविष्टियों को अवरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए। वह कौन-सी वस्तु है जिससे रमन को सबसे अधिक धनराशि प्राप्त हुई? यह धनराशि क्या है?

जोड़, घटाव, गुणा और भाग पर हम अनेक प्रश्न कर चुके हैं। यहाँ हम ऐसे कुछ और प्रश्न करेंगे। प्रारंभ करने से पहले निम्नलिखित उदाहरणों को देखिए तथा प्रश्नों के विश्लेषण का अनुसरण कीजिए और देखिए कि इन्हें किस प्रकार हल किया गया है।



**उदाहरण-1** : वर्ष 1991 में भागलपुर की जनसंख्या 2, 35,471 थी। वर्ष 2001 में पता चला कि जनसंख्या में 70,958 की वृद्धि हुई। तो बताएँ कि वर्ष 2001 में इस शहर की जनसंख्या क्या थी?

**हल** : 2001 में शहर की जनसंख्या = 1991 में जनसंख्या + जनसंख्या में वृद्धि

$$= 2, 35,471 + 70,958$$

$$(i) \quad 235471$$

$$+70958$$

---


$$306429$$


---

सलमा ने किया :  $235471 = 200000 + 35000 + 471$  तथा 70958

$$= 70000 + 958$$

और फिर  $200000 + 105000 + 1429 = 306429$

तथा मेरी ने किया—

$$200000 + 35000 + 400 + 71 + 70000 + 900 + 58 = 306429$$

इस प्रकार 2001 में शहर की जनसंख्या 3,06,429 प्राप्त हुई।

यहाँ तीनों ही विधियाँ सही हैं।

**उदाहरण-2** : किसी राज्य में वर्ष 2002-2003 में 7,43,000 साइकिलें बेची गईं। वर्ष 2003-2004 में बेची गई साइकिलों की संख्या 8,00,100 थी। किस वर्ष में अधिक साइकिलें बेची गईं और कितनी अधिक बेची गईं?

**हल** : स्पष्ट है कि संख्या 8,00,100 संख्या 7,43,000 से अधिक है। अतः, उस राज्य में वर्ष 2003-2004 में वर्ष 2002-2003 से अधिक साइकिलें बेची गईं।



$$\begin{array}{r} 800100 \\ -743000 \\ \hline \text{अतः } 057100 \end{array}$$

वर्ष 2003-2004 में 57,100 साइकिलें अधिक बेची गईं।

जोड़कर उत्तर की जाँच कीजिए—

$$\begin{array}{r} 743000 \\ +57100 \\ \hline \hline \hline \end{array}$$

(उत्तर सही है— हाँ/नहीं)

क्या आप इसे करने के और भी तरीके सोच सकते हैं?

**उदाहरण-3 :** एक शहर में समाचार पत्र की एक प्रति में 12 पृष्ठ होते हैं। प्रतिदिन इस समाचार पत्र की 11,980 प्रतियाँ छपती हैं, तो बताइए प्रतिदिन कितने पृष्ठ छपते हैं।

**हल :** प्रत्येक प्रति में 12 पृष्ठ हैं।

इसलिए 11,980 प्रतियों में  $12 \times 11980$  पृष्ठ होंगे।

अतः

$$\begin{array}{r} 11980 \\ \times 12 \\ \hline 23960 \\ + 119800 \\ \hline 143760 \end{array}$$

प्रतिदिन सभी प्रतियों के लिए 1,43,760 पृष्ठ छपते हैं।

**उदाहरण-4 :** पुस्तकों को बनाने के लिए कागज की 75,000 शीट (Sheet) उपलब्ध हैं। प्रत्येक शीट से पुस्तक के 8 पृष्ठ बनते हैं। प्रत्येक पुस्तक में 200 पृष्ठ हैं। उपलब्ध कागज से कितनी पुस्तकें बनाई जा सकती हैं?

**हल :** प्रत्येक शीट में 8 पृष्ठ बनते हैं। अतः 75,000 शीटों से  $8 \times 75000$  पृष्ठ बनेंगे।

$$\begin{array}{r} 75000 \\ \times 8 \\ \hline 600000 \end{array}$$





इस प्रकार पुस्तकों को बनाने के लिए 6,00,000 पृष्ठ उपलब्ध हैं।

अब, 200 पृष्ठों से एक पुस्तक बनती है।

इसलिए 6,00,000 पृष्ठों से  $6,00,000 \div 200$  पुस्तकें बनेंगी।

अब,

$$\begin{array}{r} 3000 \\ 200 \overline{) 600000} \\ \underline{600} \\ 000 \end{array}$$

इस प्रकार उपलब्ध कागज से 3000 पुस्तकें बनाई जा सकती हैं।

### प्रश्नावली - 1.2

1. किसी स्कूल में चार दिन के लिए एक पुस्तक प्रदर्शनी आयोजित की गई। पहले, दूसरे, तीसरे और अंतिम दिन खिड़की पर क्रमशः 1094, 1812, 2050 और 2751 टिकट बेचे गए। इन चार दिनों में बेचे गए टिकटों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए।
2. शेखर एक प्रसिद्ध क्रिकेटर खिलाड़ी है। वह टेस्ट मैचों में अब तक 6980 रन बना चुका है। वह 10,000 रन पूरे करना चाहता है। उसे कितने और रनों की आवश्यकता है?
3. एक चुनाव में, सफल प्रत्याशी ने 5,77,500 मत प्राप्त किए, जबकि उसके निकटतम प्रतिद्वन्दी ने 3,48,700 मत प्राप्त किए। सफल प्रत्याशी ने चुनाव कितने मतों से जीता?
4. कीर्ति बुक-स्टोर ने जून के प्रथम सप्ताह में 2,85,891 रु. मूल्य की पुस्तकें बेचीं। इसी माह के दूसरे सप्ताह में 4,00,768 रु. मूल्य की पुस्तकें बेची गईं। दोनों सप्ताहों में कुल मिलाकर कितनी बिक्री हुई? किस सप्ताह में बिक्री अधिक हुई और कितनी अधिक?
5. अंकों 6, 2, 7, 4 और 3 में से प्रत्येक का केवल एक बार प्रयोग करते हुए बनाई जा सकने वाली सबसे बड़ी और सबसे छोटी संख्याएँ लिखिए तथा उन संख्याओं का अंतर ज्ञात कीजिए।

6. एक मशीन औसतन एक दिन में 2,825 पेंच बनाती है। जनवरी 2006 में उस मशीन ने कितने पेंच बनाए?
7. एक व्यापारी के पास 78,592 रु. थे। उसने 40 रेडियो खरीदे, प्रत्येक रेडियो का मूल्य 1200 रु. था। इस खरीददारी के बाद उसके पास कितनी धनराशि शेष रह गई?
8. एक विद्यार्थी ने  $7236 \times 56$  में 56 के स्थान पर 65 से गुणा कर दिया। उसका उत्तर सही उत्तर से कितना अधिक था? (संकेत : दोनों गुणा करना आवश्यक नहीं है)।
9. एक कमीज सीने के लिए 2 मी 15 सेमी कपड़े की आवश्यकता है। 40 मी कपड़े में से कितनी कमीजें सीलाई जा सकती हैं और कितना कपड़ा शेष बच जाएगा?
10. दवाइयों को बक्सों में भरा गया है और ऐसे प्रत्येक बक्से का भार 4 किग्रा 500 ग्रा है। एक वैन, में 800 किग्रा से अधिक का भार नहीं ले जा सकती, ऐसे कितने बक्से लादे जा सकते हैं?
11. किसी विद्यार्थी के घर और स्कूल के बीच की दूरी 1 किमी 875 मी है। प्रत्येक दिन यह दूरी दो बार तय की जाती है। 6 दिन में उस विद्यार्थी द्वारा तय की गई कुल दूरी ज्ञात कीजिए।
12. एक बर्तन में 4 ली 500 मिली दही है। 250 मिली धारिता वाले कितने गिलासों में इसे भरा जा सकता है?

#### 1.4 आकलन

क्या हम विश्वास के साथ कह सकते हैं कि इन समाचारों में जितने व्यक्ति कहे गए हैं वहाँ ठीक उतने ही व्यक्ति थे? उदाहरणार्थ,

- (a) क्या स्टेडियम में ठीक 51,000 दर्शक थे?
- (b) क्या टेलीविजन पर ठीक 40 मिलियन लोगों ने मैच देखा?

#### समाचार

1. भारत और पाकिस्तान के बीच हुए एक हॉकी मैच को जिसे स्टेडियम में 51,000 दर्शकों ने देखा और विश्व भर में 40 मिलियन लोगों ने टेलीविजन पर देखा।
2. भारत और बांग्लादेश के तटवर्तीय क्षेत्रों में आए एक चक्रवाती तूफान में लगभग 2000 व्यक्तियों की मृत्यु हो गई और 50000 से अधिक घायल हुए।
3. रेलवे द्वारा प्रतिदिन 63,000 किलोमीटर से अधिक रेलपथ पर 13 मिलियन से अधिक यात्री यात्रा करते हैं।

6. एक मशीन औसतन एक दिन में 2,825 पेंच बनाती है। जनवरी 2006 में उस मशीन ने कितने पेंच बनाए?
7. एक व्यापारी के पास 78,592 रु. थे। उसने 40 रेडियो खरीदे, प्रत्येक रेडियो का मूल्य 1200 रु. था। इस खरीददारी के बाद उसके पास कितनी धनराशि शेष रह गई?
8. एक विद्यार्थी ने  $7236 \times 56$  में 56 के स्थान पर 65 से गुणा कर दिया। उसका उत्तर सही उत्तर से कितना अधिक था? (संकेत : दोनों गुणा करना आवश्यक नहीं है)।
9. एक कमीज सीने के लिए 2 मी 15 सेमी कपड़े की आवश्यकता है। 40 मी कपड़े में से कितनी कमीजें सीलाई जा सकती हैं और कितना कपड़ा शेष बच जाएगा?
10. दवाइयों को बक्सों में भरा गया है और ऐसे प्रत्येक बक्से का भार 4 किग्रा 500 ग्रा है। एक वैन, में 800 किग्रा से अधिक का भार नहीं ले जा सकती, ऐसे कितने बक्से लादे जा सकते हैं?
11. किसी विद्यार्थी के घर और स्कूल के बीच की दूरी 1 किमी 875 मी है। प्रत्येक दिन यह दूरी दो बार तय की जाती है। 6 दिन में उस विद्यार्थी द्वारा तय की गई कुल दूरी ज्ञात कीजिए।
12. एक बर्तन में 4 ली 500 मिली दही है। 250 मिली धारिता वाले कितने गिलासों में इसे भरा जा सकता है?

#### 1.4 आकलन

क्या हम विश्वास के साथ कह सकते हैं कि इन समाचारों में जितने व्यक्ति कहे गए हैं वहाँ ठीक उतने ही व्यक्ति थे? उदाहरणार्थ,

- (a) क्या स्टेडियम में ठीक 51,000 दर्शक थे?
- (b) क्या टेलीविजन पर ठीक 40 मिलियन लोगों ने मैच देखा?

#### समाचार

1. भारत और पाकिस्तान के बीच हुए एक हॉकी मैच को जिसे स्टेडियम में 51,000 दर्शकों ने देखा और विश्व भर में 40 मिलियन लोगों ने टेलीविजन पर देखा।
2. भारत और बांग्लादेश के तटवर्तीय क्षेत्रों में आए एक चक्रवाती तूफान में लगभग 2000 व्यक्तियों की मृत्यु हो गई और 50000 से अधिक घायल हुए।
3. रेलवे द्वारा प्रतिदिन 63,000 किलोमीटर से अधिक रेलपथ पर 13 मिलियन से अधिक यात्री यात्रा करते हैं।

स्पष्टतः, नहीं। शब्द लगभग स्वयं यह दर्शाता है कि व्यक्तियों की संख्याएँ इन संख्याओं के निकटतम थीं। स्पष्ट रूप से, 51000 संख्याओं 50800 या 51300 में से कोई भी संख्या हो सकती है, परन्तु 70000 नहीं होगी। इसी प्रकार, 40 मिलियन का अर्थ 39 मिलियन से अधिक और 41 मिलियन से कुछ कम हो सकता है। परन्तु निश्चित ही इसका अर्थ 50 मिलियन नहीं है।

इसी प्रकार, भारतीय रेलवे द्वारा यात्रा करने वाले यात्रियों की वास्तविक संख्या दी हुई संख्या के बराबर नहीं हो सकती है। परंतु इससे कुछ अधिक या कम हो सकती है। इन उदाहरणों में दी गई संख्याओं को ठीक-ठीक गिनकर (या यथार्थ रूप से) नहीं लिखा गया है, बल्कि ये उस संख्या के बारे में अनुमान देने वाले आकलन (Estimate) हैं।

चर्चा कीजिए कि इनसे क्या सुझाव मिलते हैं।

### हम सन्निकट (approximate) मान कहाँ निकालते हैं?

अपने घर पर होने वाले एक बड़े उत्सव की कल्पना कीजिए। पहला काम जो आप करेंगे वह यह होगा कि आप यह पता करेंगे कि आपके घर पर लगभग कितने मेहमान आ सकते हैं।

क्या आप मेहमानों की ठीक (exact) संख्या का विचार लेकर प्रारंभ कर सकते हैं?  
**व्यावहारिक रूप से यह असंभव है।**

हमारे देश के वित्त मंत्री प्रति वर्ष बजट पेश करते हैं। मंत्री महोदय 'शिक्षा' मद के अंतर्गत कुछ राशि का प्रावधान रखते हैं। क्या यह राशि यथार्थ रूप से सही होगी? यह उस वर्ष देश में शिक्षा पर व्यय होने वाली आवश्यक धनराशि का केवल एक विवेकसंगत अच्छा अनुमान या आकलन (estimate) हो सकता है।

### कुछ करें

उन स्थितियों के बारे में सोचिए जहाँ आपको ठीक-ठीक संख्याओं की आवश्यकता पड़ती है तथा इनकी उन स्थितियों से तुलना कीजिए जहाँ आप केवल एक आकलित (estimated) संख्या से ही काम चला लेते हैं। ऐसी स्थितियों के तीन उदाहरण दीजिए।



### 1.4.1 सन्निकटन द्वारा निकटतम दहाई तक आकलन

1

2

259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

ज्ञात कीजिए कि संख्या 1 और संख्या 2 में से—

- (a) कौन-सी संख्या 270 की तुलना में 260 के अधिक समीप हैं।  
 (b) कौन-सी संख्या 260 की तुलना में 270 के अधिक समीप हैं।

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

पटरी की संख्याओं 10, 17 और 20 के स्थानों को देखिए। क्या संख्या 17, संख्या 10 के अधिक निकट है या 20 के? 17 और 20 के बीच का रिक्त स्थान 17 और 10 के बीच के रिक्त स्थान की तुलना में कम है। इसलिए, हम 17 को निकटतम दहाई तक 20 के रूप में सन्निकटित करते हैं।

अब 12 को लीजिए। यह भी 10 और 20 के बीच स्थित है। परंतु 12, संख्या 20 की तुलना में 10 से अधिक निकट है। इसलिए हम 12 को निकटतम दहाई तक 10 के रूप में सन्निकटित करते हैं। आप 72 को निकटतम दहाई किस पर सन्निकटित करेंगे? यह 70 के निकट है या 80 के निकट, पता कीजिए।

हम देखते हैं कि संख्याएँ 1, 2, 3 और 4, संख्या 10 की तुलना में संख्या 0 के अधिक निकट हैं। इसलिए हम इन्हें 0 के रूप में पिछली दहाई में सन्निकटित करते हैं। संख्याएँ 6, 7, 8 और 9 संख्या 10 के अधिक निकट हैं। इसलिए हम इन्हें अगली दहाई के रूप में सन्निकटित करते हैं। संख्या 5, संख्याओं 9 और 10 के बराबर की दूरी पर है। यह सामान्य परिपाटी है कि इसे 10 के रूप में सन्निकटित किया जाता है। जैसे— 72 को 70, 76 को 80 तथा 75 को भी 80 में सन्निकटित करेंगे।

**प्रयास कीजिए**

इन संख्याओं को निकटतम दहाई तक सन्निकटित कीजिए—

19	36	54	43	36	15
61	57	99	215	446	2936



### 1.4.2 सन्निकटन द्वारा निकटतम सैकड़े तक आकलन

संख्या 520 संख्या 500 के अधिक निकट है या 600 के अधिक निकट है?

520, संख्या 500 के अधिक निकट (समीप) है, इसलिए इसे निकटतम सौ तक 500 के रूप में सन्निकटित किया जाता है।

इसी प्रकार संख्या 889, संख्याओं 800 और 900 के बीच में है। यह 900 के अधिक निकट है। इसलिए, इसे निकटतम सौ तक 900 के रूप में सन्निकटित किया जाता है।

संख्याएँ 1 से 49, संख्या 100 की तुलना में, संख्या 0 के अधिक निकट हैं। इसलिए, इन्हें 0 के रूप में सन्निकटित किया जाता है। 51 से 99 तक की संख्याएँ 0 की तुलना में 100 से अधिक निकट हैं। इसलिए, इन्हें 100 के रूप में सन्निकटित किया जाता है। संख्या 50 संख्याओं 0 और 100 से बराबर दूरी पर है। सामान्य परिपाटी अनुसार, इसे 100 के रूप में सन्निकटित किया जाता है।

### जाँच कीजिए कि निम्नलिखित सन्निकटन (सैकड़े तक) सही हैं या नहीं—

841 → 800 ;                      9537 → 9500;                      49730 → 49700

6546 → 6500 ;                      286 → 300 ;                      5750 → 5800

168 → 200 ;                      149 → 100;                      399 → 980

उन्हें सही कीजिए जो गलत हैं।

### 1.4.3 सन्निकटन द्वारा निकटतम हजार तक आकलन

हम जानते हैं कि 1 से 499 तक की संख्याएँ 1000 की तुलना में 0 के अधिक निकट हैं। इसलिए, इन्हें 0 के रूप में सन्निकटित करते हैं। 501 से 999 तक की संख्याएँ 0 की तुलना में 1000 के अधिक निकट है। इसलिए, इन्हें 1000 के रूप में सन्निकटित किया जाता है। संख्या 500 को भी 1000 के रूप में सन्निकटित किया जाता है।

### 1. निम्नलिखित सन्निकटनों की जाँच कीजिए और उन्हें सही कीजिए जो गलत हैं—

1873 → 2000;                      9537 → 9500

5750 → 5800                      65437 → 65000

7805 → 7000;                      3498 → 4000



## प्रयास कीजिए

तालिका पूरी कीजिए—

संख्या	निकटतम	सन्निकटित रूप
65748	दहाई	.....
65748	सौ	.....
65748	हजार	.....
65748	दस हजार	.....

### 1.4.4 संख्या संक्रियाओं के परिणामों का आकलन

हम संख्याओं को किस प्रकार जोड़ते हैं? हम संख्याओं को एक एल्गोरिदम (Algorithm) (दी हुई विधि) का चरणबद्ध रूप से प्रयोग करते हुए जोड़ते हैं। हम संख्याओं को यह ध्यान रखते हुए लिखते हैं कि एक ही स्थान (इकाई, दहाई, सौ, इत्यादि) के अंक एक ही स्तंभ (Column) में रहें। उदाहरणार्थ,  $3946 + 6579 + 2050$  को निम्न रूप में लिखते हैं—

$$\begin{array}{rcccc}
 & \text{Th} & \text{H} & \text{T} & \text{O} \\
 & 3 & 9 & 4 & 6 \\
 & 6 & 5 & 7 & 9 \\
 + & 2 & 0 & 5 & 0 \\
 \hline
 \end{array}$$

फिर हम इकाई वाले स्तंभ की संख्याओं को जोड़ते हैं। यदि आवश्यक हो, तो हम एक उचित संख्या को हासिल के रूप में दहाई के स्थान पर ले जाते हैं, जैसे कि इस स्थिति में है। फिर हम इसी प्रकार दहाई के स्तंभ पूर्ण कर सकते हैं। इस प्रक्रिया में स्पष्टतः समय लगता है।

अनेक स्थितियों में हमें उत्तरों को अधिक तीव्रता से ज्ञात करने की आवश्यकता होती है। उदाहरणार्थ, जब आप किसी मेले या बाजार में कुछ धनराशि लेकर जाते हैं तो आकर्षक वस्तुओं की किस्मों और मात्राओं को देखकर वहाँ आप सोचते हैं कि सभी को खरीद लिया



जाए। आपको तुरन्त यह निर्णय लेने की आवश्यकता होती है कि आप किन-किन वस्तुओं को खरीद सकते हैं। इसके लिए आपको आवश्यक धनराशि का आकलन करने की आवश्यकता पड़ती है जो उन वस्तुओं के मूल्यों का योग होती है जिन्हें आप खरीदना चाहते हैं।

किसी विशेष दिन, एक व्यापारी को दो स्थानों से धनराशि प्राप्त होनी है। एक स्थान से प्राप्त होने वाली धनराशि 13,569 रु. है और अन्य स्थान से प्राप्त होने वाली धनराशि 26,785 रु. है। उसे शाम तक किसी अन्य व्यक्ति को 37,000 रु. देने हैं। वह संख्याओं को उनके निकटतम हजारों तक सन्निकटित करता है और तुरन्त कच्चा या रफ (rough) उत्तर निकाल लेता है। वह खुश हो जाता है कि उसके पास पर्याप्त धनराशि है। क्या आप सोचते हैं कि उसके पास पर्याप्त धनराशि होगी? क्या आप बिना यथार्थ योग किए यह बता सकते हैं?

शीला और मोहन को अपना मासिक बजट बनाना है। उन्हें परिवहन, स्कूल की आवश्यकताओं, किराने का सामान, दूध और कपड़ों पर होने वाले अपने मासिक व्यय के बारे में भी जानकारी है तथा अन्य नियमित व्ययों की भी जानकारी है। इस महीने में उन्हें घूमने भी जाना है और उपहार भी खरीदने हैं। वे इन सभी पर होने वाले व्ययों का आकलन करते हैं और उन्हें जोड़कर देखते हैं कि जो राशि उनके पास है वह पर्याप्त है या नहीं। क्या वे हजारों तक सन्निकटित करेंगे, जैसा कि व्यापारी ने किया था? ऐसी पाँच और स्थितियों के बारे में सोचिए और चर्चा कीजिए, जहाँ हमें योग या अंतरों का आकलन करना पड़ता है। क्या हम इन सभी में एक ही स्थान तक सन्निकट मान ज्ञात करते हैं?

जब आप संख्याओं के परिणामों का आकलन करते हैं तो उसके लिए कोई निश्चित नियम नहीं है। यह विधि इस पर निर्भर करती है कि परिशुद्धता की वांछित मात्रा कितनी है, आकलन कितनी जल्दी चाहिए तथा सबसे महत्वपूर्ण बात है कि अनुमानित उत्तर कितना अर्थपूर्ण होगा।

#### 1.4.5 योग अथवा अंतर का आकलन

जैसा कि हमने ऊपर देखा, हम एक संख्या को किसी भी स्थान तक सन्निकटित कर सकते हैं। व्यापारी ने धनराशि को निकटतम हजारों तक सन्निकटित किया और संतुष्ट हो गया कि उसके पास पर्याप्त धनराशि है। इसलिए जब आपको किसी योग अथवा अंतर का आकलन





करना है, तो आपको यह पता होना चाहिए कि आप क्यों सन्निकटित कर रहे हैं और इसलिए किस स्थान तक आपको सन्निकटित करना है। निम्नलिखित उदाहरणों को देखिए—

**उदाहरण-1 :**  $4380 + 15785$  का आकलन कीजिए।

**हल :** हम देखते हैं कि  $15785 > 4380$  है।

हम निकटतम हजारों तक सन्निकटित करते हैं।

$$\begin{array}{r} 15785 \text{ सन्निकटित मान} \rightarrow 16,000 \\ + 4380 \text{ सन्निकटित मान} \rightarrow +4000 \\ \hline \text{आकलित योग} \rightarrow 20,000 \end{array}$$

क्या यह विधि काम करती है? आप यथार्थ उत्तर ज्ञात करके जाँच कर सकते हैं कि यह आकलन विवेकपूर्ण है या नहीं।

**उदाहरण-2:**  $4875 - 484$  का आकलन कीजिए।

$$\begin{array}{r} \text{हल : } 4875 \text{ सन्निकटित मान (हजारों में)} \rightarrow 5,000 \\ -484 \text{ सन्निकटित मान} \rightarrow (\text{हजारों में}) \quad -0 \\ \hline \text{आकलित अंतर} \rightarrow 5,000 \end{array}$$

यह विवेकपूर्ण आकलन नहीं है। यह विवेकपूर्ण क्यों नहीं है? निकटतम आकलन प्राप्त करने के लिए, आइए संख्या को निकटतम सौ तक सन्निकटित करने का प्रयत्न करें।

$$\begin{array}{r} 4875 \text{ सन्निकटित मान} \rightarrow 4,900 \\ -484 \text{ सन्निकटित मान} \rightarrow -500 \\ \hline \text{आकलित अन्तर} \rightarrow 4,400 \end{array}$$

यह एक अच्छा और अधिक अर्थपूर्ण आकलन है।

### 1.4.6 आकलन करना : गुणनफल

$19 \times 48$  के लिए आकलन क्या है?

$19 \times 48$  का गुणनफल 912 होता है। स्पष्ट है कि यह गुणनफल 1000 से कम है। क्यों? यदि हम 19 का निकटतम दहाई तक मान निकालें, तो हमें 20 प्राप्त होता है और फिर 48 का निकटतम दहाई तक मान निकालें, तो 50 प्राप्त होता है। अब  $20 \times 50 = 1000$  है। संख्या 912, संख्या 1000 के सन्निकट है।



करना है, तो आपको यह पता होना चाहिए कि आप क्यों सन्निकटित कर रहे हैं और इसलिए किस स्थान तक आपको सन्निकटित करना है। निम्नलिखित उदाहरणों को देखिए—

**उदाहरण-1 :**  $4380 + 15785$  का आकलन कीजिए।

**हल :** हम देखते हैं कि  $15785 > 4380$  है।

हम निकटतम हजारों तक सन्निकटित करते हैं।

$$\begin{array}{r} 15785 \text{ सन्निकटित मान} \rightarrow 16,000 \\ + 4380 \text{ सन्निकटित मान} \rightarrow +4000 \\ \hline \text{आकलित योग} \rightarrow 20,000 \end{array}$$

क्या यह विधि काम करती है? आप यथार्थ उत्तर ज्ञात करके जाँच कर सकते हैं कि यह आकलन विवेकपूर्ण है या नहीं।

**उदाहरण-2:**  $4875 - 484$  का आकलन कीजिए।

$$\begin{array}{r} \text{हल : } 4875 \text{ सन्निकटित मान (हजारों में)} \rightarrow 5,000 \\ -484 \text{ सन्निकटित मान} \rightarrow (\text{हजारों में}) \quad -0 \\ \hline \text{आकलित अंतर} \rightarrow 5,000 \end{array}$$

यह विवेकपूर्ण आकलन नहीं है। यह विवेकपूर्ण क्यों नहीं है? निकटतम आकलन प्राप्त करने के लिए, आइए संख्या को निकटतम सौ तक सन्निकटित करने का प्रयत्न करें।

$$\begin{array}{r} 4875 \text{ सन्निकटित मान} \rightarrow 4,900 \\ -484 \text{ सन्निकटित मान} \rightarrow -500 \\ \hline \text{आकलित अन्तर} \rightarrow 4,400 \end{array}$$

यह एक अच्छा और अधिक अर्थपूर्ण आकलन है।

### 1.4.6 आकलन करना : गुणनफल

$19 \times 48$  के लिए आकलन क्या है?

$19 \times 48$  का गुणनफल 912 होता है। स्पष्ट है कि यह गुणनफल 1000 से कम है। क्यों? यदि हम 19 का निकटतम दहाई तक मान निकालें, तो हमें 20 प्राप्त होता है और फिर 48 का निकटतम दहाई तक मान निकालें, तो 50 प्राप्त होता है। अब  $20 \times 50 = 1000$  है। संख्या 912, संख्या 1000 के सन्निकट है।



सन्निकटन का व्यापक नियम यह है कि प्रत्येक गुणा की जाने वाली संख्या को उसके सबसे बड़े स्थान तक सन्निकटित कीजिए और सन्निकटित संख्याओं को गुणा कर दीजिए।

**उदाहरण** :  $72 \times 489$  का आकलन कीजिए।

489 सन्निकटित होता है 500 (सौ तक सन्निकटित)

72 सन्निकटित होता है 70 (दहाई तक सन्निकटित)

अतः आकलित गुणनफल =  $500 \times 70 = 35000$  है।

**स्वयं करके देखिए**

**निम्नलिखित गुणनफलों का आकलन कीजिए—**

(a)  $67 \times 313$

(b)  $8 \times 795$

(c)  $898 \times 735$

(d)  $958 \times 387$

ऐसे ही पाँच और प्रश्न बनाइए और उन्हें हल कीजिए।

आपके लिए आकलनों का एक महत्त्वपूर्ण उपयोग यह है कि आप अपने उत्तरों को जाँच कर सकते हैं। मान लीजिए आपने  $37 \times 1889$  ज्ञात किया है, परंतु आप निश्चित नहीं हैं कि उत्तर सही है या नहीं। इस गुणनफल का एक तुरन्त (जल्दी) प्राप्त होने वाला और विवेकपूर्ण आकलन  $40 \times 2000 = 80000$  है। यदि आपका उत्तर 80000 के निकट है, तो संभवतः आपका उत्तर सही है। दूसरी ओर, यदि वह 8000 या 8,00,000 के निकट है, तो आपके गुणा करने में अवश्य ही कुछ गलती हुई है।

**प्रश्नावली - 1.3**

1. व्यापक नियम का प्रयोग करते हुए निम्नलिखित में से प्रत्येक के योगफल का सन्निकटित मान बताइए—

(a)  $730 + 998$

(b)  $796 - 314$

(c)  $12,904 + 2888$

(d)  $28292 - 21496$



2. निम्न सवालों में प्रत्येक में एक मोटे तौर पर आकलन और एक निकटतम आकलन (दस तक सन्निकटन) दीजिए—

(a)  $439 + 334 + 4317$  (b)  $108734 - 47599$

(c)  $8325 - 491$  (d)  $489348 - 48365$

3. व्यापक नियम का प्रयोग करते हुए निम्नलिखित संख्याओं के गुणनफलों के आकलन का अनुमान लगाइए—

(a)  $578 \times 161$  (b)  $5281 \times 3491$

(c)  $1291 \times 592$  (d)  $9250 \times 29$

### 1.4.7 कोष्ठकों का प्रयोग

मोहन ने बाजार से 7 कलमें खरीदीं जिनका मूल्य 10 रु. प्रति कलम था। उसकी बहन सीमा ने इसी प्रकार की 8 कलमें खरीदीं। उनके द्वारा दी गई कुल धनराशि ज्ञात कीजिए।

रीता ने धनराशि इस प्रकार  
परिकलित की

$$7 \times 10 + 8 \times 10$$

$$= 70 + 80$$

$$\text{उत्तर} = 150 \text{ रु.}$$

शबीना ने धनराशि इस प्रकार  
परिकलित की

$$7 + 8 = 15$$

$$\text{और } 15 \times 10$$

$$\text{उत्तर} = 150 \text{ रु.}$$

आप देख सकते हैं कि रीता और शबीना के उत्तर प्राप्त करने की विधियों में कुछ अंतर है, परंतु दोनों के उत्तर समान हैं और प्राप्त परिणाम सही है। क्यों?

सीमा ने कहा कि शबीना ने  $8+7 \times 10$  करके उत्तर प्राप्त किया है।

श्याम बताता है कि  $8 + 7 \times 10 = 8 + 70 = 78$  है। लेकिन शबीना ने जो उत्तर प्राप्त किया है वह यह नहीं है। बस तीनों विद्यार्थी उलझन में पड़ जाते हैं।

ऐसी स्थितियों में उलझन दूर करने के लिए हम कोष्ठकों (Brackets) का प्रयोग कर सकते हैं। हम कोष्ठकों का प्रयोग करके 7 और 8 को मिलाकर एक समूह बना सकते हैं जो दर्शाएगा कि इस समूह को एक अकेली संख्या समझा जाए। इससे उत्तर इस प्रकार प्राप्त होता है—

$$(7+8) \times 10 = 15 \times 10$$



यह वही है जो शबीना ने किया है। उसने पहले 7 और 8 को जोड़ा और फिर प्राप्त योग को 10 से गुणा कर दिया।

कोष्ठकों का प्रयोग यह स्पष्ट रूप में हमें बताता है कि पहले कोष्ठकों ( ) के अंदर दी हुई संख्याओं को एक अकेली संख्या के रूप में बदलिए और फिर बाहर दी हुई संक्रिया कीजिए जो यहाँ 10 से गुणा करना है।

## स्वयं करके देखिए

- कोष्ठकों का प्रयोग करते हुए निम्नलिखित में से प्रत्येक के लिए व्यंजक लिखिए—
  - पाँच और तीन के योग का चार से गुणा।
  - सोलह और सात के अंतर को चार से भाग।
  - पैंतालीस को तीन और दो के योग के तिगुने से भाग देना।
- $(5 + 8) \times 7$  के लिए विभिन्न स्थितियाँ लिखिए।  
(ऐसी एक स्थिति है— गीता और रीता ने 7 दिन कार्य किया। गीता 5 घंटे प्रतिदिन कार्य करती है और रीता 8 घंटे प्रतिदिन कार्य करती है। दोनों ने एक सप्ताह में कुल कितने घंटे कार्य किया?)
- निम्नलिखित के लिए पाँच स्थितियाँ लिखिए जहाँ कोष्ठकों का प्रयोग आवश्यक हो—
  - $6(8-4)$
  - $(5+3)(8-3)$

## 1.5 रोमन संख्यांक

अभी तक हम हिंदू-अरेबिक संख्यांक (Hindu-Arabic Numerals) की पद्धति का ही प्रयोग करते रहे हैं। यह एक मात्र संख्यांक पद्धति नहीं है। संख्यांक लिखने की पुरानी पद्धतियों में से एक पद्धति रोमन संख्यांक (Roman Numerals) की पद्धति है। यह पद्धति अभी भी अनेक स्थानों पर प्रयोग की जाती है। उदाहरणार्थ, हम घड़ियों में रोमन संख्यांक का प्रयोग देख सकते हैं। इनका प्रयोग स्कूल की समय-सारणी में कक्षा के लिए भी किया जाता है, इत्यादि।

### रोमन संख्यांक

I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X



ये क्रमशः संख्याएँ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 और 10 व्यक्त करते हैं। इसके बाद 11 के लिए XI और 12 के लिए XII, ... 20 के लिए XX का प्रयोग होता है।

इस पद्धति के कुछ अन्य संख्यांक, संगत हिंदू-अरेबिक संख्याओं के साथ इस प्रकार हैं—

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

(a) यदि किसी संकेत की पुनरावृत्ति होती है तो जितनी बार वह आता है उसका मान उतनी ही बार जोड़ दिया जाता है। अर्थात् II बराबर 2 है, XX बराबर 20, है और XXX बराबर 30 है।

(b) कोई संकेत तीन से अधिक बार नहीं आता है। परंतु संकेतों V, L और D की कभी पुनरावृत्ति नहीं होती है।

(c) यदि छोटे मान वाला कोई संकेत एक बड़े मान वाले संकेत के दाईं ओर जाता है तो बड़े मान में छोटे मान को जोड़ दिया जाता है। जैसे—

$$VI = 5 + 1 = 6$$

$$XII = 10 + 2 = 12$$

$$LXV = 50 + 10 + 5 = 65$$

(d) यदि छोटे मान वाला कोई संकेत बड़े मान वाले किसी संकेत के बाईं ओर जाता है तो बड़े मान में से छोटे मान को घटा दिया जाता है। जैसे—

$$IV = 5 - 1 = 4$$

$$IX = 10 - 1 = 9$$

$$XL = 50 - 10 = 40$$

$$XC = 100 - 10 = 90$$

(e) संकेतों V, L और D को कभी भी बड़े मान वाले संकेत के बाईं ओर नहीं लिखा जाता है। अर्थात् V, L और D के मानों को कभी भी घटाया नहीं जाता है।

संकेत I को केवल V और X में से घटाया जा सकता है। संकेत X को केवल L, M

और C में से ही घटाया जा सकता है।

इन नियमों का पालन करने से हमें प्राप्त होता है—

$$1 = I \quad 20 = XX$$

$$2 = II \quad 30 = XXX$$



3	=	III	40	=	XL
4	=	IV	50	=	L
5	=	V	60	=	LX
6	=	VI	70	=	LXX
7	=	VII	80	=	LXXX
8	=	VIII	90	=	XC
9	=	IX	100	=	C
10	=	X			

- (a) उपर्युक्त सारणी में छूटी हुई संख्याओं को रोमन पद्धति में लिखिए। जैसे : 11 से 19, 21-29 ..... इत्यादि।
- (b) XXXX, VX, IC, XVV ----- इत्यादि नहीं लिखे जाते हैं। क्या आप बता सकते हैं क्यों?

**उदाहरण-1 : निम्नलिखित को रोमन संख्याओं में लिखिए-**

(a) 79

(b) 98

**हल-**

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad 79 &= 70 + 9 \\ &= (50+10+10) + 9 \\ &= (L+X+X) + IX \\ &= LXXIX \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad 98 &= 90 + 8 \\ &= (100-10) + 8 \\ &= XC + VIII \\ &= XCVIII \end{aligned}$$

**प्रयास कीजिए**

**A. नीचे दी गई संख्याओं को रोमन पद्धति में लिखिए-**

- (i) 25      (ii) 49      (iii) 92      (iv) 73  
 (v) 290      (vi) 313      (vii) 173      (viii) 217

**B. इन्हें संख्याओं में लिखिए-**

- (i) XXIX      (ii) XLIX      (iii) CCIX      (iv) XXXIV  
 (v) XCV      (vi) CCCXL

