

अध्याय-7

भिन्न

भूमिका

सोनू, सकीला, रेशमा और सुग्रीव चारों खाना खा रहे थे। टिफिन खोलने पर उसमें कुल 10 पूड़ियाँ निकलीं। अब इन चारों के बीच 10 पूड़ियों को बराबर-बराबर कैसे बाँटा जाए।

इसके लिए रेशमा ने पहले सबको दो-दो पूड़ियाँ दीं। अब शेष बची दो पूड़ियों को बाँटना था। उसने दोनों पूड़ियों को आधे-आधे हिस्से में बाँटकर चार टुकड़े बनाए। हर एक को एक हिस्सा दे दिया। इस प्रकार सभी को दो पूरी और एक आधी पूड़ी मिली।

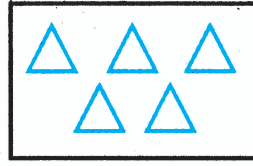


स्वयं करके देखिए

निम्न आकृतियों के नीचे लिखी गई संख्या के अनुसार उपयुक्त भाग को पेंसिल से छायांकित कीजिए—



$\frac{1}{2}$ भाग



$\frac{3}{5}$ भाग



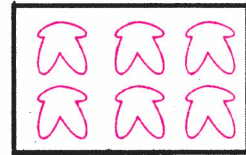
$\frac{1}{2}$ भाग



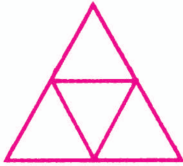
$\frac{1}{4}$ भाग



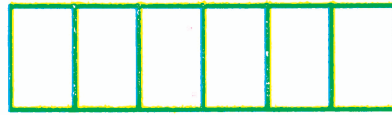
$\frac{1}{3}$ भाग



$\frac{5}{6}$ भाग



$\frac{3}{4}$ भाग



$\frac{2}{6}$ भाग

7.2 भिन्न

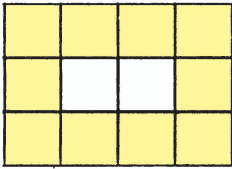
एक सम (उचित) भिन्न का अर्थ है किसी एक समूह का अथवा एक क्षेत्र (Region) अथवा वस्तु का हिस्सा। $\frac{5}{8}$ एक सम (उचित) भिन्न है। हम इसे पाँच बटे आठ अथवा पाँच-अठांश (Five-eighth) पढ़ते हैं। इस भिन्न $\frac{5}{8}$ में किसी एक पूर्ण को 8 बराबर भागों में बाँटा गया है और उसमें से "5" भाग ले लिए गए हैं। यहाँ 5 अंश (Numerator) और 8 हर (Denominator) कहलाता है।

भिन्न $\frac{4}{9}$ का अंश और हर बताइए। यह भी बताइए कि वस्तु कितने बराबर भागों में बाँटी

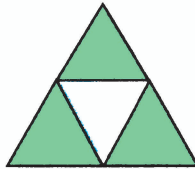


प्रश्नावली - 7.1

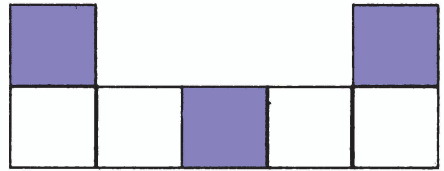
1. छायांकित भाग को निरूपित करने वाली भिन्न लिखिए-



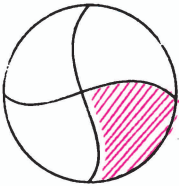
(i)



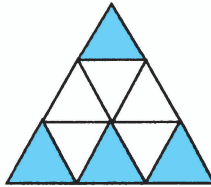
(ii)



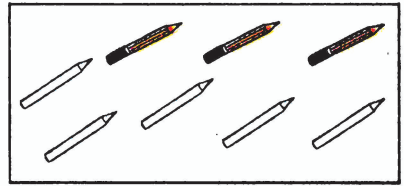
(iii)



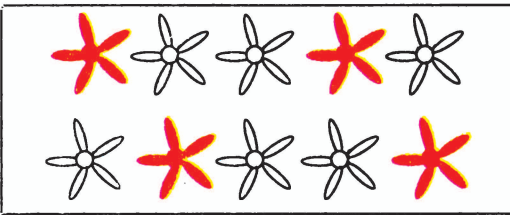
(iv)



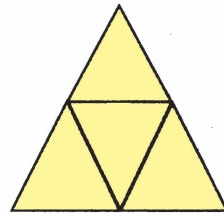
(v)



(vi)

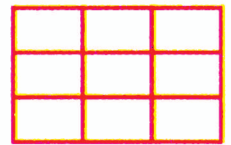
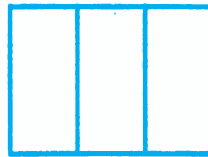
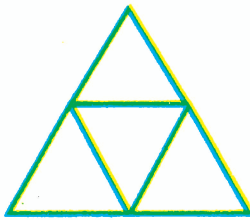
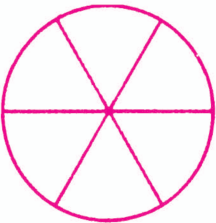


(vii)

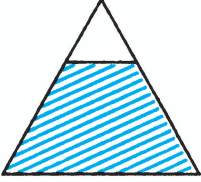


(viii)

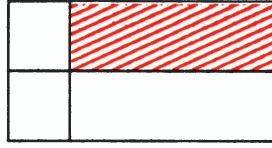
2. दी गई भिन्न के अनुसार, भागों को छायांकित कीजिए-



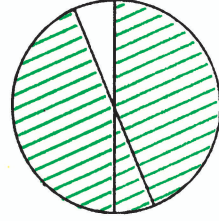
3. नीचे कुछ आकृतियाँ बनी हुई हैं। क्या आकृतियों के नीचे लिखी भिन्न संख्याएँ, आकृतियों के रंगे हुए हिस्से को दर्शा रही हैं? क्यों या क्यों नहीं?



$$\frac{1}{2}$$

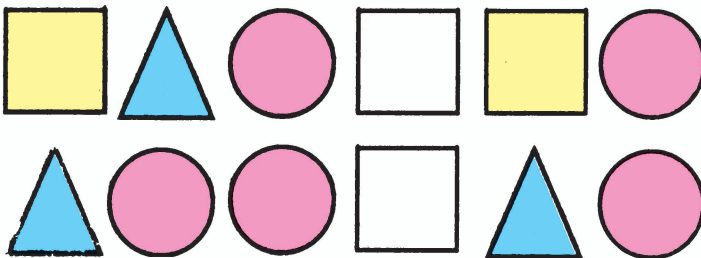


$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{3}{4}$$

4. 6 घंटे एक दिन का कौन-सा हिस्सा है?
5. 2 दिन, एक सप्ताह का कौन-सा हिस्सा है?
6. सोनू, सलमा और आर्या मिलकर दो सैंडविच खरीदते हैं— एक सब्जी वाला और दूसरा जैम (Jam) वाला।
 (a) तीनों उन्हें किस प्रकार बाँटें कि प्रत्येक को बराबर मिले?
 (b) प्रत्येक को एक सैंडविच का कौन-सा भाग मिलेगा?
7. विवेक को 12 प्रश्न हल करने थे। उसने अब तक 8 प्रश्न हल कर लिए। उसने प्रश्नों का कितना भाग कर लिया है?
8. 5 से 15 तक की प्राकृत संख्याएँ लिखिए। इनमें कुल कितनी अभाज्य संख्याएँ हैं? यह 5 से 15 तक कुल संख्याओं का कौन-सा हिस्सा है?
9. नीचे बनी आकृतियों में गोल, चौकोर और त्रिकोण कुल आकृतियों के कौन-कौन से भाग (भिन्न) को दर्शाते हैं?



7.3 संख्या रेखा पर भिन्न

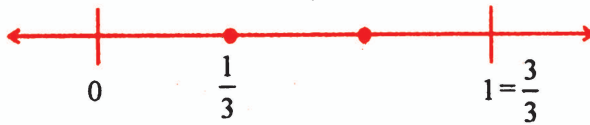
आप किसी संख्या रेखा पर पूर्ण संख्याओं 0, 1, 2, 3, 4, 5 को दर्शाना जानते हैं। अब हम भिन्नों को संख्या रेखा पर दर्शाना सीखते हैं।

हम जानते हैं कि $\frac{1}{2}$, ऐसी संख्या है जो 0 से बड़ी और 1 से छोटी है। इसलिए यह 0 से 1 के बीच में ही होगी। इसलिए हम 0 और 1 के बीच की दूरी को दो बराबर भागों में विभाजित करते हैं और एक भाग से $\frac{1}{2}$ को दर्शाते हैं। (चित्र-1)



चित्र-1

इसी प्रकार $\frac{1}{3}$ को दर्शाने के लिए हम 0 और 1 के बीच की दूरी को 3 बराबर भागों में विभाजित करते हैं और एक भाग से $\frac{1}{3}$ को दर्शाते हैं। (चित्र-2)



चित्र-2

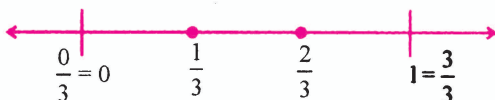
क्या हम इस संख्या रेखा पर $\frac{2}{3}$ को दर्शा सकते हैं? $\frac{2}{3}$ का अर्थ है 3 बराबर भागों में से 2 भाग।



चित्र-3



इसी प्रकार $\frac{0}{3}$ को कहाँ दिखाएँ? यहाँ कोई हिस्सा नहीं लिया गया है। अतः इसे संख्या रेखा पर बिन्दु 0 से दर्शाया जा सकता है। $\frac{3}{3}$ एक पूर्ण है, इसलिए इसे संख्या रेखा पर बिंदु 1 से दर्शाया जा सकता है।



चित्र-4

स्वयं करके देखिए

- संख्या रेखा पर $\frac{1}{12}, \frac{0}{12}, \frac{6}{12}$ और $\frac{12}{12}$ को दर्शाइए।
- क्या आप संख्या रेखा पर 0 और 1 के बीच किसी अन्य संख्या को दर्शा सकते हैं? ऐसी पाँच भिन्न संख्याएँ संख्या रेखा पर दर्शाइए।
- 0 और 1 के बीच कितनी भिन्न हैं?

7.4 सम भिन्न (Proper fraction)

आप अलग-अलग संख्या रेखाओं पर $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{9}{10}, \frac{0}{3}, \frac{5}{8}$ दर्शाइए। क्या इनमें से कोई भी भिन्न 1 के दाईं ओर है? नहीं ये सभी भिन्न 1 के बाईं ओर स्थित हैं, क्योंकि ये 1 से छोटी हैं। जो भिन्न संख्या एक पूर्ण (Whole) के भाग को निरूपित करती है, सम भिन्न (Proper fraction) कहलाती है। एक सम भिन्न में अंश सदैव हर से छोटा होता है।

स्वयं करके देखिए

- संकेत '>', '<' या '=' का प्रयोग करके, रिक्त स्थानों को भरिए—

(a) $\frac{4}{4} \square 1$

(b) $\frac{1}{2} \square 1$

(c) $1 \square \frac{7}{8}$

(d) $\frac{3}{5} \square 1$

(e) $\frac{0}{6} \square 0$

(f) $\frac{101}{101} \square 1$



2. एक भिन्न को देखकर आप कैसे बता सकते हैं कि यह भिन्न-

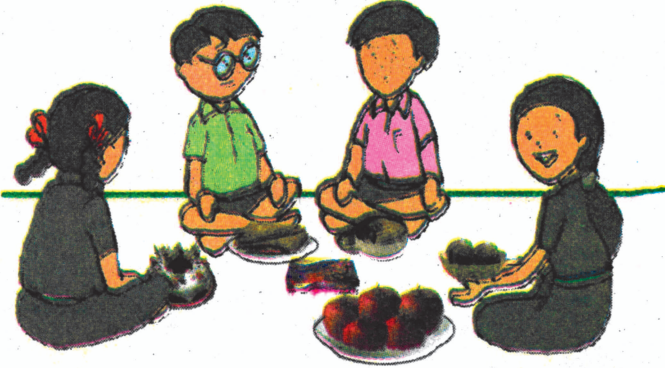
(a) 1 से छोटी है?

(b) 1 के बराबर है?

3. एक सम भिन्न लीजिए, जिसके अंश और हर का योग 10 हो, जैसे- $\frac{3}{7}$ । आप इस प्रकार की कितनी और सम भिन्न बना सकते हैं?

7.5 विषम भिन्न और मिश्रित भिन्न (संख्याएँ)

मोनू के पास पाँच सेब हैं जिसे वह अपने दोस्तों के साथ बराबर-बराबर बाँटकर खाना चाहता है। वे चारों आपस में पाँच सेबों को किस प्रकार बाँट सकते हैं?



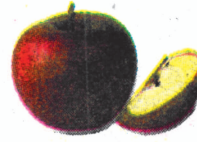
रमीला : हम सभी एक-एक पूरा सेब और पाँचवें सेब का एक-चौथाई ले सकते हैं।



मोनू



श्यामू



रमीला

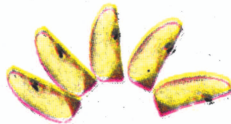


रागिनी

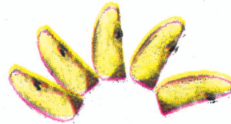
रागिनी- परन्तु हम प्रत्येक सेब को चार बराबर भागों में भी बाँट सकते हैं और प्रत्येक सेब का एक-चौथाई ले सकते हैं।



मोनू



श्यामू



रमीला



रागिनी



नोनू- दोनों तरीकों से प्रत्येक को बराबर भाग ही मिलेगा और वह है, 5 चतुर्थांश (quarters) अथवा पाँच बटे 4 । चूँकि 4 चतुर्थांशों से एक पूर्ण बनता है, इसलिए हम चार भागों को जोड़कर एक पूरा सेब बना लेते हैं। एक भाग और रह जाएगा यानी कह सकते हैं कि हममें से प्रत्येक को एक पूर्ण और एक चतुर्थांश (चौथाई) मिलेगा। इसे हम $\frac{5}{4}$ लिख सकते हैं। $\frac{5}{4}$ में अंश, हर से बड़ा है।

वे भिन्न जिनमें अंश हर से बड़ा होता है **विषम भिन्न (Improper fraction)** कहलाते हैं।

इसी प्रकार $\frac{3}{2}, \frac{12}{5}, \frac{16}{7}$ प्रत्येक विषम भिन्न हैं।

हर 5 वाली पाँच विषम भिन्न लिखिए।

नोनू- इस भाग को लिखने की कोई अन्य विधि क्या है?

श्यामू - रमीला की विधि में प्रत्येक साथी का हिस्सा (भाग) एक पूर्ण और एक चौथाई मिल कर बना है।



यह 1 है

(एक)



इनमें से प्रत्येक $\frac{1}{4}$

(एक चौथाई)

हमने रँगा भाग लिया है जो कि $1 + \frac{1}{4}$ है, जिसे $1\frac{1}{4}$ भी लिखा जाता है। $1\frac{1}{4}$ जैसी भिन्न **मिश्रित भिन्न (Mixed fraction)** कहलाती है। एक मिश्रित भिन्न में एक भाग पूर्ण होता है और एक भाग भिन्न होता है।

आपको मिश्रित संख्याएँ अपने आस-पास कहाँ-कहाँ मिलती हैं? कुछ उदाहरण दीजिए।



7.5.1 विषम भिन्न को मिश्रित भिन्न (संख्या) में व्यक्त करना

इसके लिए हम अंश को हर से भाग देकर भागफल और शेषफल प्राप्त करते हैं, फिर संख्या को $\frac{\text{भागफल}}{\text{भाजक}} \frac{\text{शेषफल}}{\text{भाजक}}$ के रूप में लिखते हैं। यही विषम भिन्न का मिश्रित संख्या (भिन्न) रूप है।

उदाहरण-1 : निम्न को मिश्रित संख्याओं के रूप में व्यक्त कीजिए-

(a) $\frac{17}{4}$

(b) $\frac{11}{3}$

(c) $\frac{27}{5}$

(d) $\frac{7}{3}$

हल : (a) $\frac{17}{4}$

$$\begin{array}{r} 4 \overline{)17} \\ \underline{16} \\ 01 \end{array}$$

अर्थात् इसमें 4 पूर्ण और $\frac{1}{4}$ अधिक है। यानी यह $4\frac{1}{4}$

(b) $\frac{11}{3}$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)11} \\ \underline{9} \\ 2 \end{array}$$

अर्थात् 3 पूर्ण और $\frac{2}{3}$ अधिक या $3\frac{2}{3}$

प्रश्न (c) और (d) को आप स्वयं हल करें।

7.5.2 मिश्रित भिन्न को विषम भिन्न में बदलना

अब हमें उलटा करना है। यानी यह पता करना है कि पूर्णों से कितने बराबर भाग बनेंगे।



(a) जैसे $2\frac{3}{4}$ में दो पूर्ण हैं और $\frac{3}{4}$ और है। यानी $2 + \frac{3}{4}$ है।

यह हुआ $\frac{(2 \times 4) + 3}{4} = \frac{11}{4}$

(b) $7\frac{1}{9} = \frac{(7 \times 9) + 1}{9} = \frac{64}{9}$

(c) $5\frac{3}{7} = \frac{(5 \times 7) + 3}{7} = \frac{38}{7}$

प्रश्नावली - 7.2

1. संख्या रेखाएँ खींचिए और उन पर निम्नलिखित को बिंदु रूप में दर्शाइए-

(a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$ (b) $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{7}{8}$ (c) $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{8}{5}, \frac{4}{5}$

2. निम्नलिखित को मिश्रित भिन्न के रूप में व्यक्त कीजिए-

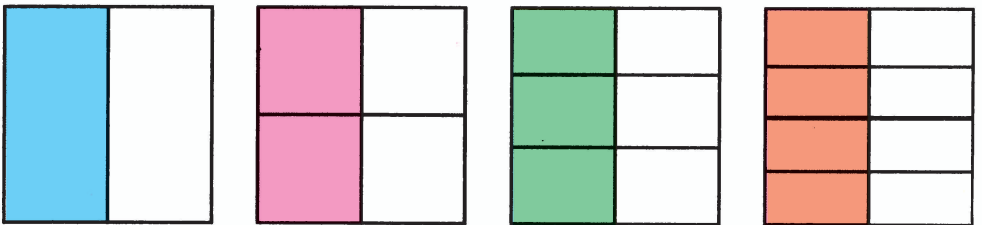
(a) $\frac{20}{3}$ (b) $\frac{11}{5}$ (c) $\frac{17}{7}$ (d) $\frac{19}{6}$ (e) $\frac{35}{9}$

3. निम्नलिखित को विषम भिन्नों के रूप में व्यक्त कीजिए-

(a) $7\frac{3}{4}$ (b) $5\frac{6}{7}$ (c) $2\frac{5}{7}$ (d) $10\frac{3}{5}$ (e) $9\frac{3}{7}$

7.6 तुल्य भिन्न (Equivalent fractions)

नीचे $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{6}{12}$ का चित्रात्मक निरूपण किया गया है।



अगर हम इन चित्रों को एक दूसरे पर रखें, तो रंगे भाग बराबर (तुल्य) होंगे। क्या आप यह देख पा रहे हैं? यहाँ $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$ सभी तुल्य भिन्न हैं। ये एक पूर्ण के समान भाग निरूपित करती हैं। ऐसी भिन्न तुल्य भिन्न कहलाती है।

तुल्य भिन्न एक पूर्ण का समान (तुल्य) भाग क्यों निरूपित करती है? सोचिए।

हम देखते हैं कि $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2}$ है।

इसी प्रकार $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3}$

तथा $\frac{1}{2} = \frac{4}{8} = \frac{1 \times 4}{2 \times 4}$

स्पष्ट है किसी भिन्न की तुल्य भिन्न ज्ञात करने के लिए, आप उसके अंश और हर को एक समान शून्येतर संख्या (शून्य को छोड़कर) जैसे— 1, 2 से गुणा कर सकते हैं।

$\frac{1}{3}$ की समतुल्य भिन्न है : $\frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$ है। और समतुल्य भिन्न हैं $\frac{3}{9}, \frac{4}{12}$

क्या आप इससे सहमत हैं? कारण सहित स्पष्ट कीजिए।

स्वयं करके देखिए

1. प्रत्येक की पाँच तुल्य भिन्न ज्ञात कीजिए—

(i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{4}{9}$

उदाहरण-2 : $\frac{2}{5}$ के तुल्य ऐसे भिन्न ज्ञात कीजिए जिसका अंश 6 है।

हल : हम जानते हैं कि $2 \times 3 = 6$ है। अर्थात् हमें दी हुई भिन्न के अंश और हर को 3 से गुणा करना होगा।



इस प्रकार $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$

अतः वांछित तुल्य भिन्न $\frac{6}{15}$ है।

उदाहरण-3 : $\frac{15}{35}$ की तुल्य भिन्न ज्ञात कीजिए जिसका हर 7 हो

हल : हमारी संख्या $\frac{15}{35} = \frac{\square}{7}$

हरों को देखने से स्पष्ट है कि $35 \div 5 = 7$ है। अतः $\frac{15}{35}$ के अंश और हर को 5 से

भाग देंगे तो हमें प्राप्त होगा $\frac{15}{35} = \frac{15 \div 5}{35 \div 5} = \frac{3}{7}$

रोचक तथ्य

सारणी को पूरा करें और तथ्य ढूँढ़ें-

तुल्य भिन्न	पहली के अंश और दूसरी के हर का गुणनफल	दूसरी के अंश और पहली के हर का गुणनफल	क्या गुणनफल समान हैं?
$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$	$1 \times 9 = 9$	$3 \times 3 = 9$	हाँ
$\frac{1}{4} = \frac{4}{16}$			
$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$			
$\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$			

तुल्य भिन्नों के युग्मों में पहली के अंश और दूसरी के हर का गुणनफल दूसरी के अंश और पहली के हर के गुणनफल बराबर होते हैं। ये दोनों गुणनफल **कैंची गुणनफल (Cross products)** कहलाते हैं।

क्या आप इस नियम से तुल्य भिन्नों के छूटे अंश/हर ज्ञात कर सकते हैं?



उदाहरण-4 : $\frac{2}{9}$ के तुल्य वह भिन्न ज्ञात कीजिए जिसका हर 63 है।

हल : हमें प्राप्त है : $\frac{2}{9} = \frac{\square}{63}$

$$\begin{aligned} \text{इसके लिए, } 9 \times \square &= 2 \times 63 \text{ होगा} \\ &= 2 \times 9 \times 7 = 14 \times 9 \end{aligned}$$

तुलना करने पर $\square = 14$ अतः $\frac{2}{9} = \frac{14}{63}$ है।

7.6.1 भिन्न का सरलतम रूप (Simplest form)

एक भिन्न $\frac{12}{18}$ लें। इसके तुल्य एक ऐसी भिन्न प्राप्त करने का प्रयत्न करें जिसके अंश

और हर में 1 के अतिरिक्त कोई उभयनिष्ठ गुणनखंड न हो।

$$\frac{12}{18} = \frac{12 \div 2}{18 \div 2} = \frac{6}{9} \text{ क्योंकि 12 और 18 दोनों 2 से विभाज्य हैं। परन्तु 6 और 9 में भी}$$

1 के अतिरिक्त अन्य उभयनिष्ठ गुणनखंड हैं।

$$\text{अतः } \frac{6}{9} = \frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$$

इस प्रकार $\frac{2}{3}$ वांछित भिन्न है, क्योंकि 2 और 3 में 1 के अतिरिक्त कोई उभयनिष्ठ

गुणनखंड नहीं है।

इस प्रकार, जब एक भिन्न के अंश और हर में 1 के अतिरिक्त कोई अन्य उभयनिष्ठ गुणनखण्ड न हो, तो वह सरलतम रूप (Simplest form) या न्यूनतम रूप (Lowest form) कहा जाता है।



सबसे छोटा रास्ता

उदाहरण : भिन्न $\frac{18}{12}$ लें। 18 और 12 दोनों

6 के गुणक हैं।

$$\text{अतः } \frac{18 \div 6}{12 \div 6} = \frac{3}{2}$$

क्या आप ऐसी दो और समतुल्य भिन्न

ज्ञात कर सकते हैं?

स्वयं करके देखिए

1. निम्न भिन्नों को सरलतम रूप में लिखिए—

(i) $\frac{36}{54}$ (ii) $\frac{36}{24}$ (iii) $\frac{17}{51}$

2. क्या $\frac{49}{64}$ अपने सरलतम रूप में है?

मजे की बात

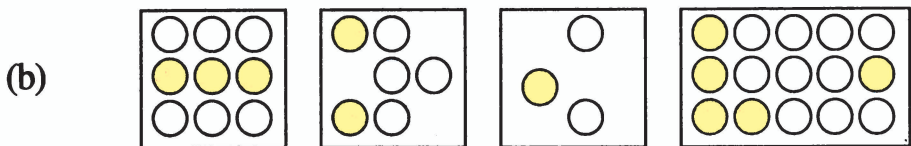
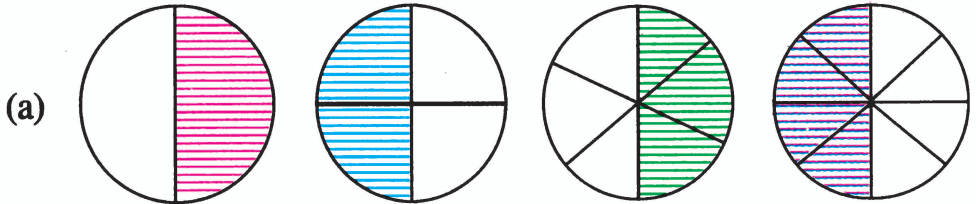
नीचे की तुल्य भिन्नों में अंक 1 से 9 तक एक बार प्रयोग किए गए हैं।

$$\frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{58}{174}$$

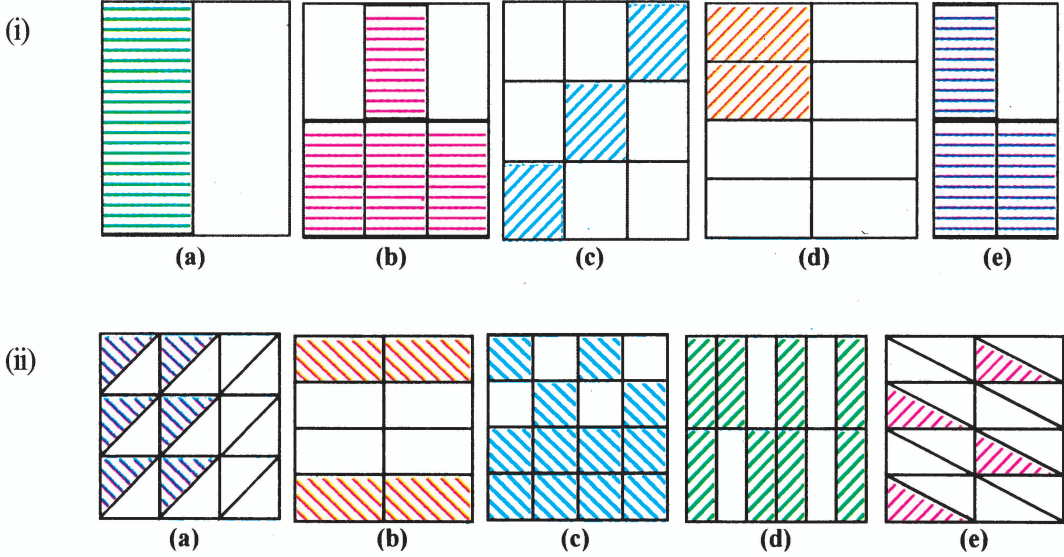
$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{79}{158}$$

प्रश्नावली - 7.3

1. प्रत्येक चित्र में छायांकित भागों के लिए भिन्न लिखिए। क्या ये सभी तुल्य भिन्न हैं? क्यों?



2. छायांकित भागों के लिए भिन्नों को लिखिए और पंक्ति (i) के प्रत्येक भिन्न का तुल्य भिन्न पंक्ति (ii) से चुनकर जोड़ा बनाइए।



3. खाली डिब्बों (\square) को सही संख्या से भरिए-

(a) $\frac{3}{5} = \frac{\square}{20}$

(b) $\frac{2}{7} = \frac{8}{\square}$

(c) $\frac{4}{9} = \frac{12}{\square}$

(d) $\frac{49}{35} = \frac{\square}{5}$

4. $\frac{3}{4}$ के तुल्य भिन्न ज्ञात कीजिए जिनका-

(a) हर 20 है।

(b) अंश 33 है।

(c) हर 8 है।

(d) अंश 27 है।

5. $\frac{36}{48}$ के तुल्य वह भिन्न ज्ञात कीजिए जिनका-

(a) अंश 9 है।

(b) हर 4 है।



6. जाँच कीजिए कि निम्न भिन्न तुल्य हैं या नहीं—

(a) $\frac{5}{9}, \frac{30}{54}$ (b) $\frac{3}{10}, \frac{12}{50}$ (c) $\frac{7}{13}, \frac{5}{11}$

7. निम्न भिन्नों को सरलतम रूप में बदलिए—

(a) $\frac{48}{60}$ (b) $\frac{150}{60}$ (c) $\frac{7}{28}$

8. रमेश के पास 20 पेंसिलें थीं। नीलू के पास 50 पेंसिलें और अजहर के पास 80 पेंसिलें थीं। 5 महीने के बाद रमेश ने 10 पेंसिलें, नीलू ने 25 पेंसिलें और अजहर ने 40 पेंसिलें प्रयोग कर लीं। प्रत्येक ने अपनी पेंसिलों का कितना-कितना हिस्सा प्रयोग कर लिया? क्या प्रत्येक ने अपनी पेंसिलों का समान हिस्सा भिन्न प्रयोग किया है?

9. तुल्य भिन्नों का मिलान कीजिए और प्रत्येक के लिए दो भिन्न और लिखिए—

(i) $\frac{250}{400}$ (a) $\frac{2}{3}$

(ii) $\frac{660}{990}$ (b) $\frac{2}{5}$

(iii) $\frac{180}{360}$ (c) $\frac{1}{2}$

(iv) $\frac{220}{550}$ (d) $\frac{5}{8}$

7.7 समान भिन्न (Like fraction)

एक ही हर वाली भिन्न समान भिन्न कहलाती है। इस प्रकार $\frac{1}{16}, \frac{2}{16}, \frac{3}{16}, \frac{6}{16}$ सभी

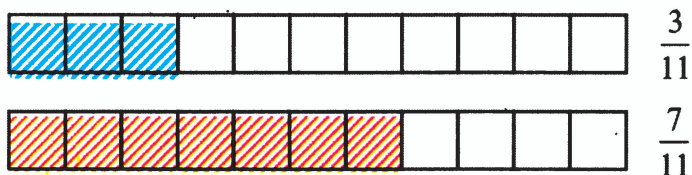
समान भिन्न हैं। $\frac{7}{25}$ और $\frac{7}{28}$ में हर असमान हैं, अतः ये असमान भिन्न (Unlike fraction)

हैं। समान भिन्नों के पाँच युग्म और असमान भिन्नों के पाँच युग्म लिखिए।



7.7.1 भिन्नों की तुलना

निम्न आकृतियों को देखें -



दोनों भिन्नों में पूर्ण को 11 बराबर भागों में बाँटा गया है। स्पष्ट है $\frac{7}{11} > \frac{3}{11}$ । अतः

समान हरों वाली दो भिन्नों में बड़े अंश वाली संख्या बड़ी होती है।

$\frac{4}{5}$ और $\frac{3}{5}$ में $\frac{4}{5}$ बड़ी संख्या है। इसी तरह $\frac{9}{20}$ और $\frac{13}{20}$ में $\frac{13}{20}$ बड़ी है।

स्वयं करके देखिए

1. कौन-सी भिन्न बड़ी है?

(i) $\frac{5}{10}$ या $\frac{7}{10}$ (ii) $\frac{13}{24}$ या $\frac{15}{24}$ (iii) $\frac{21}{102}$ या $\frac{29}{102}$

ऐसी संख्याओं की तुलना करना क्यों सरल है?

2. इन संख्याओं को आरोही और अवरोही क्रम में लिखिए-

(a) $\frac{1}{10}, \frac{6}{10}, \frac{9}{10}, \frac{5}{10}, \frac{8}{10}, \frac{2}{10}$ (b) $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{5}{7}, \frac{3}{7}, \frac{11}{7}, \frac{4}{7}$

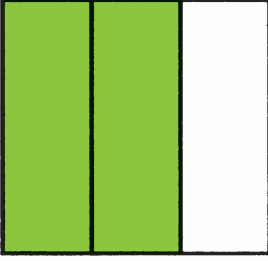
7.7.2 असमान भिन्नों की तुलना

दो भिन्न असमान होती हैं यदि उनके हर अलग-अलग हों। जैसे- $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{6}$

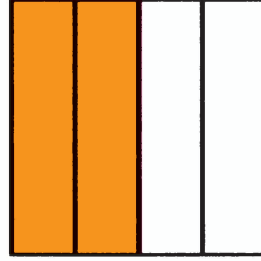
असमान भिन्न हैं और $\frac{2}{3}$ और $\frac{3}{5}$ भी असमान भिन्न हैं।



समान अंश वाली असमान भिन्न



$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{2}{4}$$

स्पष्ट है, इनमें अंश समान हैं और हर अलग-अलग हैं। दूसरी संख्या में पूर्ण का टुकड़ा छोटा हो गया है। अतः यदि दो भिन्नों में अंश समान हों तो दोनों में से छोटे हर वाली संख्या बड़ी होती है।

$$\text{इस प्रकार } \frac{2}{3} > \frac{2}{4}$$

आइए $\frac{2}{1}, \frac{2}{13}, \frac{2}{9}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}$ को आरोही क्रम में सजाएँ। चूँकि सभी के अंश बराबर हैं, अतः

छोटे हर वाली संख्याएँ बड़ी होंगी और बड़े हर वाली संख्याएँ छोटी होंगी।

अतः आरोही क्रम $\frac{2}{13}, \frac{2}{9}, \frac{2}{7}, \frac{2}{5}, \frac{2}{1}$ है।

स्वयं करके देखिए

निम्नलिखित भिन्नों को आरोही और अवरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए—

(a) $\frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{18}, \frac{1}{9}, \frac{1}{7}, \frac{1}{50}$

(b) $\frac{5}{6}, \frac{5}{19}, \frac{5}{15}, \frac{5}{2}, \frac{5}{9}, \frac{5}{12}$

7.8 असमान अंश और हर वाली भिन्न

मान लीजिए हम $\frac{2}{3}$ और $\frac{3}{4}$ की तुलना करना चाहते हैं। इन दोनों के अंश और हर



अलग-अलग हैं। हम समान हर वाली भिन्नों की तुलना करना जानते हैं। अतः इनके हरों को तुल्य भिन्नों की पद्धति से समान करेंगे। अतः

$$\frac{2}{3} \text{ का तुल्य भिन्न } \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = \text{-----}$$

$$\frac{3}{4} \text{ का तुल्य भिन्न } \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \text{-----}$$

$$\text{स्पष्ट है } \frac{2}{3} = \frac{8}{12} \text{ और } \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

चूँकि समान हर वाली संख्या में बड़े अंश वाली संख्या बड़ी होगी। अतः $\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$

इसलिए $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$ होगी।

ध्यान दीजिए कि तुल्य भिन्नों का समान हर 12 है जो 3×4 के बराबर है।

यह 3 और 4 का एक सार्वगुणज है।

उदाहरण-2 : $\frac{5}{6}$ और $\frac{13}{15}$ की तुलना कीजिए।

हल : पहले 6 और 15 के सार्वगुणज वाली तुल्य संख्याएँ ज्ञात करेंगे।

$$\text{अब } \frac{5}{6} = \frac{5 \times 5}{6 \times 5} = \frac{25}{30} \text{ तथा } \frac{13}{15} = \frac{13 \times 2}{15 \times 2} = \frac{26}{30}$$

चूँकि $\frac{26}{30} > \frac{25}{30}$ इसलिए $\frac{13}{15} > \frac{5}{6}$ है।

असमान भिन्नों की तुलना में इनको समान भिन्न में बदला जाता है। इसे करने के लिए भिन्नों के हर का लघुतम समापवर्तक (ल.स) उपयोग कर सकते हैं।

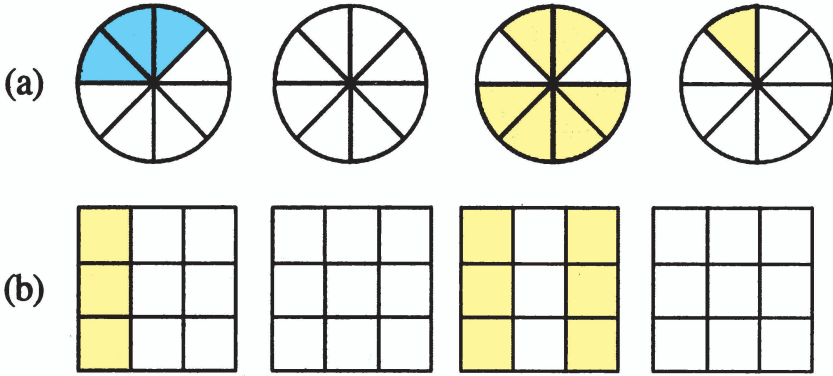
ल.स. ही क्यों? : 6 और 15 का गुणनफल 90 है। स्पष्टतः 90 भी 6 और 15 का सार्वगुणज है। हम 90 का भी प्रयोग कर सकते हैं, परन्तु 30 भी 6 और 15 का सार्वगुणज है और इसके उपयोग से हमारा कार्य सरल हो जाएगा।

प्रश्नावली - 7.4

1. इन संख्याओं को आरोही क्रम में जमाएँ—

$$\frac{3}{8}, \frac{6}{8}, \frac{4}{8}, \frac{1}{8}$$

2. प्रत्येक चित्र के लिए भिन्न को लिखिए। भिन्नों के बीच में सही चिह्न '<', '>' का प्रयोग करते हुए, इन्हें आरोही और अवरोही क्रमों में व्यवस्थित कीजिए—



3. एक ही संख्या रेखा पर $\frac{2}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{8}{6}$ और $\frac{6}{6}$ को दर्शाइए।

4. दी हुई संख्याओं के बीच में उचित चिह्न '<' या '>' भरिए—

(a) $\frac{5}{6} \square \frac{2}{6}$

(b) $\frac{3}{6} \square 0$

(c) $\frac{1}{6} \square \frac{6}{6}$

(d) $\frac{8}{6} \square \frac{5}{6}$

(e) $\frac{3}{6} \square \frac{5}{6}$

(f) $\frac{1}{7} \square \frac{1}{4}$

(g) $\frac{4}{5} \square \frac{5}{5}$

(h) $\frac{3}{5} \square \frac{3}{7}$

5. निम्नलिखित के उत्तर लिखिए और दर्शाइए कि आपने इन्हें कैसे हल किया है—

(a) क्या $\frac{12}{15}$, $\frac{3}{30}$ के बराबर है?

(b) क्या $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{9}$ के बराबर है?



(c) क्या $\frac{3}{5}, \frac{9}{15}$ के बराबर है?

(d) क्या $\frac{9}{16}, \frac{5}{9}$ के बराबर है?

6. रोहित कुल 8 रोटियों में से 4 रोटियाँ खाता है। रोहिणी कुल 8 रोटियों का $\frac{1}{4}$ भाग खाती है। किसने कम खाया?
7. 40 विद्यार्थियों की एक कक्षा A में 15 विद्यार्थी 'प्रथम श्रेणी में पास हुए और 30 विद्यार्थियों की एक कक्षा B में 12 विद्यार्थी प्रथम श्रेणी में पास हुए। किस कक्षा में विद्यार्थियों का अधिक भाग प्रथम श्रेणी में पास हुआ?
8. रीतेश एक घंटे के $\frac{5}{6}$ भाग तक पढ़ा, जबकि सर्वेश एक घंटे के $\frac{11}{12}$ भाग तक पढ़ा। किसने लम्बे समय तक पढ़ाई की?

7.9 भिन्न की सक्रियाएँ

7.9.1 भिन्नों का योग (जोड़)

क्या दो या अधिक भिन्न संख्याओं को जोड़ा जा सकता है? यदि हाँ, तो कैसे? हम समान हर वाली भिन्नों को मौखिक रूप से भी जोड़ सकते हैं। अगर भिन्नों के हर समान नहीं हैं, तो हमें पहले उनको समान हर वाली भिन्नों में बदलना होगा। हमें जोड़ना है $\frac{5}{14}$ और $\frac{3}{14}$ को। हम समान भिन्नों के योग से प्रारंभ करते हैं—

एक 7 x 2 की ग्रिड शीट (Grid sheet) लेते हैं। इस शीट की प्रत्येक पंक्ति में 7 खाने हैं और प्रत्येक स्तंभ में 2 खाने हैं। इसमें कुल 14 खाने हैं। इनमें से 5 खानों में हरा रंग भरिए।

हरा क्षेत्र एक पूर्ण का $\frac{5}{14}$ भिन्न है। अब शीट के 3 खानों में लाल रंग भरिए। लाल क्षेत्र एक

पूर्ण का $\frac{3}{14}$ भिन्न है। इससे स्पष्ट है कि $\frac{5}{14} + \frac{3}{14} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$



दो या दो से अधिक समान हर वाली भिन्नों का योग = $\frac{\text{अंशों का योग}}{\text{समान हर}}$

स्वयं करके देखिए—

1. आपकी माँ सुबह $1\frac{1}{4}$ लीटर दूध और शाम को $\frac{1}{2}$ लीटर दूध लेती है। वह एक दिन में कितना दूध लेती है?
2. ब्रजेश अपनी पेन्टिंग को रँग रहा था। उसने सुबह $\frac{1}{4}$ भाग को रँगा, दोपहर को $\frac{1}{4}$ भाग रँगा, तो उसने अभी तक कुल कितने भाग को रँगा?
3. मेरी माँ ने एक नारंगी को चार बराबर भागों में बाँटा। उसने मुझे दो भाग और मेरे भाई को एक भाग दिया। उन्होंने हम दोनों को कुल का कितना भाग दिया?
4. $\frac{2}{5}$ और $\frac{1}{5}$ को जोड़ें।

7.9.2 असमान हर वाली भिन्नों का जोड़

हम जानते हैं कि जिन भिन्नों के हर समान नहीं हैं, उन्हें हम बगैर उनका रूप बदले जोड़ नहीं सकते। हम पहले उन भिन्नों के हर को समान करते हैं अर्थात् समान हरों वाली भिन्नों में बदलते हैं। फिर पूर्व की भाँति आगे जोड़ते हैं। जैसे— $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$

समान हर करने पर $\frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{5}{15}$ और $\frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$ (हम समान हर करने के लिए ल.

स. लेते हैं। यहाँ 3 और 5 का ल.स. 15 है।)

$$\text{अतः योग } \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$$

इसी प्रकार $\frac{3}{4}$ और $\frac{5}{6}$ को जोड़ने के लिए हम समान हर वाली तुल्य भिन्न बनाने की

आवश्यकता है।



चूँकि यहाँ हर 4 और 6 का ल.स. 12 है।

$$\text{अतः } \frac{5}{6} + \frac{3}{4} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} + \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{10}{12} + \frac{9}{12} = \frac{19}{12}$$

स्वयं करके देखिए

- (a) $\frac{1}{5}$ और $\frac{4}{7}$ को जोड़िए। (b) $\frac{2}{5}$ और $\frac{3}{7}$ को जोड़िए।

7.9.3 समान भिन्नों को घटाना

रेशमा के पास एक रोटी का $\frac{5}{6}$ भाग था। उसने $\frac{2}{6}$ भाग अपने छोटे भाई को दिया।

उसके पास रोटी का कितना भाग बचा?

$$\frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{5-2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

इस प्रकार दो समान भिन्नों का अंतर पता करने के लिए—

$$\frac{\text{बड़ा अंश} - \text{छोटा अंश}}{\text{उभयनिष्ठ हर (सम हर)}}$$

स्वयं करके देखिए

- $\frac{5}{8}$ और $\frac{3}{8}$ का अन्तर ज्ञात कीजिए।
- मेरी माँ ने एक तरबूज को 12 बराबर भागों में विभाजित किया। मैंने इसके 5 टुकड़े खा लिए। मेरे मित्र ने चार टुकड़े खाए। हमने मिलकर कुल कितने तरबूज खाए? मैंने अपने मित्र से कितना अधिक तरबूज खाया? कितना तरबूज शेष रह गया?
- इस प्रकार के पाँच प्रश्न और बनाइए और अपने मित्रों के साथ हल कीजिए।



7.9.4 असमान हरों वाली भिन्नों को घटाना

सोचें $\frac{1}{5}$ में क्या जोड़ने पर $\frac{1}{2}$ प्राप्त होगा? यहाँ वांछित संख्या प्राप्त करने के लिए

$\frac{1}{2}$ में से $\frac{1}{5}$ को घटाना होगा।

चूँकि $\frac{1}{5}$ और $\frac{1}{2}$ असमान भिन्न हैं, इसलिए घटाने के लिए पहले हम इन्हें समान हरों वाली भिन्नों में बदलते हैं।

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10} \quad \text{और} \quad \frac{1}{5} = \frac{1 \times 2}{5 \times 2} = \frac{2}{10} \quad (\text{चूँकि 2 और 5 का ल.स. 10 है।})$$

$$\text{अतः} \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{5}{10} - \frac{2}{10} = \frac{3}{10}$$

स्वयं करके देखिए

(a) $\frac{5}{7}$ में से $\frac{2}{5}$ को घटाइए। (b) $\frac{5}{6}$ में से $\frac{3}{4}$ को घटाइए।

7.9.5 मिश्रित भिन्नों का जोड़ और घटाव

मिश्रित भिन्नों को या तो एक पूर्ण भाग और एक उचित भिन्न के जोड़ के रूप में (जैसे $2\frac{4}{5}$)

या एक अनुचित भिन्न (विषम भिन्न) के रूप में (जैसे लिखा जाता है— $\frac{14}{5}$)।

दो विधियों से संयुक्त भिन्नों को जोड़ा (या घटाया) जाता है—

- (1) इसमें पूर्ण भागों और भिन्नीय भागों पर संक्रियाएँ अलग-अलग करते हैं।
- (2) इनमें भिन्नों को अनुचित भिन्नों में बदलकर सीधे जोड़ा (या घटाया) जाता है।



उदाहरण-1 : $2\frac{3}{4}$ और $5\frac{4}{5}$ को जोड़िए।

हल : $2\frac{3}{4} + 5\frac{4}{5} = 2 + \frac{3}{4} + 5 + \frac{4}{5} = 7 + \frac{3}{4} + \frac{4}{5}$

अब $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} = \frac{15+16}{20} = \frac{31}{20}$ (चूँकि 4 और 5 का ल.स. = 20)

$= 1\frac{11}{20} = 1 + \frac{11}{20}$

इस प्रकार कुल जोड़ $7+1+\frac{11}{20} = 8\frac{11}{20}$

अतः $2\frac{3}{4} + 5\frac{4}{5} = 8\frac{11}{20}$

उदाहरण-2 : $4\frac{2}{5} - 2\frac{1}{5}$ ज्ञात कीजिए।

हल : $4\frac{2}{5} - 2\frac{1}{5} = (4-2) + \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{5}\right)$ (यहाँ $4 > 2$)

$= 2 + \frac{1}{5} = 2\frac{1}{5}$

उदाहरण-3 : $8\frac{1}{4} - 2\frac{5}{6}$ ज्ञात कीजिए।

हल : यहाँ $8 > 2$ परन्तु $\frac{1}{4} < \frac{5}{6}$ । इस प्रश्न को अनुचित भिन्न में बदलकर हल कर सकते हैं।

$8\frac{1}{4} = \frac{33}{4}$ तथा $2\frac{5}{6} = \frac{17}{6}$

अब $\frac{33}{4} - \frac{17}{6} = \frac{33 \times 3}{4 \times 3} - \frac{17 \times 2}{6 \times 2} = \frac{99}{12} - \frac{34}{12}$

$= \frac{99-34}{12} = \frac{65}{12} = 5\frac{5}{12}$



प्रश्नावली - 7.5

1. हल कीजिए-

(a) $\frac{1}{8} + \frac{1}{18}$

(b) $1 - \frac{2}{3} \left(1 = \frac{3}{3}\right)$

(c) $\frac{1}{4} + \frac{0}{4}$

(d) $3 - \frac{12}{5}$

(e) $\frac{2}{3} + \frac{1}{7}$

(f) $\frac{4}{3} - \frac{1}{2}$

(g) $\frac{3}{4} + \frac{1}{3}$

(h) $8\frac{1}{4} - 2\frac{5}{6}$

(i) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$

(j) $1\frac{1}{3} + 3\frac{2}{3}$

(k) $4\frac{2}{3} + 3\frac{1}{4}$

(l) $\frac{16}{5} - \frac{7}{5}$

2. लीला ने $\frac{3}{8}$ मी रबर का फीता खरीदा और सीमा ने $\frac{4}{5}$ मी रबर का फीता खरीदा। दोनों ने कुल कितना फीता खरीदा?

3. रिक्त स्थान भरिए-

(a) $\frac{7}{10} - \square = \frac{3}{10}$

(b) $\square - \frac{3}{21} = \frac{5}{21}$

(c) $\square - \frac{3}{6} = \frac{3}{6}$

(d) $\square + \frac{5}{27} = \frac{12}{27}$

(e) $\square - \frac{5}{8} = \frac{1}{4}$

(f) $\frac{1}{2} - \square = \frac{1}{6}$

4. तालिका को पूरा कीजिए-

(a)

	$\xrightarrow{+}$		
$\downarrow -$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	
	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	

(b)

	$\xrightarrow{+}$		
$\downarrow -$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	
	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	



5. $\frac{7}{8}$ मीटर तार के दो टुकड़े हो जाते हैं। इसमें से एक टुकड़ा $\frac{2}{4}$ मीटर है। दूसरे टुकड़े की लम्बाई क्या है?
6. रश्मि का घर उसके विद्यालय से $\frac{9}{10}$ किमी दूर है। वह कुछ दूर पैदल चलती है और फिर $\frac{1}{2}$ किमी की दूरी बस द्वारा तय करके स्कूल पहुँचती है। वह कितनी दूरी पैदल चलती है?
7. करीना स्कूल के मैदान का चक्कर $3\frac{1}{5}$ मिनट में लगाती है और कमलेश इसी मैदान का चक्कर लगाने में $\frac{12}{5}$ मिनट का समय लेता है। कौन कम समय लेता है और कितना?

हमने सीखा

1. भिन्न एक संख्या है, जिसमें पूर्ण का भाग भी सम्मिलित है। इन संख्याओं को संख्या रेखा पर निरूपित किया जा सकता है। पूर्ण एक अकेली वस्तु भी हो सकती है और वस्तुओं का समूह भी।
2. भिन्न $\frac{7}{9}$ में 7 अंश तथा 9 भिन्न का हर कहलाता है। भिन्न के सभी भाग बराबर होते हैं।
3. प्रत्येक भिन्न के लिए संख्या रेखा पर एक निश्चित बिन्दु होता है। अतः भिन्नों को संख्या रेखा पर भी दर्शाया जा सकता है।
4. जिस भिन्न के अंश और हर में 1 के अलावा कोई दूसरा उभयनिष्ठ गुणनखंड न हो, वह भिन्न का सरलतम या न्यूनतम रूप होता है।
5. दो भिन्न तुल्य भिन्न कहलाती हैं यदि वे समान मात्रा को निरूपित करती हैं। एक दी हुई भिन्न की तुल्य भिन्न निकालने के लिए हम भिन्न के अंश तथा हर दोनों को समान शून्येतर संख्या से गुणा या भाग करते हैं।
6. उचित भिन्न में अंश, हर से छोटा होता है, जबकि विषम भिन्न में अंश हमेशा हर से बड़ा होता है।
7. समान हर बनाने के लिए हरों का ल.स. निकालना सुविधाजनक होता है।

