अध्याय एक

संख्याएँ : पुनरावृत्ति (Numbers : Revision)

5LKU9Y

आपने पिछली कक्षाओं में प्राकृत, पूर्ण, पूर्णांक, भिन्न संख्याओं के बारे में पढ़ा है। इनकी उपयोगिता को देखते हुए संख्याओं की पुनरावृत्ति करना हमारे आगे के अध्ययन में सहायक होगा–

ik—r l[;k,

गणना के लिए उपयोग की जाने वाली संख्याएँ प्राकृत संख्याएँ कहलाती हैं। प्राकृत संख्याओं के समूह को N से व्यक्त करते हैं। अर्थात्

N = 1, 2, 3, 4, 5.................... इत्यादि

किसी प्राकृत संख्या में 1 जोड़ने पर उसकी परवर्ती व 1 घटाने पर उसका पूर्ववर्ती मिलता है।

5 का परवर्ती = 5+1
= 6

5 का पूर्ववर्ती = 5-1
= 4

प्रत्येक प्राकृत संख्या का एक परवर्ती होता है। 1 को छोड़कर प्रत्येक प्राकृत संख्या का एक पूर्ववर्ती होता है।

पहली तथा सबसे छोटी प्राकृत संख्या 1 है।

कोई भी संख्या सबसे बड़ी अथवा अंतिम प्राकृत संख्या नही है।

ik—r l[;kvk d x|.k

1. दो प्राकृत संख्याओं का आपस में योग करने से या गुणा करने पर प्राकृत संख्या ही प्राप्त होती है।
2. दो प्राकृत संख्याओं का आपस में व्यवकलन (घटाना) या भाग करने से सदैव प्राकृत संख्या प्राप्त नही होती है।
3. दो प्राकृत संख्याओं को किसी भी क्रम में जोड़ सकते हैं। दो प्राकृत संख्याओं को किसी भी क्रम में गुणा कर सकते हैं। अर्थात प्राकृत संख्याओं के लिए क्रमविनिमय का नियम योग व गुणन संक्रिया में लागू होता है जबकि घटाने एवं भाग संक्रिया पर लागू नही होता।
4. प्राकृत संख्याओं के लिए साहचार्य नियम योग एवं गुणा संक्रिया में लागू होता है जबकि घटाने एवं भाग संकिया में लागू नहीं होता।
5. प्राकृत संख्याओं के लिए गुणा का योग व अन्तर पर बंटन (वितरण) होता है।
6. किसी प्राकृत संख्या मे एक से गुणा या भाग करने पर संख्या का मान नही बदलता।

इस प्रकार a,b,c तीन प्राकृत संख्याओं के लिए

1. (i) (a+b) एक प्राकृत संख्या है।
   (ii) $(a \times b)$ एक प्राकृत संख्या है।
2 (i) a–b सदैव एक प्राकृत संख्या हो आवश्यक नही है।
   (ii) a÷ b सदैव एक प्राकृत संख्या हो, जरूरी नही है।

3. (i) $a+b = b+a$

(ii) $a \times b = b \times a$

(iii) $a - b \neq b - \sim$ $(a \div b)$

(iv) $a \div b \ \div b \div a$ $(a \div b)$

4 (i) $a+(b+c) = (a+b)+c$

(ii) $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

(iii) $a-(b-c) \div (a-b)-c$

(iv) $a \div (b \div c) \div (a \div b) \div c$ $(a \div b \div c \div 1)$

5 (i) $a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$

(ii) $a \times (b-c) = (a \times b) - (a \times c)$ $[b>c]$

6 (i) $q \times 1 = 1 \times q = q$

(ii) $a \div 1 = a$

i.k l[;k,

प्राकृत संख्याओं के समूह में शून्य को शामिल कर लेने पर पूर्ण संख्याओं का समूह प्राप्त होता है। पूर्ण संख्याओं के समूह को W से प्रदर्शित करते हैं। अर्थात्

W = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...इत्यादि

प्रत्येक पूर्ण संख्या का एक परवर्ती होता है। 0 को छोड़कर प्रत्येक पूर्ण संख्या का एक पूर्ववर्ती होता है।

पहली तथा सबसे छोटी पूर्ण संख्या 0 है।

कोई भी संख्या सबसे बड़ी अथवा अन्तिम पूर्ण संख्या नही है।

सभी प्राकृत संख्याएँ पूर्ण संख्याएँ भी हैं। लेकिन सभी पूर्ण संख्याएँ, प्राकृत संख्याएँ नहीं हैं।

i.k l[;kvk dk x.k

1. प्राकृत संख्याओं के सभी गुण पूर्ण संख्याओं के लिए भी सही हैं।
2. किसी पूर्ण संख्या में शून्य को जोड़ने या घटाने पर संख्या का मान नहीं बदलता। शून्य को योग के लिए तत्समक अवयव (योज्य तत्समय अवयव) कहते हैं।
3. किसी भी पूर्ण संख्या में 1 से गुणा करने पर संख्या का मान नही बदलता। 1 को गुणन के लिए तत्समक अवयव (गुणन तत्समक अवयव) कहते हैं।
4. शून्य में किसी पूर्ण संख्या का भाग देने पर भागफल शून्य ही रहता है। जबकि किसी पूर्ण संख्या में शून्य से भाग देना अपरिभाषित है।

i.kkd l[;k,

धनात्मक संख्याएँ, ऋणात्मक संख्याएँ और शून्य को मिलाने से बना संग्रह पूर्णांक संख्याओं का समूह होता है। पूर्णांक संख्याओं को I या Z द्वारा प्रदर्शित करते हैं। अर्थात्

I = ...–5, –4, –3, –2,–1, 0, 1 2, 3, 4, 5,.............आदि।

iw.kkZad la[;kvksa dk xq.k

1. पूर्ण संख्याओं के सभी गुण पूर्णांक संख्याओं के लिए भी सही होते हैं।
2. पूर्णांक संख्याओं के योग, अंतर व गुणा पर संवरक गुण (नियम) लागू होता है। अर्थात् दो पूर्णांकों का योग, अंतर व गुणा सदैव एक पूर्णांक संख्या होती है।
3. पूर्णांक के भाग पर सदैव संवरक गुण लागू नही होता है अर्थात दो पूर्णांकों का भाग करने पर सदैव पूर्णांक संख्या नही मिलती है।
4. दो धनात्मक पूर्णांको का योगफल सदैव धनात्मक पूर्णांक तथा दो ऋणात्मक पूर्णांको का योगफल सदैव ऋणात्मक पूर्णांक होता है।
5. एक धनात्मक एवं एक ऋणात्मक पूर्णांक का योगफल धनात्मक पूर्णांक होगा यदि धनात्मक पूर्णांक का आंकिक मान अधिक हो तथा योगफल ऋणात्मक होगा यदि ऋणात्मक पूर्णांक का आंकिक मान अधिक हो।
6. किसी ऋणात्मक संख्या का योज्य प्रतिलोम धनात्मक व धनात्मक संख्या का योज्य प्रतिलोम ऋणात्मक संख्या होती है।
7. किसी धनात्मक पूर्णांक को किसी ऋणात्मक पूर्णांक के साथ गुणा करने पर गुणनफल ऋणात्मक पूर्णांक प्राप्त होता है।
8. दो धनात्मक पूर्णांको या दो ऋणात्मक पूर्णांको का गुणा करने पर धनात्मक पूर्णांक प्राप्त होता है।
9. शून्य को छोड़कर प्रत्येक पूर्णांक में उसी पूर्णांक का भाग देने भागफल हमेशा 1 आता है।
10. शून्य को छोड़कर प्रत्येक पूर्णांक को उसके योज्य प्रतिलोम से भाग देने पर भागफल –1 प्राप्त होता है।
11. शून्य का गुणन प्रतिलोम अस्तित्व नहीं रखता है।

ikd`r] iw.kZ o iw.kkZadksa dk xq.k

संख्या / गुण	योग संक्रिया			अंतर संक्रिया			गुणन संक्रिया			भाग संक्रिया		
	संवरक	क्रम विनिमय	साहचार्य	संवरक	क्रम विनिमय	साहचार्य	संवरक	क्रम विनिमय	साहचार्य	संवरक	क्रम विनिमय	साहचार्य
प्राकृत	√	√	√	X	X	X	√	√	√	X	X	X
पूर्ण	√	√	√	X	X	X	√	√	√	X	X	X
पूर्णांक	√	√	√	√	X	X	√	√	√	X	X	X

क्रियाकलाप& 1

नीचे तालिका में पूर्णांक संख्याओं को योग व अंतर करके दिखाया गया है। कुछ रिक्त स्थान तालिका में हैं, उनकी पूर्ति कीजिए –

क्र.	पहला पूर्णांक	दूसरा पूर्णांक	पहला + दूसरा पूर्णांक	योगफल पूर्णांक है या नहीं	पहला–दूसरा पूर्णांक	अंतर पूर्णांक है या नहीं
1.	5	3	5 + 3 = 8	है	5 – 3 = 2	है
2.	–7	2	–7 + 2 =–5	है	–7–2 =–9	है
3.	–4	–6	(–4)+(–6)=–10	है	(–4)–(–6)= –4 + 6 = 2	है।
4.	13	–5				
5.	–9	–16				
6.	102	–9				

क्रियाकलाप& 2

पूर्णांकों के योग की सारणी पूर्ण कीजिए –

$(-4) + (-4) = -8$

+	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
–4	–8	–7	–6	–5	–4	–3	–2	–1	0
–3	–7	–6	–5						
–2	–6								
–1	–5								
0	–4								
1	–3								
2	–2								
3	–1								
4	0								

crkb, fd fuEu dFku lR; gS ;k vlR; \

$(-4) + (-3) = (-3) + (-4)$ ------------------------

$3 + (-2) = (-2) + 3$ ------------------------

क्रियाकलाप& 3

i.kkidk d vrj (A– B) dh lkj.kh i.k dhft, &

$(-4) - (-3) = -4 + 3 = -1$

$(-4) - (-2) = -4 + 2 = -2$

B→

A↓

–	– 3	– 2	– 1	0	1	2	3	4
–4	– 1	– 2	– 3	– 4	– 5	– 6	– 7	– 8
–3	0	– 1						
–2	1							
–1	2							
0	3							
1	4							
2	5							
3	6							
4	7							

बताइए कि निम्न कथन सत्य हैं या असत्य ?

$(-3) - (-2) = (-2) - (-3)$ ------------------------

$3 - 2 = 2 - 3$ ------------------------

क्रियाकलाप& 4

नीचे तालिका में पूर्णांक संख्याओं का गुणा करके गुणनफल का निष्कर्ष दिखाया गया है। कुछ रिक्त स्थान तालिका में हैं, उनकी पूर्ति कीजिए –

Ø-	igyh l[;k	nljh l[;k	igyh l[;k × nljh l[;k	x|.kuQy	fu"d"k
01	4	3	4 × 3	12	दो धनात्मक पूर्णांको का गुणनफल एक धनात्मक पूर्णांक होता है।
02	−7	−2	(−7) × (−2)	14	दो ऋणात्मक पूर्णांको का गुणनफल एक धनात्मक पूर्णांक होता है।

03	−6	3	(−6) × (+3)	−18	एक धनात्मक पूर्णांक और एक ऋणात्मक पूर्णांक का गुणनफल एक ऋणात्मक पूर्णांक होता है।
04	5	−4	———————	———	——————————————
05	−8	−3	———————	———	——————————————
06	−13	6	———————	———	——————————————
07	16	−20	———————	———	——————————————

क्रियाकलाप&5

नीचे दी गई सारणी में पूर्णांकों के गुणा दिए गए हैं। कुछ रिक्त स्थान तालिका में हैं, उनकी पूर्ति कीजिए।

×	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
4	–16	–12	–8	–4	0	4	8	12	16
3	–12	–9	–6	–3	0				
2									
1									
0									
–1									
–2									
–2									
–3									
–4									

आप पूर्णांक संख्याओं के भाग से परिचित हैं। आप जानते हैं कि भाग संक्रिया, गुणन संक्रिया की विपरीत संक्रिया है।

क्रियाकलाप&6

नीचे तालिका में एक गुणन तथ्य तथा उसके संगत दो भाग तथ्य दिए गए हैं। कुछ रिक्त स्थान तालिका में हैं, उनकी पूर्ति कीजिए।

Ø-	x|.ku rF;	Ikxr Hkkx rF;	
1.	$3 \times 5 = 15$	$15 \div 3 = 5$	$15 \div 5 = 3$
2.	$-8 \times 6 = -48$	$(-48) \div 6 = -8$	$(-48) \div (-8) = 6$
3.	$-5 \times -6 = 30$	$30 \div -5 = -6$	---------------------
4.	----------------	$(-54) \div 6 = ?$	$(-54) \div (-9) = ?$
5.	$7\times-3=-21$	-----------------,	$(-21) \div (-3) = 7$

क्रियाकलाप&7

नीचे दिए गए रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए –

(1) एक धनात्मक पूर्णांक को दूसरे धनात्मक पूर्णांक से भाग देने पर भागफल .... पूर्णांक होता है।

(2) एक ऋणात्मक पूर्णांक को दूसरे ऋणात्मक पूर्णांक से भाग देने पर भागफल .... पूर्णांक होता है।

(3) एक ऋणात्मक पूर्णांक को दूसरे धनात्मक पूर्णांक से भाग देने पर भागफल .... पूर्णांक होता है।

(4) एक धनात्मक पूर्णांक को दूसरे ऋणात्मक पूर्णांक से भाग देने पर भागफल .... पूर्णांक होता है।

fHkUu

1. संख्या p/q जहाँ p और q धनात्मक पूर्णांक हैं, भिन्न कहलाती है।
2. एक भिन्न अपने सरलतम रुप (न्यूनतम) में होगी यदि उसके अंश तथा हर में 1 के अलावा कोई दूसरा अभयनिष्ठ गुणनखंड न हो ।
3. जिन भिन्नों का हर, अंश से बड़ा हो, वे उचित भिन्न कहलाती हैं।
4. जिन भिन्नों का हर, अंश से छोटा हो, वे अनुचित या विषम भिन्न कहलाती हैं।
5. विषम भिन्न को एक पूर्ण और एक भाग के रुप में भी लिखा जा सकता है तब ये मिश्र भिन्न कहलाती है।
6. जो भिन्नें समान मात्रा को प्रदर्शित करती हैं, तुल्य भिन्नें कहलाती हैं ।
7. किसी भी भिन्न के अंश व हर में शून्य के अलावा अन्य किसी समान संख्या से गुणा या भाग करके उसे समतुल्य भिन्न में बदला जा सकता है।

8. समान हर वाली भिन्नों को जोड़ने के लिए उनके अंशों को जोड़कर लिखते हैं तथा हर को पहले जैसा ही लिखते हैं ।
9. असमान हर वाली भिन्नें को जोड़ने के लिए पहले इन्हें तुल्य भिन्नों में बदल कर समान हर वाली भिन्न बना लेते हैं। इसके लिए भिन्नों के हरों का लघुत्तम समापवर्त्य निकालते हैं, फिर समान हर वाली भिन्नों को जोड़ने की क्रिया करते हैं।
10. मिश्र भिन्नों को जोड़ना –

igyk rjhdk&

1. मिश्र भिन्नों को विषम भिन्नों मे ंबदलते हैं ।
2. उन्हें लघुत्तम निकालकर समान हर वाली समतुल्य विषम भिन्न में बदल लेते हैं।
3. समान हर वाली भिन्नों को जोड़ने की क्रिया करते हैं।

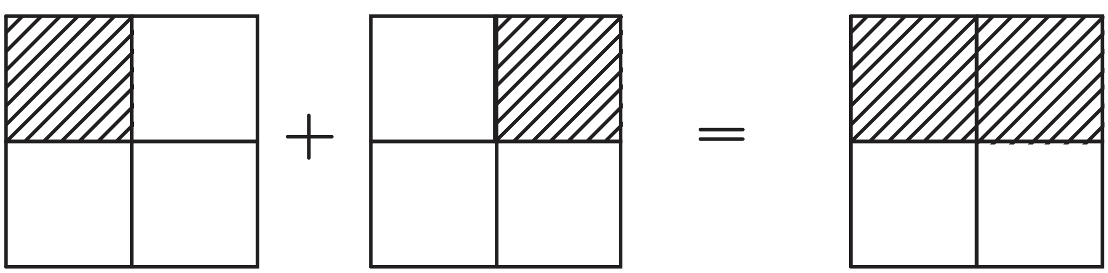
nl jk rjhdk&

1. मिश्र भिन्नों के पूर्णांको का योग करते हैं।
2. उनके भिन्नात्मक भागों का योग ज्ञात करते है।
3. पूर्णांको के योग एवं भिन्नात्मक भागों के योग का योगफल ज्ञात करते हैं।

11. भिन्नों के घटाने की क्रिया उनके जोड़ने की क्रिया के समान ही है अंतर केवल इतना है कि उन्हें जोड़ने के स्थान पर पहली भिन्न में से दूसरी भिन्न को घटाने की संक्रिया करते हैं।
12. जब दो भिन्नों का गुणा करते हैं तो उनके अंश का अंश से एवं हर का हर से गुणा हो जाता है।
13. जब एक भिन्न को दूसरी भिन्न से भाग दिया जाता है तो भाजक की भिन्न संख्या को उलटकर भाज्य की भिन्न संख्या में गुणा हो जाता हैं।
14 एक भिन्न का व्युत्क्रम उसके अंश व हर को परस्पर बदलने से प्राप्त होता है

fHkUuksa dk ;ksx % fp=kRed fu:i.k

दिए गए चित्रों को ध्यान से देखें।



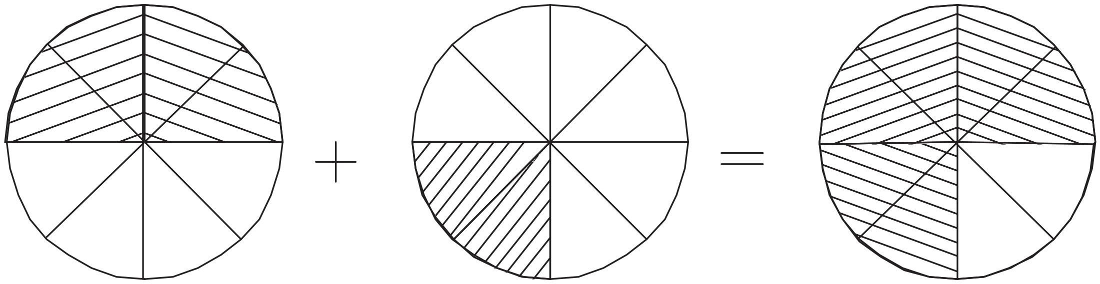
fp=&1·1 (a) fp=&1·1 (b) fp=&1·1 (c)

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{4}$

इसे इस प्रकार लिख सकते हैं –

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}$$

इसी प्रकार निम्न चित्रों को देखिए –



fp=&1·2 (a) fp=&1·2 (b) fp=&1·2 (c)

$\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{6}{8}$

अत : $\frac{2}{4}+\frac{2}{8}$

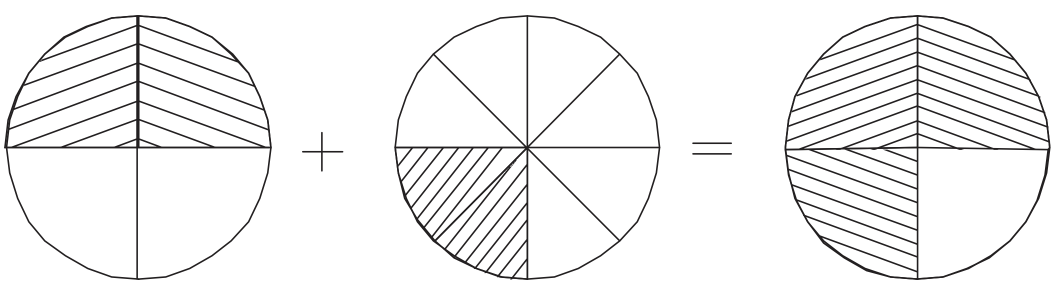
$=\frac{2\times 2}{4\times 2}+\frac{2}{8}$

$=\frac{4}{8}+\frac{2}{8}$

$=\frac{4+2}{8}$

$=\frac{6}{8}$

अब आप बताइए –



fp=&1·3 (a) fp=&1·3 (b) fp=&1·3 (c)

$\frac{2}{4}$ $\frac{2}{8}$ ....

क्रियाकलाप&8

आगे दी गई तालिका में भिन्नों का जोड़ना एवं घटाना करके दिखाया गया है। कुछ रिक्त स्थान तालिका में हैं, उनकी पूर्ति कीजिए।

Ø-	i'u	gjk dk y-l-	fHkUuk dk iklr y-l- okyh legj fHkUuk e cnyu ij	legj fHkUuk d v'kk dk ;kxQy	gy	ljyre fHkUu
1.	$\frac{2}{3}+\frac{4}{5}$	15	$\frac{10}{15}+\frac{12}{15}$	$10+12=22$	$\frac{22}{15}$	$\frac{22}{15}$
2.	$\frac{3}{4}+\frac{1}{2}+\frac{2}{5}$	20	$\frac{15}{20}+\frac{10}{20}+\frac{8}{20}$	$15+10+8=33$	$\frac{33}{20}$	$\frac{33}{20}$
3.	$\frac{4}{7}-\frac{2}{5}$	35	$\frac{20}{35}-\frac{14}{35}$	$20-14=6$	$\frac{6}{35}$	$\frac{6}{35}$
4.	$\frac{7}{10}-\frac{3}{15}+\frac{1}{2}$	....	....	....	....	....
5.	$\frac{1}{3}+\frac{3}{5}-\frac{8}{12}$	....	....	....	....	....

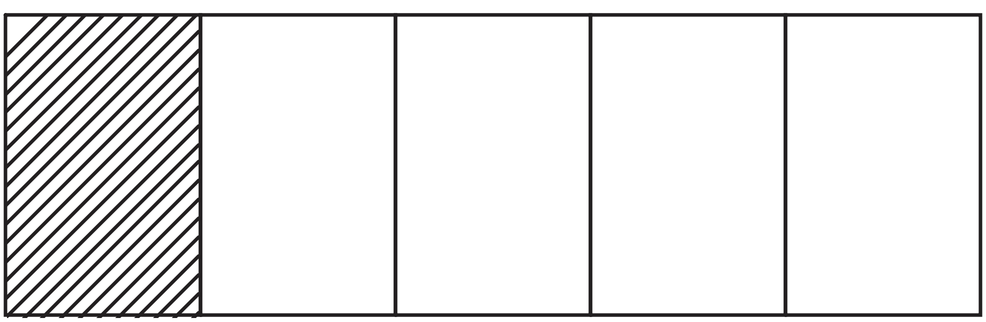
fHkUuk dk x.kk % fp=kRed fu:i.k

आइए $\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}$ की चर्चा करें

$\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}$ के हम $\frac{1}{5}$ का $\frac{1}{3}$ भी कह सकते हैं।

$\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}$ भाग को प्रदर्शित करना–

इसके लिए एक इकाई को 5 समान भागों में बाँटिए। प्रत्येक भाग $\frac{1}{5}$ को प्रदर्शित करता है। एक भाग को रेखांकित कीजिए।

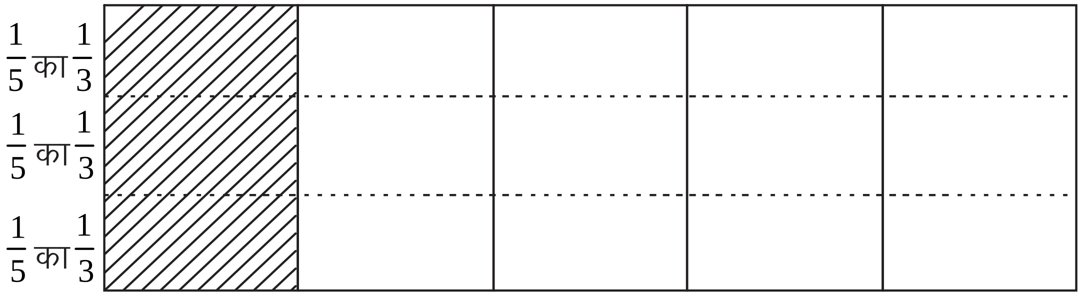


$\frac{1}{5}$

fp=&1·4

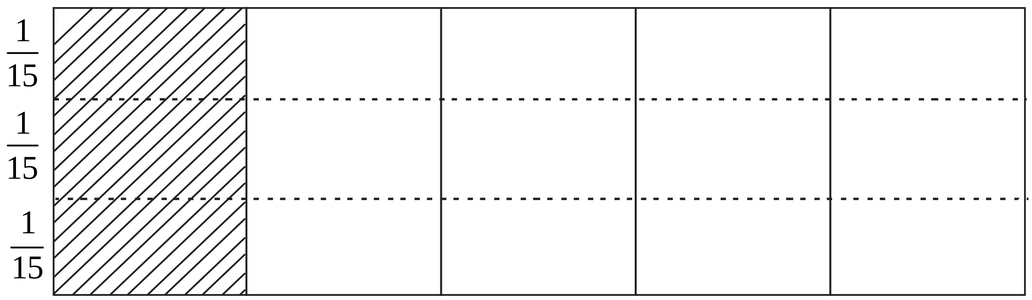
अब इसका $\frac{1}{3}$ मालूम करना है। अतः रेखांकित भाग के 3 समान हिस्से कीजिए।

प्रत्येक हिस्सा $\frac{1}{5}$ के $\frac{1}{3}$ को प्रदर्शित करता है।



fp=&**1·5**

प्रत्येक रेखांकित हिस्सा $\frac{1}{5}$ का $\frac{1}{3}$ है, जो पूरी इकाई का $\frac{1}{15}$ है।



fp=&**1·6**

इस प्रकार स्पष्ट है कि किसी इकाई का $\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}$ का मान इकाई का $\frac{1}{15}$ भाग होता है।

इसे हम इस प्रकार भी देख सकते हैं

$$\frac{1}{5}\times\frac{1}{3} = \frac{1\times1}{5\times3}$$

$$= \frac{1}{15}$$

हम पाते हैं कि जब दो भिन्नों का गुणा होता है तब अंश का अंश के साथ तथा हर का हर के साथ गुणा हो जाता है।

जैसे –

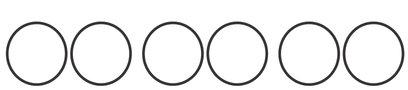
$$\frac{3}{7}\times\frac{2}{5} = \frac{3\times2}{7\times5} = \frac{6}{35}$$

$$\frac{2}{3}\times\frac{7}{8} = \frac{2\times7}{3\times8} = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$$

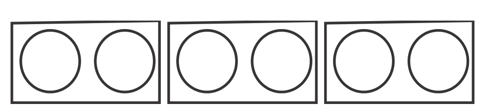
fHkUuk dk Hkkx % fp=kRed fu#i.k

6 ÷2 का अर्थ है 6 में दो–दो के कितने समूह हैं (या 6 में 2 कितनी बार सम्मिलित है)

देखें–



fp=&**1·7 (a)**



fp=&**1·7 (b)**

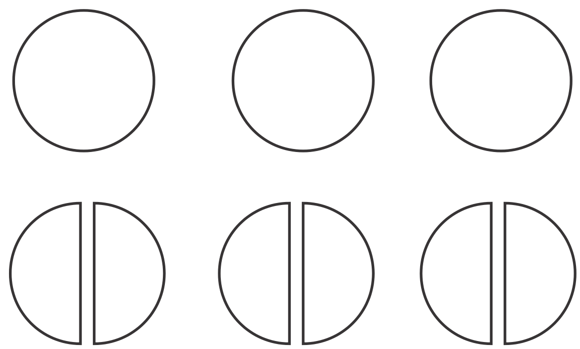
6 में दो–दो के तीन समूह हैं।

$6 \div 2 = 3$

अब पता करें

$3 \div \frac{1}{2} = ?$

$3 \div \frac{1}{2}$ का अर्थ है 3 में $\frac{1}{2}$ कितनी बार (सम्मिलित) है, अथवा 3 में $\frac{1}{2}$ वाले कितने टुकड़े हैं ?

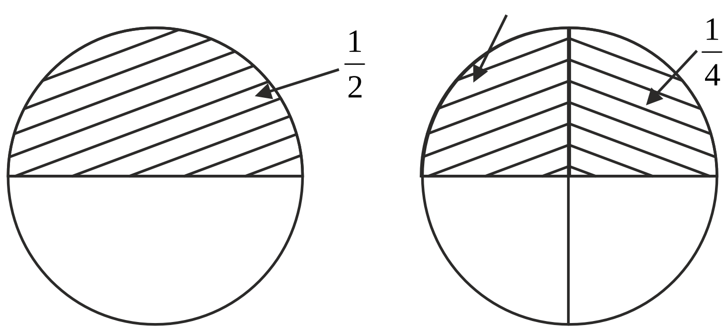


fp=&1·8

स्पष्ट है कि 3 में $\frac{1}{2}$ वाले 6 टुकड़े होंगे। प्रत्येक टुकड़ा $\frac{1}{2}$ है।

$3 \div \frac{1}{2} = 6$

इसी प्रकार $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$ का क्या अर्थ है ?



fp=&1·9

आप पाएंगे कि–

$\frac{1}{2}$ में $\frac{1}{4}$ दो बार (सम्मिलित) है।

$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = 2$

दो भिन्नों के भाग को हम इस प्रकार भी देख सकते हैं –

$$6 \div 2 = \frac{6}{1} \div \frac{2}{1} = \frac{6}{1} \times \frac{1}{2} = \frac{6}{2}$$

$$3 \div \frac{1}{2} = \frac{3}{1} \div \frac{1}{2} = \frac{3}{1} \times \frac{2}{1} = \frac{6}{1} = 6$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = \frac{4}{2} = 2$$

इस प्रकार जब एक भिन्न को दूसरी भिन्न से भाग दिया जाता है तब भाजक की भिन्न संख्या उलट दी जाती है अर्थात् भाजक का अंश हर में तथा हर अंश में चला जाता है तथा भाग का चिह्न गुणा में बदल दिया जाता है।

क्रियाकलाप&9

1. अब आप चित्रानुसार निरूपण कीजिए

(1) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ (2) $2 \times \frac{1}{5}$

(3) $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$ (4) $3 \times \frac{1}{2}$

2. चित्रात्मक निरूपण कीजिए–

1. $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$
2. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4}$

i’ukoyh 1

1. खाली स्थानों की पूर्ति >, = या < लिखकर कीजिए

(i) $(-2) \times 9$ ---------$(-3) \times 9$

(II) $3 \times (-5) \times (-2)$--------$(-5) \times 6$

(III) 4×9 ---------$(-2) \times 9 \times (-2)$

(IV) $2 \times (-6) \times 0$ -----------$(-3) \times 4$

(V) $(-5) \times (-6) \times 2$ ---------$(-2) \times 5 \times (-8)$

2. गुणनफल ज्ञात कीजिए –

(i) $(-8) \times 5 \times 4$

(ii) $(-9) \times 0 \times (-2)$

(III) $(-42) \times 6 \times 3$

(iv) $5 \times (-75) \times (-7)$

(v) $(-30) \times (-25) \times 8$

(VI) $(-8) \times (-12) \times (-30)$

3. भागफल ज्ञात कीजिए –

(i) $-80 \div 16$

(ii) $-24 \div (-8)$

(iii) $650 \div (-13)$

(iv) $-170 \div (-17)$

(v) $-256 \div 16$

(vi) $-170 \div (-1)$

(vii) $0 \div (-18)$

(viii) $321 \div (-1)$

(ix) $19 \div (-19)$

(x) $200 \div (-10)$

4. निम्न में से प्रत्येक रिक्त स्थान में >, = या < का चिह्न लगाइए जिससे कथन सत्य हो–

(i) $(-3)+(-4)$--------------------$(-4)+(-3)$

(ii) $(-5)-(-7)$--------------------$(-7)-(-5)$

(iii) $(-2)\times(-8)$--------------------$(-8)\times(-2)$

(iv) $(-10)\div(-6)$-------------------$(-6)\div(-10)$

(v) $[(-2)+(-3)]+(-4)$--------------$(-2)+[(-3)+(-4)]$

(vi) $[(-3)-(-4)]-(-5)$---------------------$(-3)-[(-4)-(-5)]$

(vii) $[(-5)\times(-2)]\times(-3)$--------------------$(-5)\times[(-2)\times(-3)]$

(viii) $[(-20)\div(-10)]\div(-5)$---------------------$(-20)\div[(-10)\div(-5)]$

(ix) $-2\times[(-3)+(-5)]$------------------$[(-2)\times(-3)]+[(-2)\times(-5)]$

(x) $-2\div[(-3)+(-5)]$------------------$[(-2)\div(-3)]+[(-2)\div(-5)]$

5. निम्न भिन्नों को हल कर सरलतम रुप में लिखिए –

(i) $\frac{1}{2}\times\frac{6}{7}$ (ii) $\frac{5}{2}\times\frac{3}{10}$ (iii) $\frac{4}{11}\times\frac{22}{8}$ (iv) $\frac{2}{3}\div\frac{8}{5}$

(v) $\frac{3}{7}\div\frac{5}{14}$ (vi) $\frac{3}{4}\div\frac{9}{8}$

6. राधा ने एक तरबूज का $\frac{1}{2}$ हिस्सा खाया तथा सोहन ने उसी तरबूज का $\frac{1}{4}$ हिस्सा खाया। बताइए दोनों ने मिलकर तरबूज का कुल कितना हिस्सा खाया।

7. मोहन की कक्षा में कुल 45 विद्यार्थी थे। लड़कियों की संख्या कुल विद्यार्थियों का $\frac{2}{5}$ है। लड़कियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

8. प्रभात 500 रुपये लेकर बाजार गया। उसने कुल रुपयों के $\frac{1}{4}$ रुपयों की किताबें खरीदीं तथा कुल रुपयों के $\frac{1}{5}$ रुपयों की मिठाई खरीदी। बताइए उसके पास कुल कितने रुपये शेष बचे।

9. एक व्यापारी के पास कुल संपत्ति 60000 रुपये थी। उसने अपनी संपत्ति का $\frac{1}{2}$ भाग अपनी पत्नी को तथा शेष का $\frac{1}{2}$ भाग अपने बेटे को तथा $\frac{1}{2}$ भाग अपनी बेटी को दिया। प्रत्येक को प्राप्त राशि ज्ञात कीजिए।

आइऐ कुछ नए तरीकों से गुणा करें

पिछली कक्षाओं में आपने वैदिक गणित की कुछ विधियों का अभ्यास किया है यहाँ भी कुछ नए तरीके आपके लिए दिए जा रहे हैं। इनकी मदद से आप गुणा करना सीखें और यह भी समझें कि तरीके काम कैसे करते हैं।

सूत्र – एकाधिकेन पूर्वेण और अन्त्ययोर्दशके पि सूत्र का प्रयोग कर गुणा करना।

इस विधि का उपयोग तब किया जाता है जब गुण्य और गुणक की इकाइयों का योग 10 हो तथा दहाइयाँ समान हों।

जैसे – 15×15 16×14 27×23 36×34

एक उदाहरण हल करें – 24×26

गुणनफल की इकाई और दहाई में – $4 \times 6 = 24$ लिखें (इकाइयों का गुणा)

गुणनफल के सैकड़े में लिखें – $2 \times (2 + 1) = 2 \times 3 = 6$ (दहाई × दहाई से एक अधिक)

कुल गुणनफल 624

एक और उदाहरण देखें = 52×58

	ह. सै.	द. ई.
गुणनफल =	(5×6)	(2×8) = 3016
	(दहाई × दहाई से एक अधिक)	(इकाइयों का गुणा)

ऐसा क्यों होता है इसे समझें।

दो अंकों वाली ऐसी दो संख्याएँ लें जिनकी दहाइयों में x है और इकाइयों में क्रमशः y और z है। ये दो संख्याएँ $x\,y$ और $x\,z$ होंगी। यहाँ $y + x = 10$

दहाई इकाई

x y इन संख्याओं के मान क्रमशः $10\,x + y$ और $10\,x + z$ होंगे।

x z

इनका गुणा करने पर –

$$(10\,x + y)(10\,x + z) = 100\,x^2 + 10\,xz + 10\,x\,y + yz$$
$$100\,x^2 + 10\,x \times (y + z) + yz$$
$$100\,x^2 + 10x \times 10 + yz \qquad (y + z = 10)$$

$$100\,x^2 + 100x + yz$$
$$100\,x\,(\,x + 1) + yz$$
$$x \cdot (x + 1) \text{ x } 100 + yz$$

चूंकि बायीं ओर के पद में 100 एक गुणक के रूप में उपस्थित है इसलिए $x\,(x + 1)$ से प्राप्त संख्या सैकड़े पर (या आवश्यकता पड़ने पर हजार के स्थान पर भी) रखी जाएगी। y और z का गुणनफल इकाई और दहाई के स्थान पर रखा जाएगा। यदि $y\,z$ के मान 1 और 9 हो तो इनके गुणनफल को 09 लिखा जाएगा।

क्या यह विधि तीन अंकों वाली दो संख्याओं के गुणा के लिए भी कारगर होगी ? आइए 317×313 पर विचार करें। यहाँ इकाइयों का योग 10 है। $(\,7 + 3 = 10)$ दोनों संख्याओं में से प्रत्येक में 31 दहाइयाँ हैं याने दहाई और सैकड़े की संख्याएँ क्रमशः समान हैं।

			दस ह. ह. सै.	द. इ.
गुणनफल	317×313		$(\,31 \times 32)$	$(\,7 \times 3)$
		=	992	21
		=	99221	

एक और उदाहरण देखें

		दस ह. ह. सै.	द. इ.
317 x 313	=	(12 x 13)	(4 x 6)
	=	156	24
	=	15624	

(चूंकि ये गुणनफल 100×100 से बड़े हैं इसलिए हल में दस हजार से बड़ी संख्याएँ मिलेंगी।)

उर्ध्वतिर्यग्भ्याम विधि से गुणा

दो संख्याओं का गुणा करते समय यदि यह ध्यान रखा जाए कि कितनी इकाइयाँ, दहाइयाँ, सैकड़े आदि मिल रहे हैं और उन्हें उनके उचित स्थानों पर रखा जाए तो गुणा आसान हो जाता है।

इसे एक उदाहरण से समझते हैं –

32×14 — 32 में 4 इकाई से गुणा करने पर **8 इकाइयाँ** और **12 दहाइयाँ** मिलेंगी।

पुनः 32 में 1 दहाई का गुणा करने पर **2 दहाइयाँ** और **3 सैकड़े** मिलेंगे।

याने गुणनफल = 3 सैकड़े + 2 दहाइयाँ + 12 दहाइयाँ + 8 इकाइयाँ

= 3 सैकड़े + 14 दहाइयाँ + 8 इकाइयाँ

= 3 सैकड़े + 1 सैकड़ा + 4 दहाइयाँ + 8 इकाइयाँ

= 4 सैकड़े + 4 दहाइयाँ + 8 इकाइयाँ

= 448

इसे चित्र के रूप में देखें –

3 2

×

1 4

सैकड़े	दहाइयाँ	इकाइयाँ
3 × 1	(2 × 1) + (3 × 4)	2 × 4
3	2 + 12	8
3 ←	1 4	8
4	4	8

यदि दोनों संख्याएँ तीन–तीन अंकों की हों तो गुणा कैसे करेंगे?

यहाँ जो गुणनफल मिलेगा उसमें दस हजार तक संख्याएँ होंगी।

1 4 7

× 2 6 5

	दस हजार	हजार	सैकड़े	दहाइयाँ	इकाइयाँ
I	1 2	1 4 2 6	1 4 7 2 6 5	4 7 6 5	7 5
II	2 × 1	1 × 6 + 2 × 4	1 × 5 + 2 × 7 + 4 × 6	4 × 5 + 6 × 7	7 × 5
III	2	6 +8	5 +14 +24	20 +42	35
IV	2 ←	1 4 ←	4 3 ←	6 2 ←	3 5
V	3	8	9	5	3

देखने में यह तरीका लंबा लग रहा है किन्तु थोड़े अभ्यास के बाद आप सीधे उत्तर लिख सकेंगे।

एक और सवाल हल करें –

143 × 25

यहाँ गुणक 25 है इसे 025 के रूप में लिखकर आगे बढ़ें –

143	द. ह.	ह.	सै.	द.	इ.
× 025	1	1 4	1 4 3	4 3	3
	0	0 2	0 2 5	2 5	5
	0	2	13	26	1
		3	5	7	5

$$\begin{array}{r} 143 \\ \times\ 25 \\ \hline 3575 \\ \hline \end{array}$$

एक न्यूनेन पूर्वेण सूत्र का उपयोग कर गुणा करना

आपने कक्षा 6 में यह सीख लिया है कि एक न्यूनेन पूर्वेण सूत्र का उपयोग कर गुणा कैसे किया जाता है। आपको याद होगा कि इस विधि का उपयोग हम तब करते हैं जब एक संख्या केवल 9 से बनी हो। एक उदाहरण से इसे फिर समझते हैं।

उदाहरण – 1 17 × 99 को हल करें।

	हजार	सै.	द.	इ.
17 × 99 =	(17 – 1)		9	9
			–1	6
	1	6	8	3

$17 \times 99 = 1683$

$$\boxed{\begin{aligned} 17 \times 99 &= 17 \times (100 - 1) \\ &= 1700 - 17 \\ &= 1600 + (100 - 17) \\ &= 1600 + (99 - 16) \\ &= 1600 + 83) \\ &= 1683 \end{aligned}}$$

उदाहरण – 2 275 × 999 को हल करें।

	लाख दस ह.	सै.	द.	इ.
275 × 999 =	(275 – 1)	9	9	9
		– 2	7	4
	274	7	2	5

$275 \times 999 = 274725$

उदाहरण – 3   110 × 999

= (110 – 1)	9 9 9	
	– 1 0 9	
= 109	8 9 0	

यदि गुणक में 9 कम हो तो – (जैसे – 318 × 99, 213 × 99 = आदि)

हल करके देखें –

(i) 318 × 99 =

दस ह.	ह.	सै.	द.	इ.
(318	– 1)		9	9
–		3	1	7
3	1	7	9	9
		– 3	1	7
= 3	1	4	8	2

(ii) 213 × 99 =

द. ह.	ह.	सै.	द.	इ.
(213	– 1)		9	9
–		2	1	2
2	1	0	8	7

यदि गुणक में 9 अधिक हों तो (जैसे 5 × 99 , 87 × 999 आदि)

हल करके देखें –

(i) 5 × 99 = 05 × 99 =

सै.	द.	इ.
(5 – 1)	9	9
	0	4
4	9	5

(ii) 87 × 999 =

हजार		सै.	द.	इ.
(87 - 1)		9	9	9
		0	8	6
8	6	9	1	3

बीजांक का प्रयोग कर उत्तर जाँच करना

पिछली कक्षा में आपने पढ़ा है कि बीजांकों का प्रयोग कर गुणा की जाँच की जा सकती है। गुणा के संबंध में हम यह कह सकते हैं।

गुण्य का बीजांक × गुणक का बीजांक = गुणनफल का बीजांक

उदहारण 1

$24 \times 26 = 624$

गुण्य 24 का बीजांक $2 + 4 = 6$

गुणक 26 का बीजांक $2 + 8 = 8$

दोनों बीजांकों का गुणनफल $6 \times 8 = 48$

48 का बीजांक $4 + 8 = 12,\ 1 + 2 = 3$

गुणनफल 624 का बीजांक $6 + 2 + 4 = 12 \qquad 1 + 2 = 3$

चूंकि दोनों बीजांक समान है अतः $24 \times 26 = 624$ सही उत्तर है।

उदहारण 2

$317 \times 313 = 99221$

गुण्य 317 का बीजांक $\Rightarrow 3 + 1 + 7 \Rightarrow 1 + 1 = 2$

गुणक 313 का बीजांक $= 3 + 1 + 3 = 7$

$2 \times 7 = 14,\ \ 1 + 4 = 5$

गुणनफल 99221 का बीजांक $= 9 + 9 + 2 + 2 + 1 = 23, \quad 2 + 3 = 5$

चूंकि दोनों बीजांक समान हैं।

अतः $317 \times 313 = 99221$ सही उत्तर है।

i’ukoyh

उपयुक्त विधि चुनकर हल कीजिए तथा अपने उत्तरों की जाँच कीजिए–

(i) 25×29 (ii) 17×99 (iii) 387×999 (iv) 211×99

(v) 84×999 (vi) 203×99 (vii) 98×92 (viii) 143×147

(ix) 74×76 (x) 432×438 (xi) 36×45 (xii) 107×234

(xiii) 201×104 (xiv) 123×45 (xv) 28×317

5H4LD9

❖❖❖