

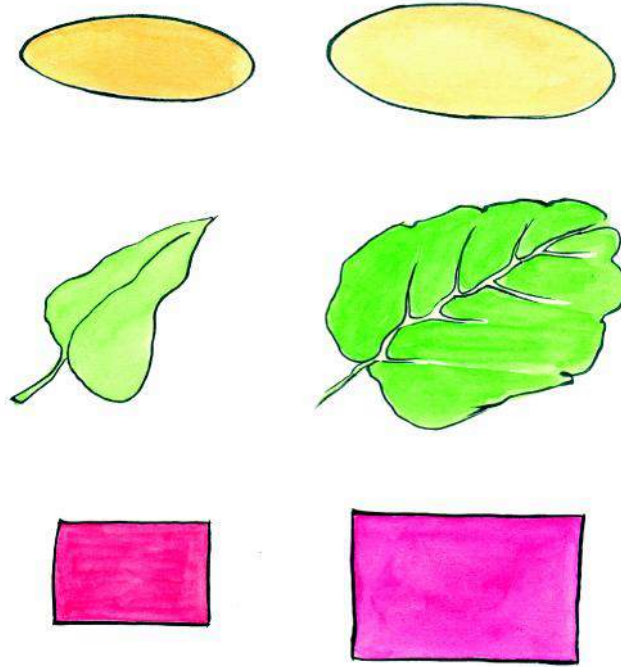
क्षेत्रफल (Area)



{k=Qy (Area)

सभी बंद आकृतियों के अंदर कुछ जगह होती है। इन आकृतियों के बाहर स्थित किसी बिंदु से इनके अंदर स्थित किसी बिंदु तक आकृति की रेखा को काटे बिना नहीं जा सकते। बंद आकृतियों के अंदर की जगह ही उसका क्षेत्र है। कुछ आकृतियों में ज्यादा जगह होती है। जिनमें ज्यादा जगह होती है वही बड़ी होती है।

नीचे आकृतियों के जोड़ों में पहचानें। कौन ज्यादा जगह घेरती है? दोनों आयतों में से कौनसा आयत बड़ा है? सभी में से बड़ी आकृति पहचानिए।

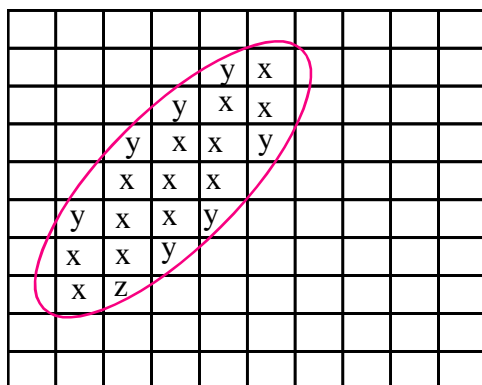


चित्र-15.1

उपरोक्त चित्रों में आपने देखा कि छोटी या बड़ी आकृति का होना किसी तल में उस आकृति द्वारा कम या अधिक जगह घेरने से है।

किसी समतल पर कोई वस्तु/आकृति कितनी जगह घेरती है, उसका माप कैसे करें? एक तरीका निम्न प्रकार से है। इसमें यह देखा जाता है कि किसी आकृति में एक निश्चित माप की कितनी छोटी आकृतियां आएंगी। पत्तियों, पंखुड़ियों व अन्य ऐसी वस्तुओं की आकृति को ग्राफ पेपर पर उतार कर आप उनके द्वारा घेरे गये जगह को पता कर सकते हैं। कोई वस्तु/आकृति समतल पर जितनी जगह घेरती है, वह उसका {k=Qy कहलाता है।

ग्राफ पेपर की सहायता से किसी आकृति का क्षेत्रफल नापना -



चित्र-15.2

ग्राम पेपर पर कोई बंद आकृति बनायें। क्षेत्र की गणना निम्नानुसार करें।

1. बंद आकृति के भीतर पूर्ण वर्गाकार भागों को गिनिए।
2. बंद आकृति के अंदर आधे से बड़े वर्गाकार भागों को गिनिए।
3. बंद आकृति के ठीक आधे वर्ग के भागों को गिनिए।
4. बंद आकृति के आधे से छोटे वर्गों को छोड़ दें।

गणना के लिए वर्गों की संख्या = $\frac{(\text{पूर्ण वर्गाकार खानों की संख्या} + \text{आधे से बड़े वर्गाकार खानों की संख्या} + \frac{\text{ठीक आधे वर्गाकार खानों की संख्या}}{2})}{2}$

तो आकृति का क्षेत्रफल = ऊपर गणना किये गये कुल खानों की संख्या

आधे से बड़े वर्ग को भी पूर्ण वर्ग में गिना गया है इसलिए आधे से छोटे आकार के वर्गों को छोड़ दिया गया है तथा ठीक आधे खंड के वर्ग को आधा खंड गिना गया है।

नापने की इकाई 1 सेमी × 1 सेमी का वर्ग है। जिसकी प्रत्येक भुजा 1 सेमी है इसलिए क्षेत्रफल 1 वर्ग सेमी अथवा 1 सेमी² के रूप में दर्शाया जाता है।

इस विधि से ऊपर दिये गए चित्र का क्षेत्रफल :

पूर्ण वर्गाकार खाने (यदि x मानें) = 13

आधे से बड़े वर्गाकार खाने (यदि y मानें) = 7

ठीक आधे वर्गाकार खाने (यदि z मानें) = 1

आकृति का क्षेत्रफल $x + y + \frac{z}{2} = 13 + 7 + \frac{1}{2} = 20.5$ वर्ग से.मी.

 क्रियाकलाप-1

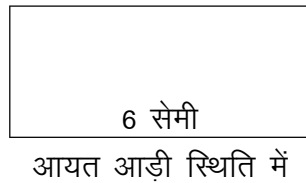
इसी प्रकार अपनी हथेली को ग्राफ पेपर पर रख कर पेंसिल की सहायता से हथेली का चित्र बनाइए तथा उसके क्षेत्रफल की गणना कीजिए।

$l \times b = A$

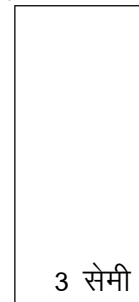
कक्षा 5वीं में आपने आयत के बारे में पढ़ा होगा। यह एक चतुर्भुज है, जिसके आमने सामने की भुजा बराबर है तथा प्रत्येक कोण समकोण हैं।

 क्रियाकलाप-2

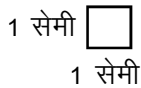
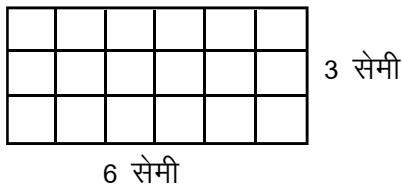
1. एक आयत है जिसकी लम्बाई 6 सेमी एवं चौड़ाई 3 सेमी है। प्रत्येक भुजा पर एक-एक सेमी की दूरी पर लम्बाई तथा चौड़ाई की ओर चिह्न लगावें।



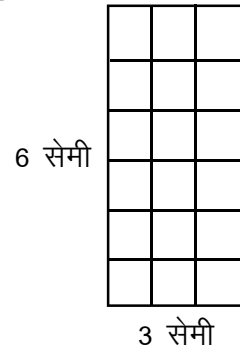
चित्र- 15.3



2. आयत को 1 सेमी x 1 सेमी के खण्डों में निम्नानुसार बांटें -



चित्र-15.4



दर्शाए गए चित्र में 1 सेमी x 1 सेमी के बन रहे वर्गों को गिनिए।

वर्गों की संख्या = 18

1 वर्ग का क्षेत्रफल = 1 वर्ग सेमी

18 वर्ग का क्षेत्रफल = 18 वर्ग सेमी

जितना बड़ा आयत होगा 1 वर्ग सेमी के वर्गों की संख्या उतनी ही अधिक होगी।

क्षेत्रफल = 18 वर्ग सेमी

= 6 सेमी x 3 सेमी या 3 सेमी x 6 सेमी

$l \times b = A = l \times b$

चूँकि गुणा की संक्रिया क्रम विनिमय के नियम का पालन करती है अतः –
आयत का क्षेत्रफल = चौड़ाई x लम्बाई, भी लिख सकते हैं।

क्रियाकलाप-3

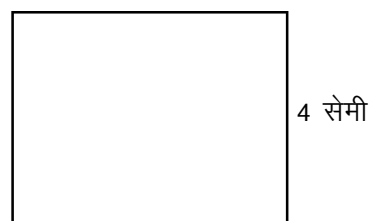
(1) ग्राफ पेपर पर निम्नलिखित आयतों का निर्माण कर आप उन्हें 1 सेमी x 1सेमी के कितने वर्गाकार खण्डों में बाँट सकते हैं, लिखिए –

- 7 सेमी लम्बाई और 3 सेमी चौड़ाई
- 10 सेमी लम्बाई और 1 सेमी चौड़ाई
- 5 सेमी लम्बाई और 5 सेमी चौड़ाई

वर्ग का क्षेत्रफल

वर्ग एक विशेष प्रकार का आयत है।

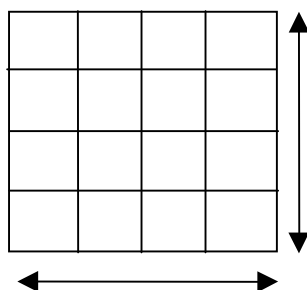
जिसकी भुजाएँ समान हैं अर्थात् लम्बाई तथा चौड़ाई बराबर है।



4 सेमी

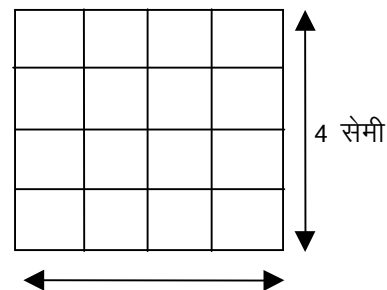
चित्र-15.5

4 सेमी x 4 सेमी भुजा वाले वर्ग को 1 सेमी x 1 सेमी वाले वर्गों में बाँटने पर –



चित्र-15.6

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| 1 वर्ग सेमी | = 1 सेमी x 1 सेमी |
| वर्ग का क्षेत्रफल | = वर्ग खण्डों की संख्याएँ |
| | = 16 |
| 1 वर्गखण्ड का क्षेत्रफल | = 1 वर्ग सेमी |
| 16 वर्गखण्डों का क्षेत्रफल | = 16 वर्ग सेमी |
| वर्ग का क्षेत्रफल | = 16 वर्ग सेमी |
| वर्ग का क्षेत्रफल | = 4 सेमी x 4 सेमी |

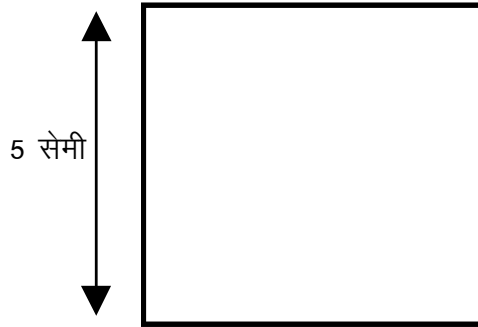


4 सेमी

चित्र-15.7

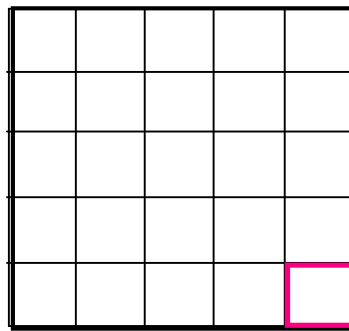
$$\text{क्षेत्रफल} = \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} = \frac{1}{2} \times \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई}$$

1- यदि एक वर्ग की भुजा 5 सेमी है तो इसका क्षेत्रफल क्या होगा?



चित्र-15.8

चित्र में 5 सेमी भुजा का एक वर्ग दिखाया गया है। प्रत्येक भुजा पर 1-1 सेमी दूरी पर चिह्न अंकित कीजिए।



एक खाना
1 सेमी²

चित्र-15.9

अब आगे-पीछे के सभी बिन्दुओं को मिलाकर आड़ी और खड़ी रेखाएँ खींचिए।

इस वर्ग के भीतर 1 सेमी लम्बे व 1 सेमी चौड़े खानों को गिनिये।

वर्ग का क्षेत्रफल = वर्ग के भीतर 1 सेमी लम्बे व 1 सेमी चौड़े खानों की संख्या।

$$= 25 = 25 \times 1 \text{ खाने का क्षेत्रफल}$$

$$= 25 \times 1 \text{ वर्ग सेमी} = 25 \text{ वर्ग सेमी}$$

अतः वर्ग का क्षेत्रफल = वर्ग की लम्बाई \times वर्ग की चौड़ाई

$$= \text{भुजा का वर्ग}$$

2- एक आयत की लम्बाई 9 सेमी व चौड़ाई 4 सेमी है, इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

यहाँ आयत की लम्बाई = 9 सेमी

आयत की चौड़ाई = 4 सेमी

इसलिये आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई \times चौड़ाई

$$= 9 \text{ सेमी} \times 4 \text{ सेमी} = 36 \text{ सेमी}^2 \text{ या } 36 \text{ वर्ग सेमी}$$

mnkgj .k 3- एक वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजा 6 सेमी लम्बी है।

gy %

$$\begin{aligned}
 \text{अतः वर्ग का क्षेत्रफल} &= \text{भुजा} \times \text{भुजा} \\
 &= 6 \text{ सेमी} \times 6 \text{ सेमी} \\
 &= 6 \text{ सेमी} \times 6 \text{ सेमी} \\
 &= 36 \text{ सेमी}^2 \text{ या } 36 \text{ वर्ग सेमी}
 \end{aligned}$$

mnkgj .k 4- एक कपड़े की लम्बाई 2 मीटर और चौड़ाई 100 सेमी है, उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

gy %

$$\text{यहाँ आयताकार कपड़े की लम्बाई} = 2 \text{ मीटर} \quad (\text{चूँकि } 1 \text{ मी.} = 100 \text{सेमी})$$

$$\text{आयताकार कपड़े की चौड़ाई} = 100 \text{ सेमी}$$

यहाँ लम्बाई व चौड़ाई की इकाई भिन्न-भिन्न है ।

$$\begin{aligned}
 \text{आयताकार कपड़े की लम्बाई} &= 2 \text{ मीटर} \\
 &= 2 \times 100 \text{ सेमी} \\
 &= 200 \text{ सेमी}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(A) अब आयताकार कपड़े का क्षेत्रफल} &= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \\
 &= 200 \text{ सेमी} \times 100 \text{सेमी} \\
 &= 20,000 \text{ वर्ग सेमी या } 20,000 \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$

(B) यदि भुजाओं को मीटर में व्यक्त किया जाए तो –

$$\text{आयताकार कपड़े की लम्बाई} = 2 \text{ मीटर} \quad (\text{चूँकि } 100 \text{ सेमी} = 1 \text{ मीटर})$$

$$\text{आयताकार कपड़े की चौड़ाई} = 100 \text{ सेमी}$$

$$= 1 \text{ मीटर}$$

$$\text{अतः आयताकार कपड़े का क्षेत्रफल} = \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई}$$

$$= 2 \text{ मीटर} \times 1 \text{ मीटर}$$

$$= 2 \text{ वर्ग मीटर या } 2 \text{ मीटर}^2$$

यहां A व B की तुलना करने पर

$$20000 \text{ सेमी}^2 = 2 \text{ मीटर}^2$$

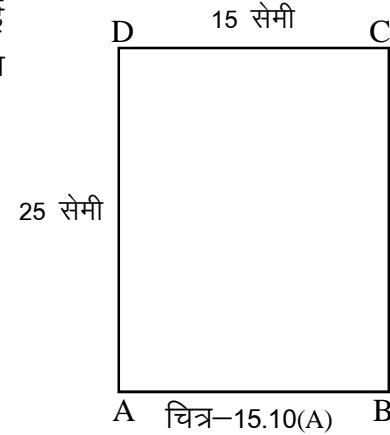
$$\text{या } 10000 \text{ सेमी}^2 = 1 \text{ मीटर}^2$$

$$\text{अर्थात् } 1 \text{ मीटर}^2 = 10000 \text{ सेमी}^2$$

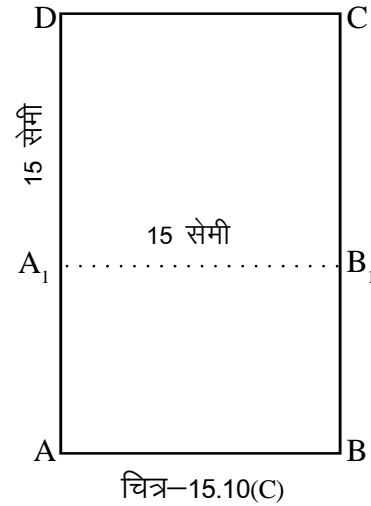
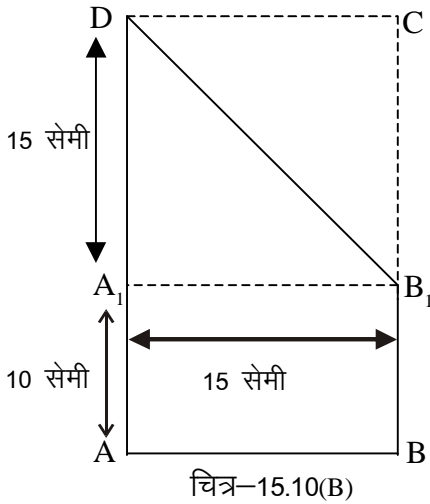
mnkgj .k 5- एक आयताकार कागज की लम्बाई 25 सेमी और चौड़ाई 15 सेमी है। उसके कुछ हिस्से को मोड़कर सबसे बड़ी वर्गाकार आकृति प्राप्त की जाती है। प्राप्त वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

gy %

जैसा कि आपने पूर्व के क्रियाकलाप में देखा था कि आयताकार कागज के कुछ हिस्से को मोड़कर एक वर्गाकार आकृति प्राप्त की जा सकती है।



इसके लिए चित्र में दिखाए अनुसार आयताकार कागज की छोटी भुजा पर मोड़ कर बड़ी भुजा पर रखिए। अब कागज को CB_1 रेखा के अनुदिश चित्रानुसार मोड़ कर कागज को खोलिए और A_1B_1CD वर्ग प्राप्त कीजिए -



अब इस बड़े से बड़े वर्गाकार आकृति का क्षेत्रफल
 = भुजा x भुजा
 = $A_1B_1 \times A_1D_1$
 = 15 सेमी x 15 सेमी
 = 15 सेमी x 15 सेमी = 225 सेमी²

mnkgj .k 6- एक कमरे के आयताकार फर्श की लम्बाई 12 फीट व चौड़ाई 5 फीट है। इस फर्श पर 2 फीट x 1 फीट की फर्शी पत्थर टाइल्स बिछाने का खर्च ज्ञात कीजिए जबकि एक टाइल्स का मूल्य 10 रुपये है।

gy %

यहाँ आयताकार फर्श की लम्बाई = 12 फीट
 आयताकार फर्श की चौड़ाई = 5 फीट
 इस आयतकार कमरे का क्षेत्रफल = लम्बाई x चौड़ाई
 = 12 फीट x 5 फीट
 = 60 फीट² या 60 वर्ग फीट

$$\begin{aligned} \text{चूंकि 1 टाइल्स का क्षेत्रफल} &= 2 \text{ फीट} \times 1 \text{ फीट} \\ &= 2 \text{ वर्ग फीट} \end{aligned}$$

$$\text{चूंकि 2 वर्ग फीट फर्श में टाइल्स लगती हैं} = 1$$

$$1 \text{ वर्ग फीट फर्श में टाइल्स लगेगी} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{तब 60 वर्ग फीट फर्श में टाइल्स लगेगी} &= \frac{1}{2} \times 60 \\ &= 30 \text{ टाइल्स} \end{aligned}$$

इस प्रकार इस कमरे के आयताकार फर्श में लगने वाले टाइल्स की संख्या = 30

अब 1 टाइल्स की कीमत 10 रु. है।

$$\therefore 30 \text{ टाइल्स की कीमत } 10 \times 30 \text{ रु होगी} = 300 \text{ रु}$$

अतः उस कमरे के आयताकार फर्श में

$$2 \text{ फीट} \times 1 \text{ फीट की टाइल्स बिछाने का खर्चा} = 300 \text{ रु}$$

izukoyh 15-1

- (1) प्रत्येक आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, लम्बाई व चौड़ाई निम्नानुसार है –
 - (i) लम्बाई – 5 सेमी, चौड़ाई – 3 सेमी
 - (ii) लम्बाई – 3.5 सेमी, चौड़ाई – 2 सेमी
- (2) निम्नलिखित वर्गों जिनकी भुजा निम्नानुसार है का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए –
 - (i) 5 सेमी
 - (ii) 7 सेमी
- (3) एक वर्ग का क्षेत्रफल 1 वर्गमीटर है, तो इसी वर्ग का क्षेत्रफल वर्ग सेमी में ज्ञात कीजिए।
- (4) एक वर्ग का क्षेत्रफल 10,000 वर्ग सेमी है, तो इसी वर्ग का क्षेत्रफल वर्ग मीटर में ज्ञात कीजिए।
- (5) एक 10 वर्ग सेमी आयताकार कागज की पट्टी से 1 वर्ग सेमी के कितने वर्ग काटे जा सकते हैं? प्रयोग करके जाँचिए।
- (6) एक 10 सेमी x 2 सेमी आयताकार कागज के टुकड़े से 2 वर्ग सेमी के कितने टुकड़े काटे जा सकते हैं? प्रयोग करके जाँचिए।
- (7) एक कमरे के आयताकार फर्श की लम्बाई 6 मीटर व चौड़ाई 2 मीटर है। इस फर्श पर 10 सेमी x 5 सेमी के टाइल्स के बिछाने का खर्च ज्ञात कीजिए जबकि एक टाइल्स की कीमत 5 रु. है।

$f = \frac{22}{7}$ वृत्त की परिधि एवं व्यास का अनुपात है जिसका मान $\frac{22}{7}$ के लगभग होता है।

वृत्त का क्षेत्रफल = $\frac{22}{7} \times r^2 = f \times \text{त्रिज्या}^2$

$$A = f r^2$$

ग्राफ पेपर पर किसी निश्चित त्रिज्या का वृत्त खींचिए तथा वर्गाकार खानों को गिनकर वृत्त का क्षेत्रफल प्राप्त कीजिए। इसी वृत्त का क्षेत्रफल सूत्र की सहायता से प्राप्त कर दोनों क्षेत्रफलों के बीच तुलना कीजिए।

izukoyh 15-2

1. निम्नलिखित त्रिज्या वाले वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
 - (i) 3 सेमी
 - (ii) 7 सेमी
 - (iii) 14 सेमी
2. निम्नलिखित व्यास वाले वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
 - (i) 8 सेमी
 - (ii) 20 सेमी
 - (iii) 14 सेमी



geus | h[kk

1. किसी समतल पर कोई वस्तु जितना स्थान घेरती है वह उसका क्षेत्रफल होता है।
2. आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई x चौड़ाई
3. वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा x भुजा = (भुजा)²
4. वृत्त का व्यास = 2 x त्रिज्या
5. वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2 , जहाँ r वृत्त की त्रिज्या है।
6. क्षेत्रफल का मात्रक वर्ग इकाई होता है।

