5N65JU

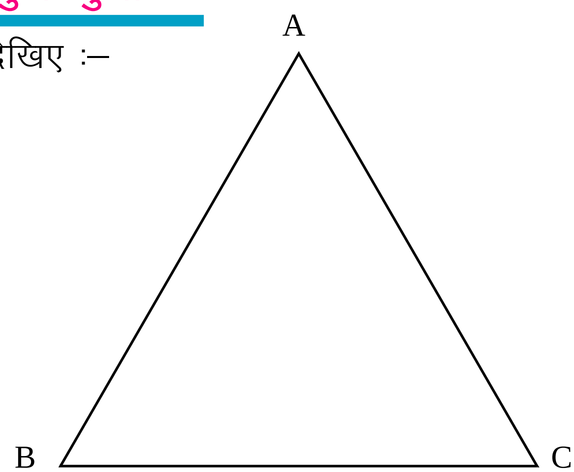
अध्याय तीन

त्रिभुज के गुण (Properties of Triangle)

आप जानते हैं कि तीन भुजाओं से घिरी बन्द आकृति को त्रिभुज कहते हैं जिसमें तीन भुजाएँ और तीन कोण होते हैं। त्रिभुज के तीनों अन्तः कोणों का योग 180° होता है। साथ ही भुजाओं एवं कोणों की माप के आधार पर त्रिभुज के प्रकारों के बारे में भी आप पिछली कक्षा में जान चुके हैं। आइए, त्रिभुज के गुणों को फिर से एक बार दोहरा लें –

सम्मुख कोण एवं सम्मुख भुजा –

नीचे दिये गये त्रिभुज को देखिए :–



चित्र – 3.1

यहाँ भुजा AB का सम्मुख कोण $\angle C$ है, क्योंकि यह कोण भुजा AB के दोनों सिरों में से किसी भी सिरे पर नहीं बना है। जैसे भुजा AB का सम्मुख कोण $\angle C$ है, वैसे ही $\angle C$ की सम्मुख भुजा AB है।

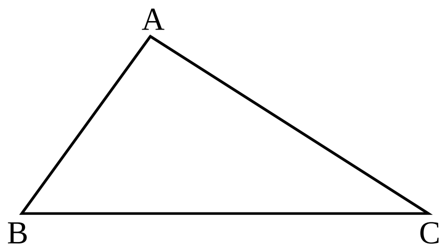
इसी प्रकार त्रिभुज की दो और भुजाओं के सम्मुख कोणों को तथा कोणो की सम्मुख भुजाओं को लिखिए।

क्या आपने कभी सोचा है कि किसी त्रिभुज की भुजाओं का उनके सम्मुख कोणों के साथ या कोणों का उनकी सम्मुख भुजाओं के साथ क्या सम्बन्ध है?

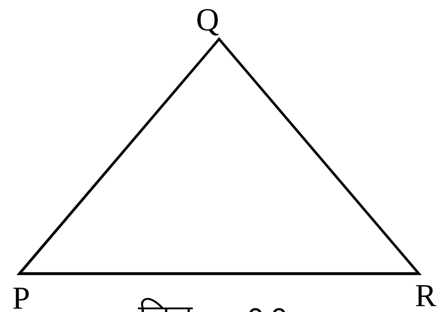
आइए, एक क्रियाकलाप के माध्यम से इनके बीच सम्बन्ध ढूंढें।

क्रियाकलाप 1.

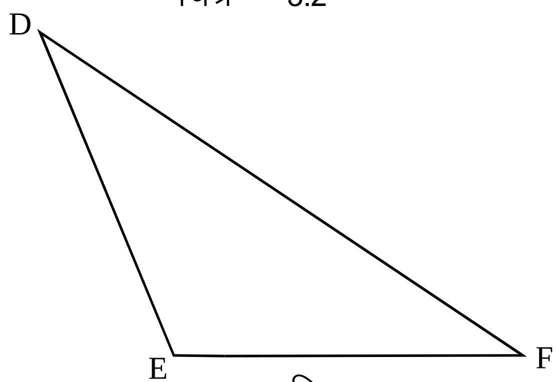
नीचे विभिन्न मापों के कुछ त्रिभुज दिये गये हैं। इनकी भुजाओं एवं सम्मुख कोणों को मापकर सारणी में भरिए तथा निर्देशानुसार रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :–



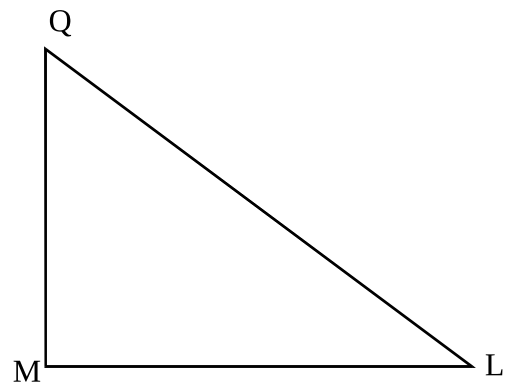
चित्र – 3.2



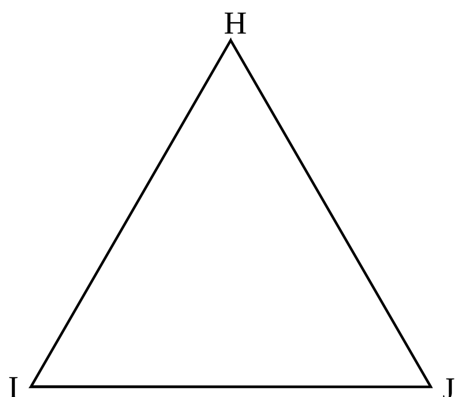
चित्र – 3.3



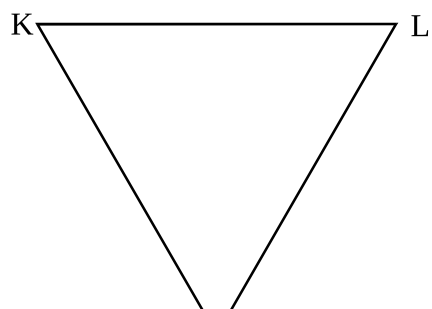
चित्र – 3.4



चित्र – 3.5



चित्र – 3.6



चित्र – 3.7

सारणी 1

चि.सं.	Δका नाम	भुजा की माप	भुजा के सम्मुख कोण की माप	भुजाओं को लंबाई के घटते क्रम में लिखने पर	कोणों को उनके माप के घटते क्रम में लिखने पर
3.2	Δ ABC	AB = 2.9 CM BC = 5.4 CM CA = 4.4 CM	$\angle C = 30^0$ $\angle A = 95^0$ $\angle B = 55^0$	BC, CA, AB	∠A, ∠B, ∠C
3.3	Δ PQR	--------------	--------------	-----------------------	----------------------------
3.4	Δ DEF	--------------	--------------	-----------------------	----------------------------
3.5	Δ QLM	--------------	--------------	-----------------------	----------------------------
3.6	Δ HIJ	--------------	--------------	-----------------------	----------------------------
3.7	Δ KLM	--------------	--------------	-----------------------	----------------------------

उपरोक्त सारणी को देखकर नीचे दिये गये प्रश्नों के उत्तर दीजिए :–

(i) क्या सदैव सबसे बड़ी भुजा का सम्मुख कोण सबसे बड़ा है?

(ii) क्या सदैव सबसे छोटी भुजा का सम्मुख कोण सबसे छोटा है?

(iii) क्या सबसे बड़े कोण की सम्मुख भुजा भी सबसे बड़ी है?

(iv) क्या सबसे छोटे कोण की सम्मुख भुजा भी सबसे छोटी है?

(v) क्या चित्र 3.6 में दिये गये त्रिभुज में बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण भी बराबर हैं?

(vi) चित्र 3.7 में दिये गये त्रिभुज में भुजाओं एव उनके सम्मुख कोणों के बीच कौन–सा सम्बन्ध हैं।

आप पायेंगे कि प्रत्येक त्रिभुज में सबसे बड़ी भुजा के सम्मुख कोण का माप सबसे अधिक है। उसी प्रकार सबसे बड़े कोण की सम्मुख भुजा का माप भी सबसे अधिक है तथा जिस प्रकार सबसे छोटी भुजा के सम्मुख कोण का माप सबसे कम है उसी प्रकार सबसे छोटे कोण की सम्मुख भुजा भी सबसे छोटी है।

चित्र 3.6 में त्रिभुज HIJ में बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण भी बराबर हैं, उसी प्रकार बराबर कोणों के सम्मुख भुजाएँ भी बराबर हैं। चित्र 3.7 में दिये गये त्रिभुज में सभी भुजाएं बराबर हैं एवं उनके सम्मुख कोण भी बराबर हैं, तो क्या समान कोणों के सम्मुख भुजाएँ भी समान होती हैं?

आप किसी भी माप की दो समबाहु ओर दो समद्विबाहु त्रिभुज खींचकर कोणों और भुजाओं के बीच संबंधों की जाँच कीजिए।

उदाहरण 1. किसी समद्विबाहु त्रिभुज का एक कोण 80° का है। शेष समान कोणों का माप ज्ञात कीजिए।

हल : समद्विबाहु त्रिभुज में दो भुजाएं समान होती है, इसलिए भुजाओं के सामने के दो कोण बराबर माप के होंगे। माना प्रत्येक बराबर कोण की माप x है।

चूंकि त्रिभुज के तीनों कोणों का योग $= 180^\circ$

अतः $x + x + 80^\circ = 180^\circ$

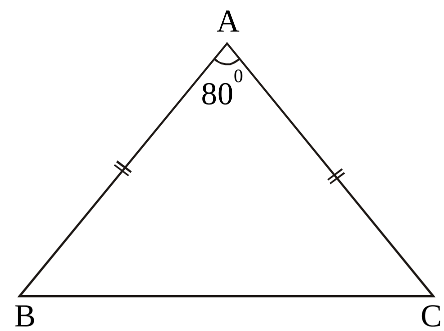
$\Rightarrow 2x + 80^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow 2x = 180^\circ - 80^\circ$ (पक्षान्तर करने पर)

$\Rightarrow 2x = 100^\circ$

$\Rightarrow x = \frac{100}{2}$

$\Rightarrow x = 50^\circ$



अतः प्रत्येक बराबर कोण 50° का होगा।

उदाहरण 2. किसी समबाहु त्रिभुज के सभी कोणों की माप ज्ञात कीजिए।

हल : हम जानते हैं कि समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक कोण बराबर माप के होते हैं।

$\therefore$ माना समबाहु त्रिभुज का प्रत्येक बराबर कोण x° का है।

त्रिभुज के तीनों अन्तः कोणों का योग $= 180^\circ$

$\Rightarrow \quad x + x + x = 180^\circ$

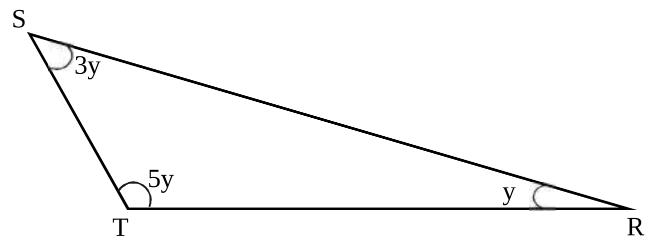
$\Rightarrow \quad 3x = 180^\circ$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{180^o}{3}$$

$\therefore \quad x = 60^\circ$

अतः समबाहु त्रिभुज का प्रत्येक कोण 60° का होता हैं।

उदाहरण 3. नीचे दिये गये त्रिभुज के प्रत्येक कोण की माप ज्ञात कीजिए।



चित्र – 3.8

हल : हमें ज्ञात है कि त्रिभुज के तीनों अन्तः कोणों का योग 180° होता है।

$\therefore \Delta$ RST में $\angle R + \angle S + \angle T = 180^\circ$

$\Rightarrow \quad y + 3y + 5y = 180^\circ$

$\Rightarrow \quad 9y = 180^\circ$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{180^0}{9}$$

$\Rightarrow \quad y = 20^\circ$

अतः $\angle R = 20^\circ$ $\quad \angle S = 3 \times 20^0 = 60^\circ$ $\quad \angle T = 5 \times 20^0 = 100^\circ$

अर्थात् त्रिभुज के कोण क्रमशः 20°, 60° और 100° हैं।

प्रश्नावली 3.1

प्र.1 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :–

(i) किसी त्रिभुज में बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण परस्पर ———————— होते हैं।

(ii) यदि किसी त्रिभुज के दो कोण बराबर हों तो वह ——————— त्रिभुज होगा।

(iii) समबाहु त्रिभुज का प्रत्येक कोण ——————— अंश का होता है।

(iv) किसी समद्विबाहु त्रिभुज का एक शीर्ष कोण 100° का हो तो शेष बराबर कोण ———————— अंश के होंगे।

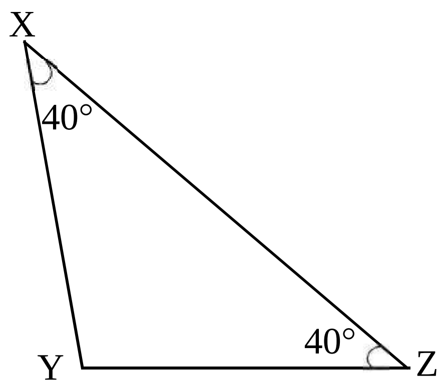
(v) किसी त्रिभुज में सबसे बड़े कोण की सम्मुख भुजा सबसे ——————— होती है।

(vi) किसी त्रिभुज में सबसे छोटे कोण की सम्मुख भुजा सबसे ——————— होती है।

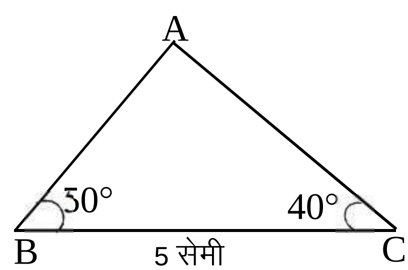
प्र.2. निम्नांकित तालिका में निर्देशानुसार रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए: –

क्र. स.	Δका नाम	भुजा की माप	कोण की माप	शेष कोणों की माप
1.	Δ ABC	AB=AC= 4 cm, BC = 5 cm	∠B = 50°	∠C = -----------, ∠A = ----
2.	Δ PQR	PQ=PR= 5 cm, QR = 7 cm	∠R = --------	∠P = -----------, ∠Q = 45°
3.	Δ DEF	DE=DF= 6 cm, FE = 8 cm	∠E = ----------	∠D = 84°, ∠F = --------
4.	Δ LMN	LM = MN = NL = 5 cm	∠L = ------------	∠M = ----------, ∠N = ----

प्र.3. नीचे दिये गये Δ XYZ में बराबर भुजाओं के नाम लिखिए। $\angle Y$ का माप कितना होगा?



प्र.4. नीचे दिये गये ΔABC में BC= 5 सेमी, $\angle C = 40^0$ एवं $\angle B = 50^0$ है,



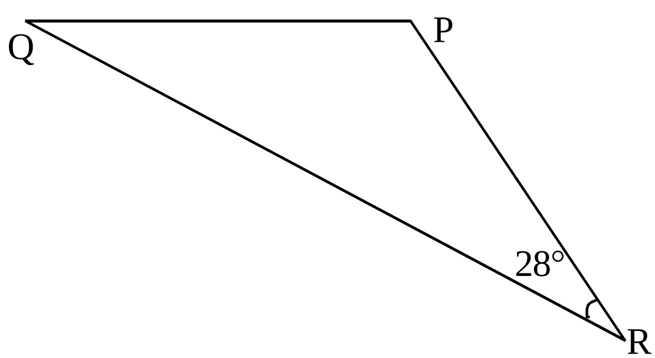
तो बताइए कि :–

(i) क्या AB= AC ? यदि नहीं तो क्यों?

(ii) AB और AC में कौनसी भुजा बड़ी है?

(iii) बड़ी भुजा छोटे कोण के सम्मुख है या बड़े कोण के?

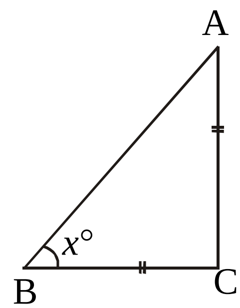
प्र.5. यदि ΔPQR में PQ=PR और $\angle R = 28°$ हो तो त्रिभुज के शेष कोणों को ज्ञात कीजिए।



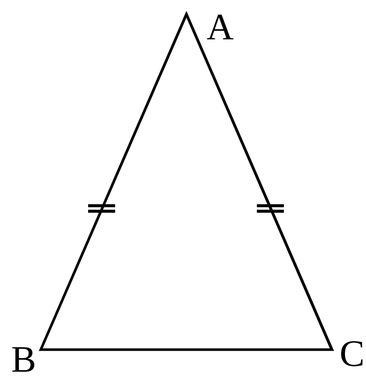
प्र.6. किसी त्रिभुज की दो भुजाएँ बराबर माप की हैं। यदि उनका एक सम्मुख कोण $30°$ हो तो शेष अन्य कोणों की माप ज्ञात कीजिए।

प्र.7. किसी समद्विबाहु त्रिभुज का शीर्ष कोण $70°$ का है। समान भुजाओं के सम्मुख कोण ज्ञात कीजिए।

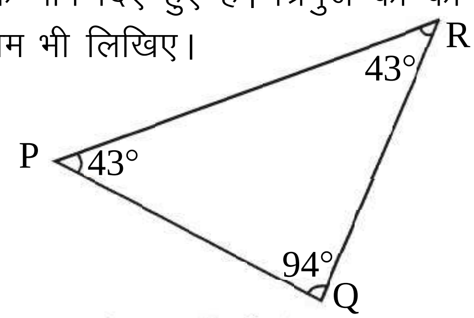
प्र.8. ΔABC एक समकोण त्रिभुज है जिसमें $\angle C = 90°$ और $CA=CB$ है। x का मान ज्ञात कीजिए।



प्र.9. निम्नांकित चित्र में $AB=AC$ यदि $\angle B$ का माप $\angle A$ के माप का दो गुना है तो सभी कोणों के माप ज्ञात कीजिए।



प्र.10. निम्नांकित चित्र में ΔPQR के तीनों कोणों के माप दिए हुए हैं। त्रिभुज की कौनसी दो भुजाएँ बराबर होगी? सबसे बड़ी भुजा का नाम भी लिखिए।



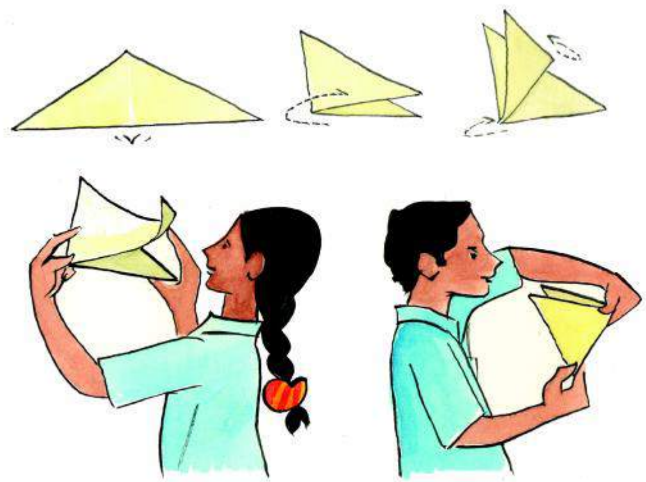
प्र.11. किसी त्रिभुज के कोणों में $2:3:4$ का अनुपात है। त्रिभुज के तीनों कोणों की माप ज्ञात कीजिए।

त्रिभुज की माध्यिकाएँ (Medians of Triangle)

कागज का एक त्रिभुज काटिए। त्रिभुज के तीन शीर्षों में से कोई भी दो शीर्ष को एक दूसरे के ऊपर रखकर कागज़ को मोड़ दीजिए। इस प्रकार त्रिभुज की एक भुजा को आपने दो समान भागों में मोड़ दिया है। भुजा जहाँ से मुड़ी है, वहां एक निशान लगा दीजिए।

5NF1LH

इसी प्रकार त्रिभुज की दूसरी भुजा के दोनों शीर्षों को मिलाकर कागज़ को मोड़िए और भुजा के मध्य बिन्दु पर निशान लगाइए, ठीक इसी तरह से तीसरी भुजा को भी मोड़कर मध्य बिन्दु प्राप्त कीजिए। अब तीनों भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को उनके सम्मुख शीर्ष से मिलाइए। त्रिभुज में तीनों रेखाएं एक ही बिन्दु से होकर जाती है? जाँच कीजिए कि त्रिभुजों में सभी भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को उनके सम्मुख शीर्ष से मिलाने पर तीनों रेखाएं एक दूसरे को एक ही बिन्दु पर काटती हैं।



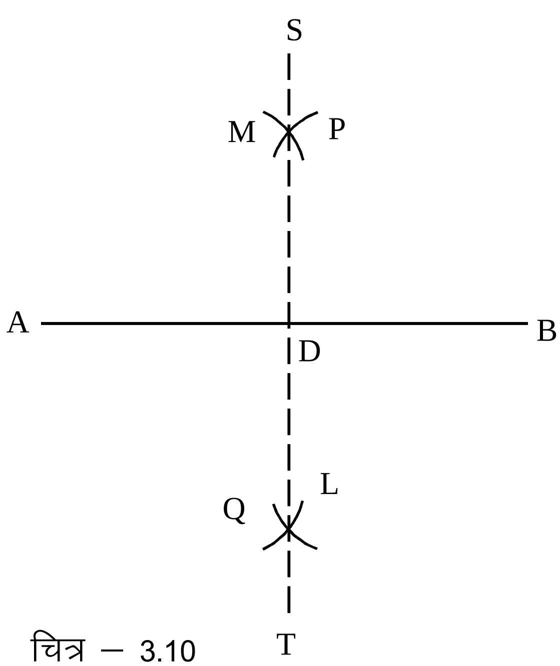
चित्र 3.9

त्रिभुज के अन्दर खींची गई ऐसी सरल रेखाएं जो किसी भुजा के मध्य बिन्दु से सम्मुख शीर्ष को मिलाती है, त्रिभुज की माध्यिका कहलाती है।

कागज़ का त्रिभुज काटकर तथा उसे मोड़कर तो आपने भुजाओं का मध्य बिन्दु प्राप्त कर लिया था परन्तु आप अपनी कॉपी में त्रिभुज खींचकर उसकी प्रत्येक भुजा का मध्य बिन्दु कैसे प्राप्त करेंगे?

कक्षा VI में आपने किसी रेखाखण्ड का लम्ब समद्विभाजक रेखा खींचना सीख लिया है। क्या आप एक रेखाखण्ड AB का मध्य बिन्दु प्राप्त कर सकते हैं? आइए देखें :–

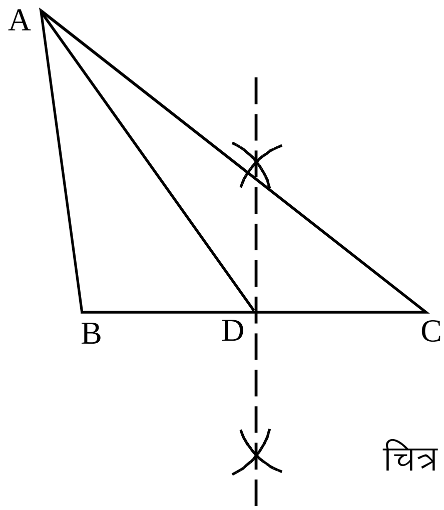
क्रियाकलाप 2.



चित्र – 3.10

सर्वप्रथम हम दिए गए रेखाखंड AB की माप के आधे से अधिक माप के बराबर परकार को फैलाकर तथा बिन्दु A पर परकार को रखकर AB के ऊपर और नीचे की ओर एक ही माप का वृत्तखण्ड या चाप खीचते हैं जिन्हें चित्र क्रमांक 3.10 में L और M से दर्शाया गया है। पुनः बिन्दु B पर परकार को रखकर उसी माप का चाप AB के ऊपर व नीचे खीचते हैं जिन्हें क्रमशः P और Q से दर्शाया गया है। अब वृत्तखण्डों के कटान बिन्दुओं को मिलाते हुए समद्विभाजक रेखा ST प्राप्त करते हैं जो रेखाखंड AB को बिन्दु D पर प्रतिच्छेद करती है। D, AB का मध्य बिन्दु है। इसी प्रकार त्रिभुज की भुजाओं का मध्य बिन्दु प्राप्त किया जा सकता है।

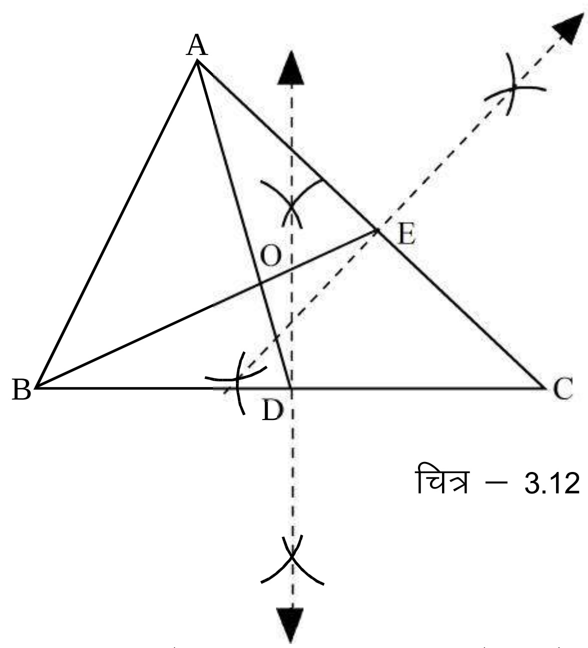
संलग्न चित्र – 3.11 में एक त्रिभुज ABC दिया गया है। जिसकी भुजा BC का मध्य बिन्दु D है। शीर्ष A को सम्मुख भुजा के मध्य बिन्दु D से मिलाया गया है। रेखाखंड AD त्रिभुज ABC की एक माध्यिका है।



चित्र – 3.11

इस प्रकार त्रिभुज के तीनों शीर्षों को उनकी सम्मुख भुजा के मध्य बिन्दु से मिलाकर तीन माध्यिकाएँ प्राप्त कीजिए।

AC तथा BC के मध्य बिन्दु क्रमशः E और D है। इन मध्य बिन्दुओं को उनके सम्मुख शीर्षों से मिलाकर दो माध्यिकाऐं BE एवं AD खींची गई है जो एक–दूसरे को बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करती हैं। अब आप शीर्ष C को प्रतिच्छेद बिन्दु O से मिलाते हुए रेखाखण्ड BA तक बढ़ाइए और पता लगाइए कि प्राप्त रेखाखंड जिस बिन्दु पर AB को मिलती है, वह भुजा AB का मध्य बिन्दु है या नहीं? तो क्या प्राप्त रेखाखण्ड त्रिभुज की तीसरी माध्यिका है?



चित्र – 3.12

आप पायेंगे कि त्रिभुज की तीनों माध्यिकाएँ एक ही बिन्दु से होकर गुजरती हैं अर्थात **''त्रिभुज की तीनों माध्यिकाएं संगामी होती है।'' माध्यिकाओं के संगमन बिन्दु को त्रिभुज का केन्द्रक (centroid) कहते हैं।** ΔABC का केन्द्रक O है।

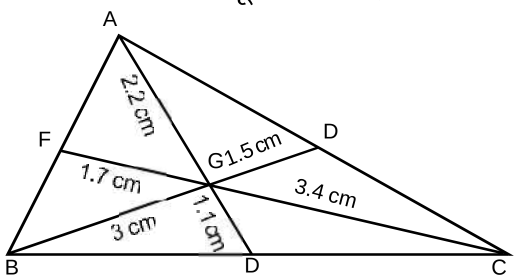
अब अपनी कॉपी में कोई तीन त्रिभुज बनाकर उनकी माध्यिकाएं खींचिए एवं केन्द्रक प्राप्त कीजिए।

आपने देखा होगा कि आप जब किसी त्रिभुज की कोई दो माध्यिकाएं खींच लेते है तो जिस बिन्दु पर दोनों माध्यिकाएं आपस में काटती हैं उसी बिन्दु से तीसरी माध्यिका भी गुज़रती हैं। तो क्या हम कह सकते हैं कि त्रिभुज का केन्द्रक पता करने के लिये हमें दो माध्यिकाओं की ही ज़रूरत होती है?

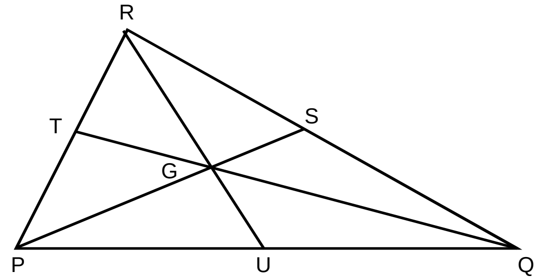
आइए त्रिभुज की माध्यिकाओं के बारे में कुछ और जानकारी प्राप्त करें।

क्रियाकलाप 3

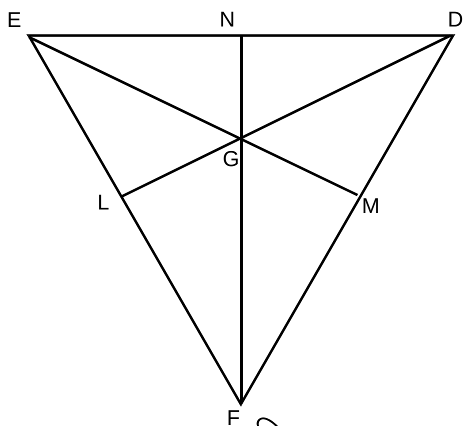
नीचे कुछ त्रिभुज दिये गये हैं जिनकी माध्यिकाएं खींची गई हैं। आप निर्देशानुसार सारणी में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :–



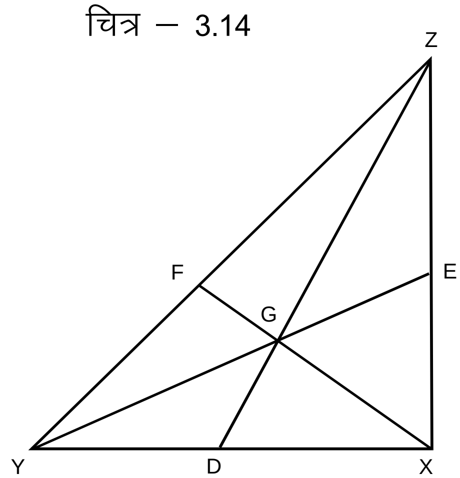
चित्र – 3.13



चित्र – 3.14



चित्र – 3.15



चित्र – 3.16

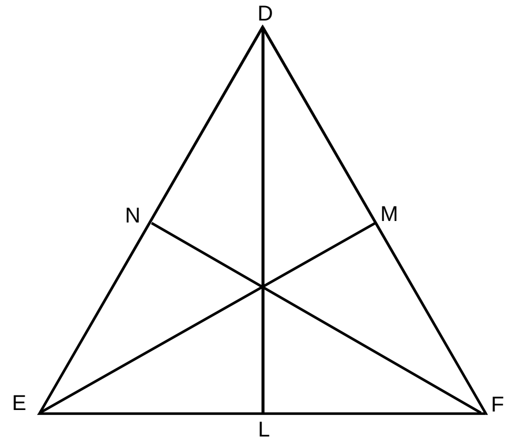
सारणी 2

चि.स.	∆का नाम	शीर्ष से केन्द्रक G की दूरी	केन्द्रक G से सम्मुख भुजा के मध्य बिन्दु की दूरी	अनुपात
3.13	∆ ABC	AG = 2.2 cm	GD = 1.1 cm	AG = GD 2 : 1
		BG = 3 cm	GE = 1.5 cm	BG = GE 2 : 1
		CG = 3.4 cm	GF = 1.7 cm	CG = GF 2 : 1
3.14	∆ PQR	PG = ---------------	GS = ---------------	PG :GS = --------------------
		QG = ---------------	GT = ---------------	QG :GT = --------------------
		RG = ---------------	GU = ---------------	RG :GU = --------------------
3.15	∆ DEF	DG = ---------------	GL = ---------------	DG :GL = --------------------
		EG = ---------------	GM = ---------------	EG :GM = --------------------
		FG = ---------------	GN = ---------------	FG :GN = --------------------
3.16	∆ XYZ	XG = ---------------	GF = ---------------	XG :GF = --------------------
		YG = ---------------	GE = ---------------	YG :GE = --------------------
		ZG = ---------------	GD = ---------------	ZG :GD = ----------------

उपरोक्त सारणी देखकर बताइए कि किसी त्रिभुज की प्रत्येक माध्यिका के लिए शीर्ष से केन्द्रक की दूरी और केन्द्रक से सम्मुख भुजा के मध्य बिन्दु की दूरी में अनुपात क्या है? क्या अनुपात प्रत्येक त्रिभुज में एक समान रहता है?

आप पायेंगे कि प्रत्येक त्रिभुज में यह **अनुपात 2 : 1** प्राप्त होता है। आप भी अपनी कॉपी पर विभिन्न माप के त्रिभुज बनाकर उनकी माध्यिकाएँ खींचिए और जांच कीजिए कि **क्या केन्द्रक सभी माध्यिकाओं को 2 : 1 अनुपात में विभाजित करता हैं?**

आइए अब एक समबाहु त्रिभुज DEF पर विचार करें जिसकी माध्यिकाएँ क्रमशः DL, EM और FN हैं। आप इनकी माध्यिकाओं को नापकर देखिए कि इनमें क्या सम्बन्ध है? समबाहु त्रिभुज की भुजाओं एवं उस पर खींचे गये माध्यिकाओं के बीच बने कोणों को भी नापिए। क्या इन कोणों में कोई समानता है?



चित्र – 3.17

आप पायेंगे कि **समबाहु त्रिभुज की माध्यिकाएँ आपस में बराबर होती हैं और प्रत्येक माध्यिका सम्बन्धित भुजा पर लम्ब होती है।**

अब आप एक समद्विबाहु त्रिभुज बनाकर समान भुजाओं पर माध्यिकाएँ खींचिए। जांच कीजिए कि क्या दोनों माध्यिकाओं में कोई सम्बन्ध है? यदि हाँ तो उसे लिखिए।

किसी रेखाखण्ड पर दिये गये बिन्दु से लम्ब खींचना

किसी रेखाखण्ड़ पर दिये गए बिन्दु से लम्ब खींचने की दो स्थितियां हो सकती है –

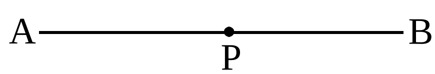
(i) जब बिन्दु रेखाखण्ड पर स्थित हो, या

(ii) जब बिन्दु रेखाखण्ड के बाहर स्थित हो।

पहली स्थिति : जब बिन्दु रेखाखण्ड पर स्थित है।

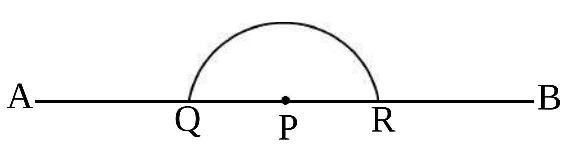
रचना के पद :

(i) सर्वप्रथम एक रेखाखण्ड AB खींचिए जिस पर बिन्दु P चिन्हित कीजिए।



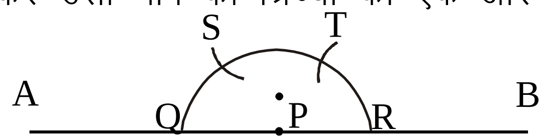
चित्र – 3.18

(ii) बिन्दु P पर परकार की नोक रखिए तथा किसी भी नाप की त्रिज्या लेकर रेखाखण्ड AB पर चाप काटिए जो कि रेखाखण्ड AB को दो बिन्दुओं Q तथा R पर काटता है।



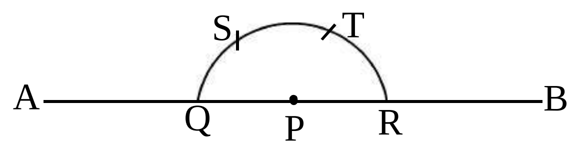
चित्र – 3.19

(iii) अब R पर परकार रखिए और उसी माप की त्रिज्या का चाप 'T' अर्द्धवृत्त पर खींचिए। पुनः 'T' पर परकार रखकर उसी माप की त्रिज्या का एक और चाप 'S' उसी अर्द्धवृत्त पर खींचिए।



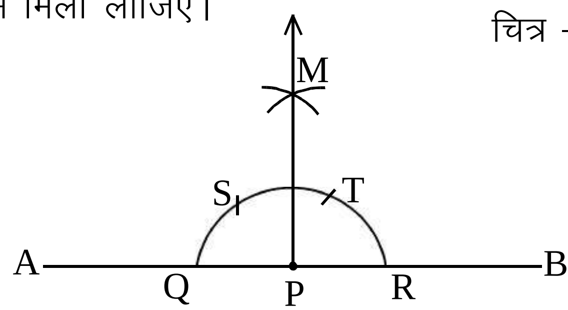
चित्र – 3.20

(iv) पुनः बिन्दुओं S व T पर परकार को रखकर उसी माप के दो चाप ऊपर की ओर खींचिए जो कि आपस में बिन्दु M पर काटते हैं।



चित्र – 3.21

(v) बिन्दु M को P से मिला लीजिए।



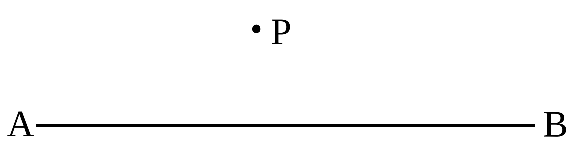
चित्र – 3.22

प्राप्त रेखाखण्ड PM ही अभीष्ट लम्ब रेखा है। अर्थात् $PM \perp AB$

दूसरी स्थिति : जब बिन्दु रेखाखण्ड के बाहर स्थित है।

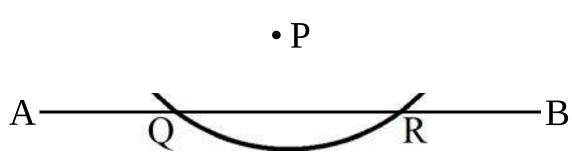
रचना के पद :

(i) सर्वप्रथम रेखाखण्ड AB खींचिए जिसके बाहर बिन्दु P चिन्हित कीजिए।



चित्र – 3.23

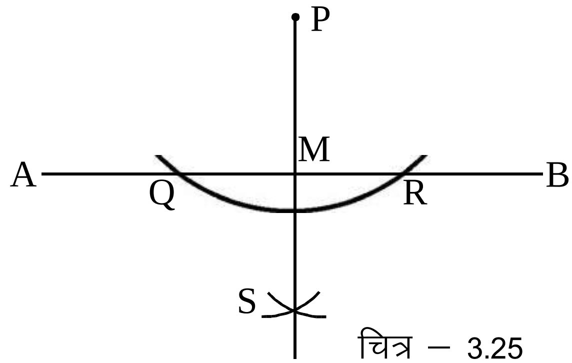
(ii) अब बिन्दु P पर परकार की नोक रखिए तथा उतनी त्रिज्या की माप रखिए जिससे जो चाप बने वह रेखाखण्ड को दो बिन्दुओं Q व R पर काटे।



चित्र – 3.24

(iii) अब क्रमशः बिन्दु Q तथा R पर परकार रखते हुए दो चाप नीचे की ओर खींचिए जो कि आपस में बिन्दु S पर काटें।

(iv) बिन्दु S को P से मिलाइए। रेखाखण्ड PS, AB को M पर काटता है।



चित्र – 3.25

अतः प्राप्त रेखाखण्ड PM ही अभीष्ट लम्ब रेखा है। अर्थात् $PM \perp AB$

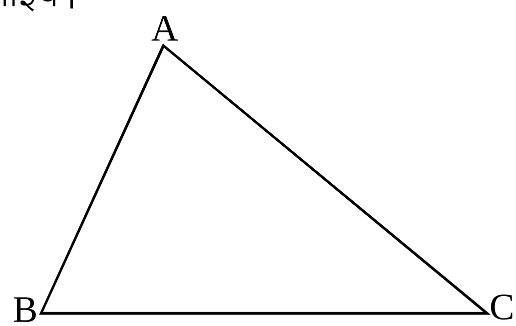
त्रिभुज के शीर्ष लम्ब

अभी हमने एक बिन्दु जो कि रेखाखण्ड पर स्थित है, और दूसरा जो कि बाहर स्थित है, से लम्ब खींचना सीखा है। इसी प्रकार हम आसानी से किसी त्रिभुज के शीर्ष से सम्मुख भुजा पर भी लम्ब खींच सकते है।

5NNWN5

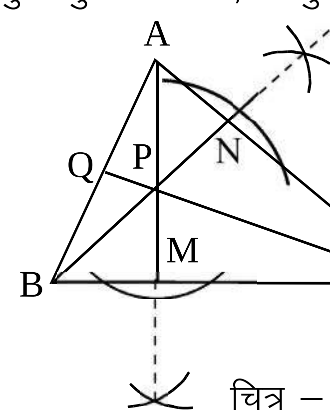
त्रिभुज के लम्ब केन्द्र की रचना के चरण :

(i) एक त्रिभुज ABC बनाइये।



चित्र – 3.26

(ii) प्रत्येक शीर्ष से सम्मुख भुजा पर हमें लम्ब खींचना है। ऊपर दर्शाई गई प्रक्रिया के अनुसार बिन्दु A से उसकी सम्मुख भुजा BC पर, बिन्दु B से उसकी सम्मुख भुजा AC पर लम्ब खींचिए।



चित्र – 3.27

(iii) AM व BN के प्रतिच्छेद बिन्दु P को C से मिलाइए तथा CP को आगे बढ़ाने पर यह

AB को Q पर काटता है।

$\angle AQC$ को मापिए।

आप देखेंगे कि $\angle AQC = 90^\circ$ अर्थात् $CQ \perp AB$

इस प्रकार CQ तीसरा शीर्ष लम्ब है तथा **तीनों शीर्षलम्ब संगामी** है।

इसी प्रकार कुछ और त्रिभुज बनाकर जांच कीजिए कि क्या प्रत्येक त्रिभुज के शीर्षलम्ब संगामी होते है।

त्रिभुज के शीर्षलम्बों के संगमन बिन्दु को त्रिभुज का लम्बकेन्द्र कहते हैं।

आपने देखा होगा कि आप जब किसी त्रिभुज के कोई दो शीर्षलम्ब खींच लेते हैं तो जिस बिन्दु पर दोनों शीर्ष लम्ब आपस में काटते है उसी बिन्दु से तीसरा शीर्ष लम्ब भी गुजरता है। तो क्या हम कह सकते हैं कि त्रिभुज का लम्ब केन्द्र पता करने के लिए दो शीर्ष लम्ब की ही जरूरत होती है?

क्रियाकलाप 4.

आप एक अधिक कोण त्रिभुज तथा विषमबाहु त्रिभुज अपनी कॉपी में बनाइये और ऊपर दर्शाये गये तरीके से दोनों त्रिभुजों के प्रत्येक शीर्ष से उनकी सम्मुख भुजाओं पर लम्ब खींचिए। अब आप एक समकोण त्रिभुज पर भी यही प्रक्रिया अपनाइये। आप किस परिणाम पर पहुँचे, लिखिए।

प्रश्नावली 3.2

5NXSPS

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए –
   - (i) त्रिभुज की माध्यिका वह रेखाखण्ड है, जो उसके किसी शीर्ष को सम्मुख भुजा के ———————— से मिलाती है।
   - (ii) त्रिभुज का शीर्षलम्ब वह रेखाखण्ड है, जो उसके किसी शीर्ष से सम्मुख भुजा पर ———————— हो।
   - (iii) त्रिभुज की माध्यिकाएँ ———————— होती है।
   - (iv) त्रिभुज की माध्यिकाओं के प्रतिच्छेदन बिन्दु को ——————— कहते हैं।
   - (v) त्रिभुज के शीर्षलम्बों के प्रतिच्छेदन बिन्दु को ——————— कहते हैं।
   - (vi) त्रिभुज का केन्द्रक माध्यिका को ————————अनुपात में विभाजित करता है।
2. अपनी कॉपी में दो त्रिभुज बनाकर केन्द्रक ज्ञात कीजिए।
3. समकोण त्रिभुज बनाकर उसका लम्ब केन्द्र ज्ञात कीजिए।
4. आप एक त्रिभुज बनाइए। तीनों माध्यिकाओं की रचना कीजिए। क्या तीनों माध्यिकाएं संगामी हैं।

हमने सीखा

1. त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा के सम्मुख कोण का माप सबसे बड़ा होता है तथा सबसे छोटी भुजा के सम्मुख कोण का माप सबसे छोटा होता है।
2. त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओ को उनके सम्मुख शीर्षों से मिलाने पर मध्यिकायें प्राप्त होती है तथा सभी मध्यिकाये एक दूसरे को केन्द्रक पर 2:1 के अनुपात में काटती है।
3. त्रिभुज के शीर्ष बिन्दु से सम्मुख भुजा पर खींचा गया लम्ब शीर्ष लम्ब कहलाता है तथा त्रिभुज के सभी शीर्ष लम्ब संगामी होते हैं।

❖❖❖