



अध्याय पाँच

कोष्ठकों का प्रयोग (Use of Brackets)

कोष्ठक क्यों ?

राधा 80 रु. लेकर बाजार गई। उसने 15 रु. का पेन एवं 23 रु. का कम्पास बॉक्स खरीदा। उसने कुल $15 + 23 = 38$ रु. खर्च किये। अब राधा के पास $80 - 38 = 42$ रु. शेष बचे। यदि आपको यह हिसाब लिखना है, तो कैसे लिखेंगे? अपनी-अपनी कॉपियों में लिखिए।

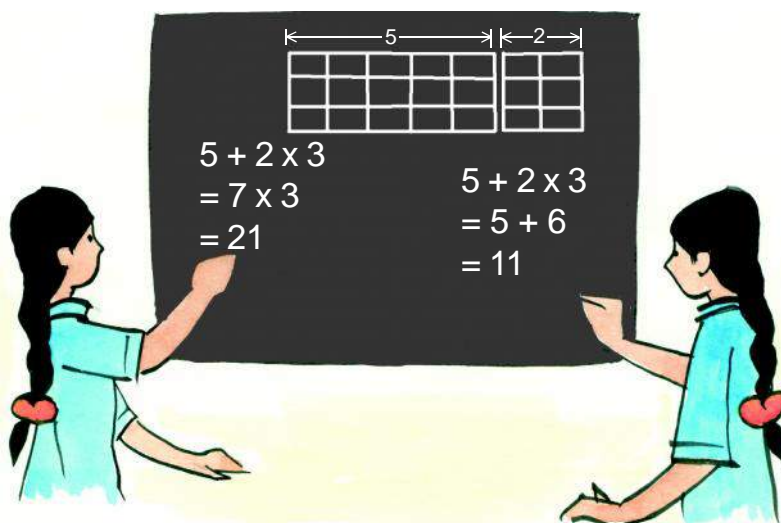
आकांक्षा ने हिसाब कुछ इस प्रकार लिखा—

$$80 - 15 - 23 = 42 \text{ रु.}$$

उत्तर ठीक प्राप्त हुआ किन्तु जूली ने पूछा कि तुमने तो 80 रु. में से 15 रु. और 23 रु. दोनों को घटा दिया। हमें 15 रु. और 23 रुपये के योगफल को 80 रु. में से घटाना था। इसे कैसे लिखेंगे? क्या आपके पास जूली के सवाल का जवाब है?

आइए, एक और समस्या पर विचार करें—

मान लीजिए किसी आयत की लम्बाई 5 इकाई एवं चौड़ाई 3 इकाई है, तो आयत का क्षेत्रफल $= 5 \times 3 = 15$ वर्ग इकाई होगा। अब यदि उसकी लम्बाई 2 इकाई ओर बढ़ा दी जाए और चौड़ाई में कोई परिवर्तन नहीं किया जाए तो अब क्षेत्रफल किस प्रकार ज्ञात करेंगे।



चित्र-5.1

सभी छात्रों ने लम्बाई $5+2$ और चौड़ाई 3 लेकर हल किया तथा इस प्रश्न का हल निम्नांकित दो तरीके से प्राप्त हुआ —

प्रथम तरीका

$$5 + 2 \times 3 = 7 \times 3 = 21 \text{ वर्ग इकाई}$$

द्वितीय तरीका

$$5 + 2 \times 3 = 5 + 6 = 11 \text{ वर्ग इकाई}$$

एक प्रश्न के दो उत्तर प्राप्त होने का कारण सोचिए और अपनी-अपनी कॉपी में लिखिए। पहले तरीके में, 5 में 2 को जोड़ा गया है तथा प्राप्त योगफल को 3 से गुणा किया गया है।

दूसरे तरीके में, 2 में 3 का गुणा किया गया है तथा प्राप्त गुणनफल में 5 जोड़ा गया है।

यहाँ दो अंकों के समूह का चुनाव अलग-अलग करने पर हल भी अलग-अलग प्राप्त होता है। अतः जब प्रश्न में एक साथ एक से अधिक संक्रिया (योग, घटाना, भाग एवं गुणा) दी गई हो, तो उसे हल करने के लिए हमें कोष्ठकों की आवश्यकता होती है।

चूँकि यहाँ लम्बाई में वृद्धि हुई है तथा चौड़ाई अपरिवर्तित है।

$$\text{अतः क्षेत्रफल} = (5+2) \times 3 = 7 \times 3 = 21 \text{ वर्ग इकाई}$$

जूली को अपने सवाल का उत्तर मिल गया। वास्तव में कोष्ठक दो या दो से अधिक संक्रियाओं (Operations) को समूह में दर्शाने का एक तरीका है। आइए, कुछ उदाहरण देखें—

$$80 - (23 + 15) = 80 - 38 = 42$$

$$(80-23) + 15 = 57 + 15 = 72$$

$$(5 + 2) \times 3 = 7 \times 3 = 21$$

$$5 + (2 \times 3) = 5 + 6 = 11$$

उदाहरण 1. निम्न कथन में कोष्ठक का प्रयोग कर लिखिए। “पाँच और तीन के योग को सात से गुणा कीजिए।”

हल यहाँ पहले पाँच और तीन का योग करना है उसमें 7 का गुणा करना है।

$$\text{अतः} (5 + 3) \times 7 = 8 \times 7 = 56$$

उदाहरण 2. 28 और 15 के अंतर को 12 और 4 के योग से भाग दीजिए।

हल यहाँ 28 और 15 का पहले अंतर निकाल कर आगे 12 और 4 के योगफल से भाग देना है।

$$\text{अतः} (28-15) \div (12+ 4)$$

उदाहरण 3. $\frac{7}{9}$ और $\frac{3}{5}$ के योग के दुगने में $\frac{4}{11}$ जोड़िये।

$$\text{हल} \quad \left(\frac{7}{9} + \frac{3}{5}\right) \times 2 + \frac{4}{11}$$

$$\text{या } 2 \times \left(\frac{7}{9} + \frac{3}{5}\right) + \frac{4}{11} \quad (\text{क्रम विनिमय नियम से})$$

प्रश्नावली 5.1

- निम्न कथनों को कोष्ठक का प्रयोग करके लिखिए।
 - दस और दो के अंतर को तीस से भाग दिया जावे।
 - बारह और पाँच के अंतर का 27 से गुणा किया जावे।

- (iii) 4.5 एवं 2.3 के योग में 3.8 का भाग दिया जावे।
- (iv) $\frac{8}{27}$ में $\frac{2}{3}$ एवं $\frac{7}{15}$ के योगफल का भाग दिया जावे।
2. निम्न कथनों को कोष्ठक का प्रयोग कर के लिखिए।
- (i) 15 और 27 के योग में 8 तथा 6 के अन्तर का गुणा किया जावे।
- (ii) 37 एवं 28 के गुणा में, 11 में 29 के भाग का योग किया जावे।
- (iii) 8.45 तथा 6.75 के अंतर में 3.2 एवं 2.4 के योग का गुणा किया जावे।
- (iv) पांच और ग्यारह के योगफल के दुगुने में से आठ और तीन के अंतर को घटाया जावे।
- (v) $\frac{4}{27}$ एवं $\frac{5}{9}$ के योग में $\frac{7}{8}$ का भाग दिया जावे।
- (vi) 5 एवं 10 का योग, 7 एवं 3 का अंतर तथा 8 एवं 25 के गुणा का आपस में योग किया जावे।

आइए, कुछ उदाहरण और देखें।

उदाहरण 4. $2(5 + 3)$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल

$$\begin{aligned} 2(5 + 3) &= 2(8) \\ &= 2 \times 8 \\ &= 16 \end{aligned}$$

पूर्व में इस तरह के प्रश्नों को हम हल कर चुके हैं। यहाँ 2 का 8 से गुणा किया गया है।

अतः यदि कोष्ठक एवं कोष्ठक के बाहर की संख्या के बीच कोई चिन्ह न हो तो कोष्ठक के बाहर की संख्या का कोष्ठक के अंदर की संख्याओं से गुणा करते हैं।

उदाहरण 5. $a - (b - c)$ का मान ज्ञात कीजिए

हल

$$a - (b - c) = a - b + c$$

उदाहरण 6. $p - (q + r - s)$ का मान बताइये।

हल

$$p - (q + r - s) = p - q - r + s$$

यदि कोष्ठक के पहले घटाने की संक्रिया (-) हो, तो कोष्ठक के अंदर की धनात्मक संख्या को ऋणात्मक संख्या में तथा ऋणात्मक संख्या को धनात्मक संख्या में बदल कर लिखते हैं। यदि कोष्ठक से पहले धन संक्रिया हो तो हल करते समय कोष्ठक के अंदर वाली संख्याओं में क्या परिवर्तन होगा ? सोचिए।

निम्नांकित प्रश्नों में कोष्ठक हटाकर बॉक्स में उचित चिन्हों को भरिये जिससे कथन सही हो जाये-

(i) $13 - (7 - 5) = 13 \square 7 \square 5$

(ii) $8 + (10 - 6) = 8 \square 10 \square 6$

(iii) $20 - (8 - 5 - 1) = 20 \square 8 \square 5 \square 1$

(iv) $(ax - by) - (cz + d) = ax \square by \square cz \square d$

(v) $0.75 + (0.25 - 0.30 + 0.05) = 0.75 \square 0.25 \square 0.30 \square 0.05$

उदाहरण 7. सरल कीजिए

$$a + 2(2a - 3b)$$

हल $a + 2(2a - 3b) = a + 4a - 6b$ (कोष्ठक हल करने पर)
 $= 5a - 6b$

उदाहरण 8. सरल कीजिए

$$3x - 4y - (2x - 3y)$$

हल $3x - 4y - (2x - 3y) = 3x - 4y - 2x + 3y$
 $= 3x - 2x - 4y + 3y$
 $= x - y$

प्रश्नावली 5.2

निम्नलिखित को सरल कीजिए

1. $2a + 4(a + 5b)$
2. $(3a - 4b) - 2b$
3. $(4x + 3) - (2x + 3)$
4. $2(5x + 3 - 4x + 2)$
5. $30 - 15(4x - 2y)$
6. $4.5 + 2.5(3.5 + 8.5)$
7. $12.8 - 3.2(4 - 2.8)$
8. $8a + 3(5a + 6b - 3)$
9. $\frac{3}{4} + \frac{11}{19} \left(\frac{6}{11} + \frac{7}{22} \right)$

कभी कभी हमें ऐसे भी प्रश्न हल करने को मिलते हैं जिनमें एक साथ विभिन्न संक्रियाओं (योग, घटाना, गुणा एवं भाग) को हल करना होता है। आइए, निम्नांकित उदाहरण को देखें।

उदाहरण 9. $15 - 4 \times 3 + 16 \div 8$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल $15 - 4 \times 3 + 16 \div 8 = 15 - 4 \times 3 + 2$ (भाग संक्रिया)
 $= 15 - 12 + 2$ (गुणन संक्रिया)
 $= 3 + 2$ (घटाना संक्रिया)
 $= 5$ (योग संक्रिया)

अनु ने सुरेश से कहा "मेरी उम्र मेरे पिता की उम्र की $\frac{1}{3}$ है। जिसका अर्थ यह है कि मेरे पिता की उम्र 39 वर्ष है और मेरी उम्र 39 का $\frac{1}{3}$ अर्थात् 13 वर्ष है। अर्थात् "का" का उपयोग हम गुणा के लिए करते हैं। क्या तुम "का" को लेकर कोई उदाहरण दे सकते हो।"

सुरेश ने कहा "क्यों नहीं हमारी कक्षा में लड़कों की संख्या लड़कियों की संख्या का दुगना है। यदि लड़कियों की संख्या 24 है तो लड़कों की संख्या 24 का दुगना अर्थात् $24 \times 2 = 48$ है।"

अनु और सुरेश द्वारा दिये गये उदाहरणों के जैसे कुछ और उदाहरणों पर विचार करें

उदाहरण 10. आकांक्षा के पुस्तक में 120 पृष्ठ हैं, प्रतिदिन वह अपनी पुस्तक का $\frac{1}{5}$ पढ़ती है। एक दिन में वह कितने पेज पढ़ती है।

हल यहां 120 पेज का $\frac{1}{5}$ भाग ज्ञात करना है।

$$\begin{aligned}\therefore 120 \text{ पेज का } \frac{1}{5} &= 120 \times \frac{1}{5} \\ &= 24 \text{ पृष्ठ}\end{aligned}$$

अतः वह प्रतिदिन 24 पृष्ठ पढ़ती है।

इस प्रकार "का" का वास्तविक अर्थ गुणा (X) से है।

उदाहरण 11. एक कमरे की लम्बाई 10 मी. है, यदि चौड़ाई लम्बाई का $\frac{3}{5}$ भाग हो, तो चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

हल कमरे की चौड़ाई = कमरे की लम्बाई की $\frac{3}{5}$

$$= 10 \text{ का } \frac{3}{5}$$

$$= 10 \times \frac{3}{5}$$

$$= 6 \text{ मी.}$$

उदाहरण 12. किसी शाला में लड़कों की संख्या 200 एवं लड़कियों की संख्या 150 है, यदि शिक्षकों की संख्या छात्रों की संख्या का $\frac{1}{25}$ भाग है, तो शाला में कितने शिक्षक हैं।

हल शिक्षकों की संख्या = (लड़कों की संख्या + लड़कियों की संख्या) का $\frac{1}{25}$

$$= (200 + 150) \text{ का } \frac{1}{25}$$

$$= 350 \text{ का } \frac{1}{25}$$

$$= \frac{350}{25} = 14$$

अतः शिक्षकों की संख्या = 14

उदाहरण 13. $5 + 6$ का $3 \div 9 + 8 - 2 \times 3$

हल: $5 + 18 \div 9 + 8 - 2 \times 3$ ("का" का अर्थ \times से है $\therefore 6$ का $3 = 6 \times 3 = 18$)

$$= 5 + 2 + 8 - 2 \times 3$$

(भाग संक्रिया)

$$= 5 + 2 + 8 - 6$$

(गुणन संक्रिया)

$$= 15 - 6$$

(योग संक्रिया)

$$= 9$$

(घटाना संक्रिया)

उपरोक्त उदाहरणों से स्पष्ट है कि विभिन्न संक्रियाओं को हल करते समय—

- (1) सबसे पहले "का" को हल करते हैं।
- (2) फिर भाग संक्रिया को हल करते हैं।
- (3) फिर गुणा संक्रिया को हल करते हैं।
- (4) अंत में योग एवं घटाना संक्रिया को पूर्ण करते हैं।

जब व्यंजक में कोष्ठक एवं गणितीय संक्रियाएँ साथ-साथ दी गई हों, तो प्रश्न को हल करने के लिए क्रम संक्षिप्त में "BODMAS" या "कोकाभागुयोघ" द्वारा याद रख सकते हैं।

जहाँ	B	=	Bracket (कोष्ठक)	=	को
	O	=	of (का)	=	का
	D	=	Divison (भाग)	=	भा
	M	=	Multiplication (गुणा)	=	गु
	A	=	Addition (योग)	=	यो
	S	=	Subtraction (घटाना)	=	घ



कोष्ठक के प्रकार

अभी तक हमने एक ही प्रकार के कोष्ठक () का उपयोग किया है पर कभी-कभी एक से अधिक प्रकार के कोष्ठकों के उपयोग करने की आवश्यकता होती है। सामान्यतया प्रयोग में आने वाले कोष्ठक एवं उनके संकेत निम्न है—

	कोष्ठक के प्रकार	संकेत
1.	रेखा कोष्ठक या सरल कोष्ठक "Bar"	" — "
2.	छोटा कोष्ठक या साधारण कोष्ठक (Parentheses)	"()"
3.	मंझला कोष्ठक या सर्पाकार कोष्ठक या धनु कोष्ठक {Curly Brackets or Braces}	"{ }"
4.	बड़ा कोष्ठक या वर्ग कोष्ठक [Bracket]	"[]"

गणित की मान्यताओं के आधार पर यदि प्रश्नों में एक साथ एक से अधिक कोष्ठकों का प्रयोग हो तो कोष्ठकों को निम्नांकित क्रम में हल करते हैं—

सर्वप्रथम् रेखा कोष्ठक	" — "
उसके बाद छोटा कोष्ठक	"()"
उसके बाद मंझला कोष्ठक	"{ }"
उसके बाद बड़ा कोष्ठक	"[]"

उदाहरण 14. हल कीजिए—

$$7 - \{13 - 2(4 + \overline{4 - 2})\}$$

हल

$$7 - \{13 - 2(4 + \overline{4 - 2})\}$$

$$= 7 - \{13 - 2(4 + 2)\}$$

(रेखा कोष्ठक हल करने पर)

$$\begin{aligned}
 &= 7 - \{13 - 2 \times 6\} && \text{(छोटा कोष्ठक हल करने पर)} \\
 &= 7 - \{13 - 12\} \\
 &= 7 - 1 = 6
 \end{aligned}$$

उदाहरण 15. हल कीजिए-

$$\begin{aligned}
 &5x - [2x - 4 + \{7x - 3(3 + 2x)\}] \\
 \text{हल} \quad &5x - [2x - 4 + \{7x - 3(3 + 2x)\}] && \text{(छोटा कोष्ठक हल करने पर)} \\
 &= 5x - [2x - 4 + \{7x - 9 - 6x\}] \\
 &= 5x - [2x - 4 + \{7x - 6x - 9\}] \\
 &= 5x - [2x - 4 + \{x - 9\}] \\
 &= 5x - [2x - 4 + x - 9] && \text{(सर्पाकार कोष्ठक हल करने पर)} \\
 &= 5x - [3x - 13] \\
 &= 5x - 3x + 13 && \text{(बड़ा कोष्ठक हल करने पर)} \\
 &= 2x + 13
 \end{aligned}$$

उदाहरण 16. हल कीजिए-

$$\begin{aligned}
 &\frac{3}{4} + \left\{ \frac{1}{2} - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) \right\} \\
 \text{हल} \quad &\frac{3}{4} + \left\{ \frac{1}{2} - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) \right\} \\
 &= \frac{3}{4} + \left\{ \frac{1}{2} - \left(\frac{2-1}{3} \right) \right\} \\
 &= \frac{3}{4} + \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right\} \\
 &= \frac{3}{4} + \left\{ \frac{3-2}{6} \right\} \\
 &= \frac{3}{4} + \frac{1}{6} \\
 &= \frac{9+2}{12} = \frac{11}{12}
 \end{aligned}$$

उदाहरण 17. हल कीजिए-

$$\begin{aligned}
 &3.4 + \{4.6 - (1.5 + 0.6)\} \\
 \text{हल} \quad &3.4 + \{4.6 - (1.5 + 0.6)\} \\
 &= 3.4 + \{4.6 - 2.1\} \\
 &= 3.4 + 2.5 \\
 &= 5.9
 \end{aligned}$$

उदाहरण 18. सरल कीजिए : $5a + \{3b - (2a - 4b)\}$

$$\begin{aligned}
 \text{हल :} \quad & 5a + \{3b - (2a - 4b)\} \\
 & = 5a + \{3b - 2a + 4b\} \\
 & = 5a + \{3b + 4b - 2a\} \quad (\text{सजातीय पदों को एक साथ रखने पर}) \\
 & = 5a + \{7b - 2a\} \\
 & = 5a + 7b - 2a \\
 & = 5a - 2a + 7b \\
 & = 3a + 7b
 \end{aligned}$$

उदाहरण 19 सरल कीजिए : $5x^2 - \{3x + (3x^2 - 2x)\}$

$$\begin{aligned}
 \text{हल :} \quad & 5x^2 - \{3x + (3x^2 - 2x)\} \\
 & = 5x^2 - \{3x + 3x^2 - 2x\} \\
 & = 5x^2 - \{3x - 2x + 3x^2\} \quad (\text{सजातीय पदों को एक साथ रखने पर}) \\
 & = 5x^2 - \{x + 3x^2\} \\
 & = 5x^2 - x - 3x^2 \\
 & = 5x^2 - 3x^2 - x \\
 & = 2x^2 - x
 \end{aligned}$$

कभी-कभी गुणा के प्रश्नों को हल करने के लिए कोष्ठक का प्रयोग सुविधाजनक होता है।

उदाहरण 20. मान ज्ञात कीजिए : 88×95

$$\begin{aligned}
 \text{हल :} \quad & 88 \times 95 \\
 & = 88 \times (100 - 5) \\
 & = 88 \times 100 - 88 \times 5 \quad (\text{वितरण नियम से}) \\
 & = 8800 - 440 \\
 & = 8360
 \end{aligned}$$

प्रश्न हल करने में वितरण नियम का उपयोग किया गया है।

उदाहरण 21. मान ज्ञात कीजिए : 23.5×9.9

$$\begin{aligned}
 \text{हल :} \quad & 23.5 \times 9.9 \\
 & = 23.5(10 - 0.1) \\
 & = 23.5 \times 10 - 23.5 \times 0.1 \\
 & = 235 - 2.35 \\
 & = 232.65
 \end{aligned}$$



प्रश्नावली 5.3

प्र.1 निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए-

(i) $(4+6)$ का $\frac{1}{5}$

(ii) $(-13) + 6 \div (7 - 4)$

(iii) $20 - (5 \times 3)$

(iv) $15 - (2 \text{ का } 2) + 4$

(v) $16 \div (6-5)$

(vi) $(-20) \times (-2) + (-14) \div 7$

(vii) $15 + (-3)$ का $(-4) - 6$

प्र.2 सरल कीजिए-

(i) $3x - [4x + \{x + (5x - 3x)\}]$

(ii) $2 - [2 - \{2 - (2 - \overline{2 - 2})\}]$

(iii) $36 \div (8 - \overline{4 + 2})$

(iv) $(19-6) [19 + \{15+8-3\}]$

(v) $3a^2 + \{5a^2 - (2a + 2a^2)\}$

(vi) $5\frac{3}{4} \div 4\frac{3}{5} + 2\frac{1}{2}$

(vii) $4a + [2a - \{3b + (3a - 2b)\}]$

प्र.3 नीचे दिए गए कथनों में से सत्य कथन को छांटिए

(i) $18 - 3 \times 5 = 75$

(ii) $5 \times 4 + 2 = 22$

(iii) $4 - 2 - 2 = 0$

(iv) $18 \div \frac{1}{6} \div 3 = 1$

प्र.4 वितरण नियम का प्रयोग करके सरल कीजिए -

1. 347×101

2. 429×98

3. 5.8×1.5

4. 48×0.9

प्र.5. अंकित के पास 50 रुपये हैं। जरूरत पड़ने पर विनीता को अपने रुपये का $\frac{7}{10}$ भाग देती है, तो वह विनीता को कितने रुपये दिये।

प्र.6. मयंक 20 रुपये और पंकज 30 रुपये लेकर मेला देखने गये, वे एक साथ मिलकर दोनों की कुल राशि $\frac{2}{5}$ भाग मेले में खर्च किये तथा लौटते समय 10 रुपये प्रदर्शनी में खर्च किये तो उनका कुल खर्च कितना हुआ।

प्र.7 पूजा को उसके पिता से 60 रु., मां से 40 रु. और भाई से 20 रु. मिले। वह बाजार से 15 रु. का पेन खरीद कर लाई। शेष राशि को उसने 5 सहेलियों में बराबर बांट दिया तो बताइए कि प्रत्येक सहेली को कितने रुपये मिले। कोष्ठक का प्रयोग करके हल कीजिए।

हमने सीखा

1. कोष्ठक का उपयोग दो या दो से अधिक संक्रियाओं को समूह में दर्शाने के लिए किया जाता है।
2. यदि एक साथ 'का' के साथ चारों संक्रियाएं दी गईं हो तो सबसे पहले "का" उसके बाद भाग तत्पश्चात् गुणा एवं सबसे अंत में योग या घटाने की क्रिया करते हैं।
3. सामान्यतया 4 प्रकार के कोष्ठक प्रयोग में आते हैं जिसका सरलीकरण "-", (), { } एवं [] के क्रम में किया जाता है।
4. जिन कोष्ठकों में गणितीय संक्रियाएं साथ-साथ होती हैं उन्हें सरल करने के लिए BODMAS (कोकाभागुयोघ) का क्रम याद रखते हैं।
5. संक्रिया "का" का अर्थ गुणा होता है।

