

अध्याय-11

चतुर्भुज की रचना

CONSTRUCTION OF QUADRILATERAL



कमला, दिये गये मापों के आधार पर त्रिभुज की रचना करना जान चुकी है।

वह चतुर्भुज के बारे में भी जानती है, उसके मन में चतुर्भुज की रचना करने की इच्छा हुई।

वह सोचने लगी कि क्या चार भुजाएं ज्ञात होने पर चतुर्भुज बनाया जा सकता है?

कमला झाड़ू की चार सींकें क्रमशः 3 सेमी, 4 सेमी, 5 सेमी और 13 सेमी लम्बाई माप की लेकर चतुर्भुज बनाने की कोशिश कर रही है, लेकिन चतुर्भुज नहीं बना पा रही है। क्या आप इन सींकों को चतुर्भुज का आकार दे सकते हैं?

यदि चतुर्भुज नहीं बन सकता तो क्यों? कारण सोचिए।

अब आप भी चतुर्भुज की भुजाओं के लिए कोई भी चार माप सोचिए तथा सोचे गए मापों के समान माप की चार सींकें लीजिए तथा सींकों से चतुर्भुज बनाइए।

नीचे कुछ बच्चों द्वारा सोचे गए माप एवं निष्कर्ष लिखे गए हैं इनके आगे आपके द्वारा सोची गई मापों को लिखिए तथा निष्कर्ष निकालिए।

सारणी 11.1

क्र.सं.	नाम	भुजाओं की माप (सेमी. में)				निष्कर्ष
		पहली	दूसरी	तीसरी	चौथी	
1.	मयंक	3	4	5	6	चतुर्भुज बनता है
2.	नीरज	3	3	4	10	चतुर्भुज नहीं बनता है
3.	नम्रता	2	4	5	7	चतुर्भुज बनता है
4.	रजिया	3	5	6	15	चतुर्भुज नहीं बनता है
5.	गुरप्रीत	4	6	7	8	चतुर्भुज बनता है
6.	-----	-----	-----	-----	-----	-----

तालिका को ध्यान पूर्वक देखिए और सोचिए कि नीरज एवं रजिया के मापों से चतुर्भुज क्यों नहीं बन रहे हैं।

चतुर्भुज बनने की शर्तें

चतुर्भुज की रचना तभी संभव है, जब इनकी तीन भुजाओं का योग चौथी (सबसे बड़ी) भुजा से अधिक हो।

हमीदा ने पाया कि भुजाओं के मध्य झुकाव में परिवर्तन करने पर चतुर्भुज की आकृति बदल रही है और ऐसे बहुत से चतुर्भुज बन सकते हैं।

तब तो चतुर्भुज की चार भुजाएं ज्ञात होने पर भी एक विशिष्ट चतुर्भुज नहीं बनाया जा सकता। ऐसा क्यों?

आइये, इसे एक क्रियाकलाप की सहायता से समझते हैं :—



क्रियाकलाप 1.

चार उपयुक्त लम्बाइयों की लकड़ी की पट्टियाँ लीजिए, इन्हें पिन की सहायता से जोड़कर चतुर्भुज बना लीजिए।

अब इन चतुर्भुज के आमने सामने के कोनों को दबाइये। क्या कोनों को दबाने से चतुर्भुज की आकृति बदल रही है?

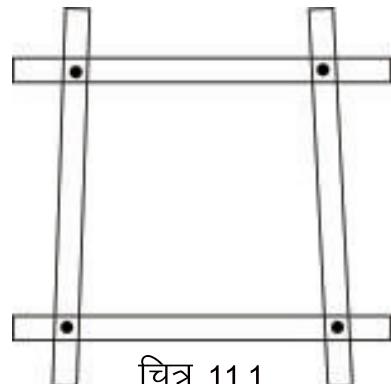
इस प्रकार आप देख रहे हैं कि इन्हीं चार भुजाओं से अनेक चतुर्भुज बन रहे हैं। अब एक और पट्टी लीजिए और इसे दो समुख कोणों में लगाकर विकर्ण का रूप दीजिए।

अब चतुर्भुज की आकृति को बदलने का प्रयास कीजिए। क्या कोनों को दबाकर चतुर्भुज की आकृति बदली जा सकती है? आप पायेंगे कि विकर्ण लगा देने से चतुर्भुज की आकृति नहीं बदली जा सकती।

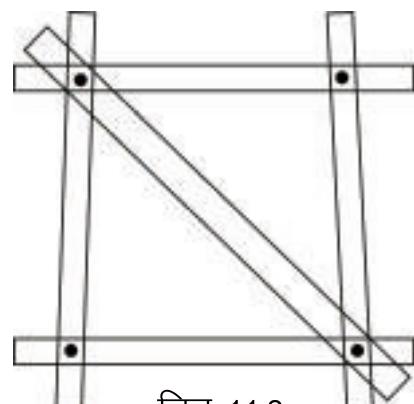
इस प्रकार चार भुजाएं और एक विकर्ण की सहायता से एक विशिष्ट चतुर्भुज बनाया जा सकता है।

अनु सोच रही थी कि चार भुजाओं से प्राप्त चतुर्भुज के कोनों को दबाने पर कई चतुर्भुजों की आकृतियाँ प्राप्त होती हैं। परन्तु यदि किसी कोण को स्थिर कर दिया जाए तो दो भुजाएँ स्थिर हो जाएंगी और चतुर्भुज भी एक ही प्राप्त होगा।

आइए, एक चतुर्भुज बनाने की कुछ और परिस्थितियों पर विचार करें।



चित्र 11.1



चित्र 11.2

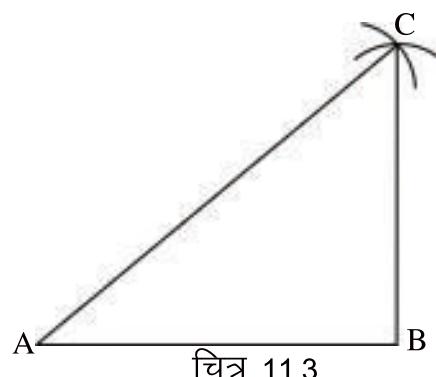


क्रियाकलाप 2.

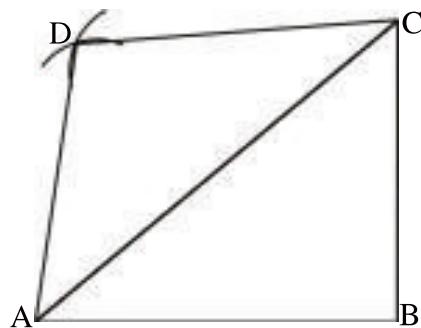
उपयुक्त माप वाले एक त्रिभुज की रचना करते हैं—

रचना के पश्चात् हमें त्रिभुज के तीन शीर्ष तो मिल जाते हैं। चूंकि चतुर्भुज में चार शीर्ष होते हैं, इसलिए इस त्रिभुज को चतुर्भुज का स्वरूप देने में एक और शीर्ष की जरूरत होगी। सोचिए कि एक और शीर्ष के लिए कितने मापों की आवश्यकता हो सकती हैं?

निश्चित रूप से चौथे शीर्ष के लिए दो मापों की आवश्यकता है।



चित्र 11.3



चित्र 11.4

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि चतुर्भुज की रचना के लिए कम से कम पाँच अवयव आवश्यक होते हैं।

हम यहाँ चतुर्भुज की रचना सम्बन्धी निम्न सरल स्थितियों पर अध्ययन करेंगे :

- I. यदि किसी चतुर्भुज की चार भुजाएं व एक विकर्ण दिया हो।
- II. यदि किसी चतुर्भुज की तीन भुजाएं व दो विकर्ण दिये हों।
- III. यदि किसी चतुर्भुज की चार भुजाएं व एक कोण दिया हो।
- IV. यदि किसी चतुर्भुज की तीन भुजाएं व दो अन्तःकोण दिये हों।
- V. यदि किसी चतुर्भुज की दो आसन्न भुजाएं व तीन कोण दिये हों।
- VI. विशेष प्रकार के चतुर्भुज की रचना।

हम चाप क्यों काटते हैं?

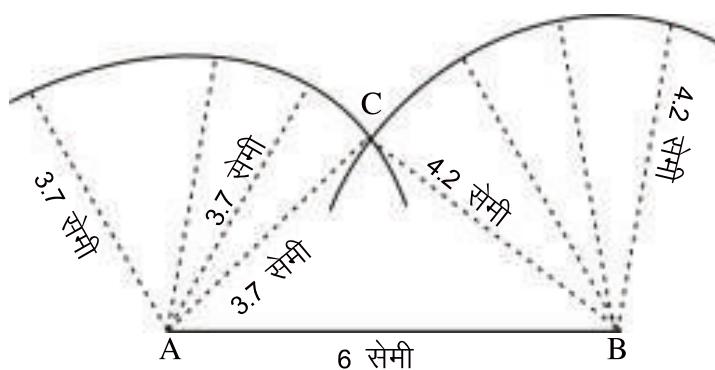


क्रियाकलाप 3.

6 सेमी लंबा एक रेखाखण्ड \overline{AB} खींचते हैं। अब हमें एक ऐसा बिन्दु C प्राप्त करना है जो A से 3.7 सेमी व B से 4.2 सेमी दूरी पर हो।

क्या आप स्केल की सहायता से ऐसे बिन्दु निश्चित कर पायेंगे?

आप पायेंगे कि स्केल की सहायता से एक निश्चित बिन्दु प्राप्त करना मुश्किल होगा।



चित्र 11.5

आइये A को केन्द्र मानकर 3.7 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचते हैं। (अब आप चाप के विभिन्न बिन्दुओं से बिन्दु A की दूरी नापिये, क्या ये बराबर हैं?)

चाप के प्रत्येक बिन्दु से A की दूरी बराबर है क्योंकि ये वृत्त की त्रिज्याएँ हैं और एक वृत्त की सभी त्रिज्याएँ बराबर होती हैं। इस प्रकार A से 3.7 सेमी की दूरी पर कई बिन्दु हो सकते हैं।

इसी प्रकार बिन्दु B को केन्द्र मान कर 4.2 सेमी त्रिज्या का एक अन्य चाप खींचते हैं। इस प्रकार दो बिन्दुओं से निश्चित दूरी पर एक बिन्दु का निर्धारण करना आसान होता है।

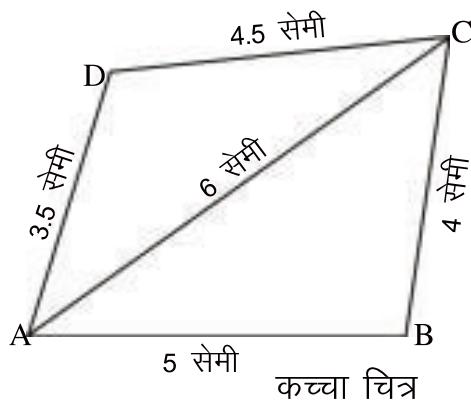
दोनों चापों का कटान बिन्दु C ही A से 3.7 सेमी व B से 4.2 सेमी दूरी पर है। इस प्रकार चाप काटकर दो बिन्दुओं से निश्चित दूरी पर एक बिन्दु का निर्धारण करना आसान होता है।

I. चतुर्भुज की रचना जबकि उसकी चारों भुजाएँ एवं एक विकर्ण दिया हो –

उदाहरण 1.

चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए, जिसमें AB = 5 सेमी, BC = 4 सेमी, CD = 4.5 सेमी, AD = 3.5 सेमी तथा AC = 6 सेमी।

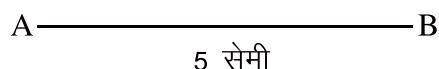
हल: सर्वप्रथम बिना नापे, दिये गये प्रश्न को ध्यान में रखते हुए कच्चा चित्र (Rough diagram) बनाते हैं और कौनसी भुजा किस लम्बाई की बनानी है सम्बन्धित भुजा के साथ लिख देते हैं।



चित्र 11.6

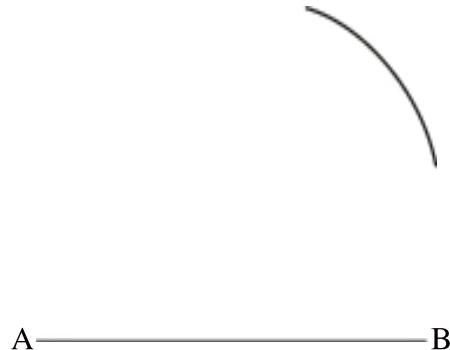
रचना के पद:

1. सर्वप्रथम AB = 5 सेमी का एक रेखाखण्ड खींचिए।



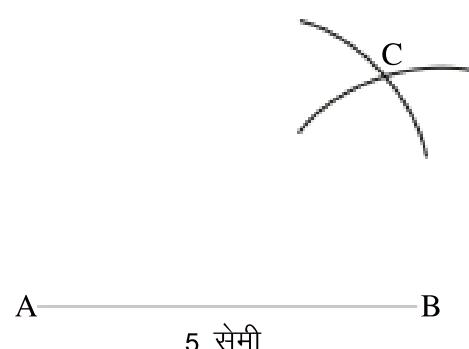
चित्र 11.7(i)

2. बिन्दु A को केन्द्र मानकर 6 सेमी त्रिज्या का चाप ऊपर की ओर काटिए।



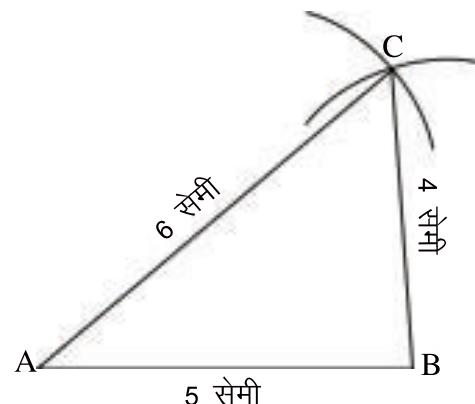
चित्र 11.7(ii)

3. अब बिन्दु B को केन्द्र मानकर 4 सेमी त्रिज्या का चाप, दूसरे चरण में बनाए गए चाप पर काटिए। इस प्रकार कटान बिन्दु C प्राप्त होगा।



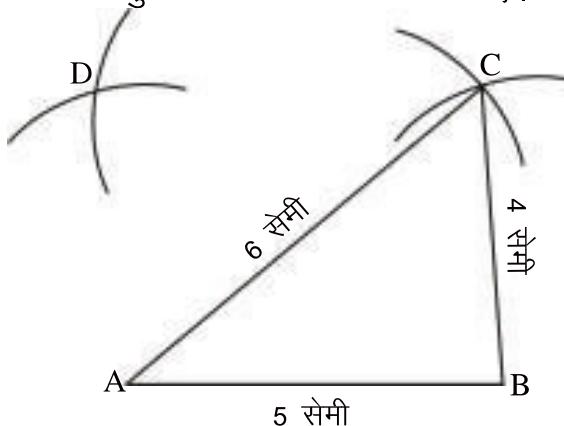
चित्र 11.7(iii)

4. बिन्दु A व बिन्दु B को बिन्दु C से स्केल (पटरी) की सहायता से मिलाइए।



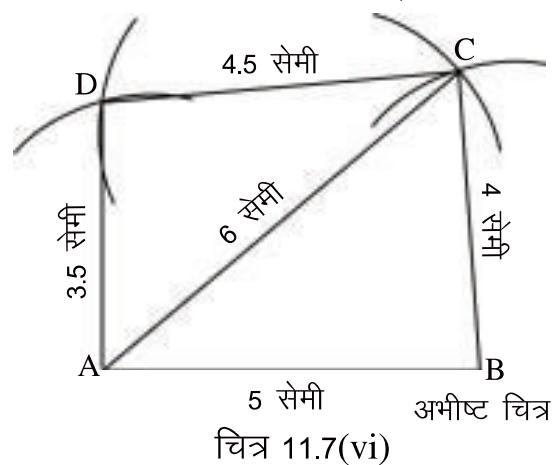
चित्र 11.7(iv)

5. अब बिन्दु A व बिन्दु C को केन्द्र मानकर परकार की सहायता से क्रमशः 3.5 सेमी व 4.5 सेमी का चाप काटिए। कटान बिन्दु को D से नामांकित कीजिए।



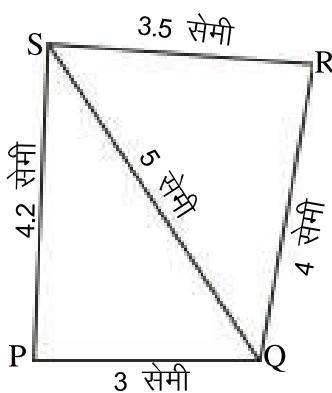
चित्र 11.7(v)

6. बिन्दु D को बिन्दु A व बिन्दु C से पटरी की सहायता से मिलाइए।

अभीष्ट चित्र
चित्र 11.7(vi)

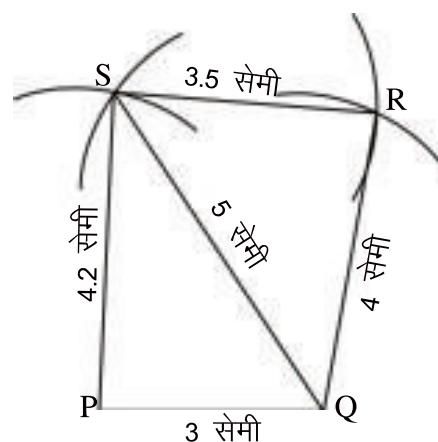
इस प्रकार अभीष्ट चतुर्भुज ABCD प्राप्त हुआ।

उदाहरण 2. चतुर्भुज PQRS की रचना कीजिए जिसमें $PQ = 3$ सेमी, $QR = 4$ सेमी, $RS = 3.5$ सेमी, $PS = 4.2$ सेमी और $QS = 5$ सेमी हो।



कच्चा चित्र

चित्र 11.8



अभीष्ट चित्र

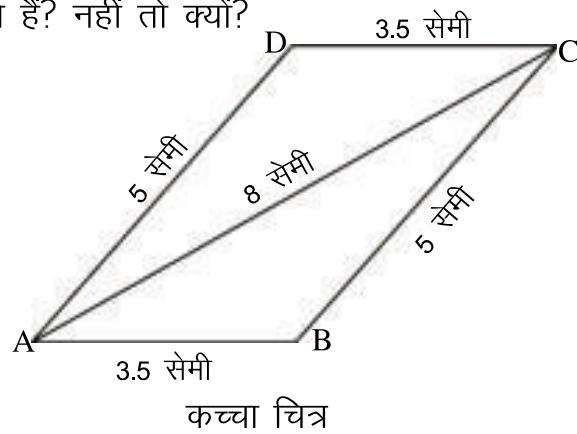
रचना के पद

- सर्वप्रथम $PQ = 3$ सेमी का रेखाखण्ड खींचिए।
- बिन्दु Q को केन्द्र मानकर 5 सेमी त्रिज्या का एक चाप काटिए।
- अब बिन्दु P को केन्द्र मानकर 4.2 सेमी त्रिज्या का चाप चरण 2 में बनाए गये चाप पर काटिए। जहाँ ये चाप काटते हैं, उसे S द्वारा नामांकित करते हैं।
- बिन्दु S को बिन्दु P तथा बिन्दु Q से पटरी की सहायता से मिलाइए।
- बिन्दु Q व बिन्दु S को केन्द्र मानकर परकार की सहायता से क्रमशः 4 सेमी व 3.5 सेमी त्रिज्या का चाप काटिए। जहाँ वे एक दूसरे को काटते हैं, उस बिन्दु को R से नामांकित कीजिए।
- बिन्दु R को बिन्दु S व बिन्दु Q से मिलाइए। इस प्रकार अभीष्ट चतुर्भुज $PQRS$ प्राप्त हुआ।

उदाहरण 3. समान्तर चतुर्भुज $ABCD$ की रचना कीजिए जिसमें $AB = 3.5$ सेमी, $BC = 5$ सेमी तथा विकर्ण $AC = 8$ सेमी।

हल:

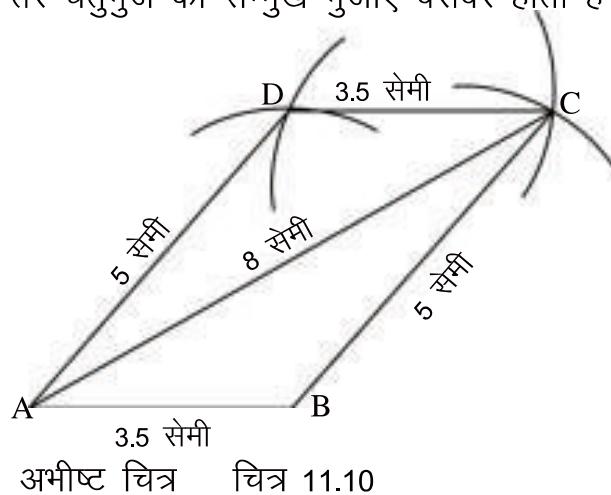
सर्वप्रथम दिए गए मापों को ध्यान में रखकर कच्चा चित्र बनाइए। क्या आप इन दिए गए मानों से समान्तर चतुर्भुज बना सकते हैं? नहीं तो क्यों?



कच्चा चित्र

चित्र 11.9

हम जानते हैं कि समान्तर चतुर्भुज की समुख भुजाएं बराबर होती हैं।



अभीष्ट चित्र

चित्र 11.10

रचना:

- सर्वप्रथम $AB = 3.5$ सेमी का एक रेखाखण्ड खींचिए।
- बिन्दु A से 8 सेमी त्रिज्या का चाप काटिए।
- बिन्दु B से 5 सेमी त्रिज्या का चाप चरण 2 के चाप पर काटिए। जहाँ ये चाप कटते हैं वह C बिन्दु है।
- बिन्दु C को बिन्दु A व बिन्दु B से पटरी की सहायता से मिलाइए।
- बिन्दु C व बिन्दु A से क्रमशः 5 सेमी व 3.5 सेमी का चाप काटिए, जहाँ ये चाप कटें, उसे D से नामांकित कीजिए।
- बिन्दु D को बिन्दु A व बिन्दु C से मिलाइए। इस प्रकार ABCD एक समान्तर चतुर्भुज प्राप्त हुआ।

अभ्यास 1

इन्हें भी बनाएं (यदि संभव हो तो) –

- एक समचतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए जिसमें $AB = 4$ सेमी तथा $AC = 7$ सेमी
- समान्तर चतुर्भुज PQRS की रचना कीजिए जिसमें $PQ = 6$ सेमी, $QR = 8$ सेमी तथा $PR = 10$ सेमी हो।

प्रश्नावली 11.1

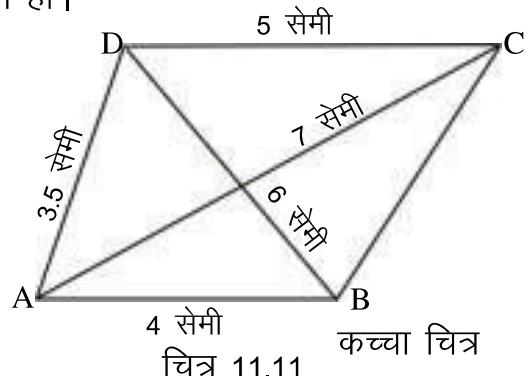
- चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए, जिसमें $AB = 4$ सेमी, $BC = 3.1$ सेमी, $CD = 3$ सेमी, $AD = 4.2$ सेमी और $AC = 5$ सेमी हो। विकर्ण BD को नापिए।
- चतुर्भुज PQRS की रचना कीजिए, जिसमें $PQ = 3$ सेमी, $QR = QS = 5$ सेमी, $PS = 4$ सेमी और $SR = 4$ सेमी हो। RP को नापिए।
- आयत MNOP की रचना कीजिए जिसमें $MN = 3$ सेमी, $NO = 4$ सेमी तथा $MO = 5$ सेमी हो।

II. चतुर्भुज की तीन भुजाएँ व दो विकर्ण दिये गये हों

उदाहरण 4. चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए, जिसमें $AB = 4$ सेमी, $AD = 3.5$ सेमी, $DC = 5$ सेमी, विकर्ण $AC = 7$ सेमी और $BD = 6$ सेमी हो।

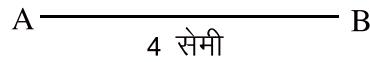
हल: प्रश्न को ध्यान में रखकर कच्चा चित्र बनाइए एवं

उसमें दिए गए मापों को सम्बन्धित भुजा के साथ लिखिए।



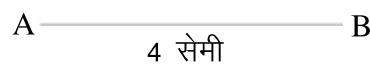
रचना:

- सर्वप्रथम $AB = 4$ सेमी का एक रेखाखण्ड खींचिए।



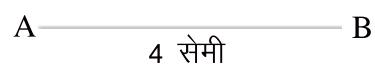
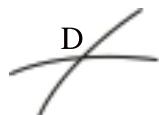
चित्र 11.12(i)

- बिन्दु B को केन्द्र मानकर 6 सेमी त्रिज्या का एक चाप काटिए।



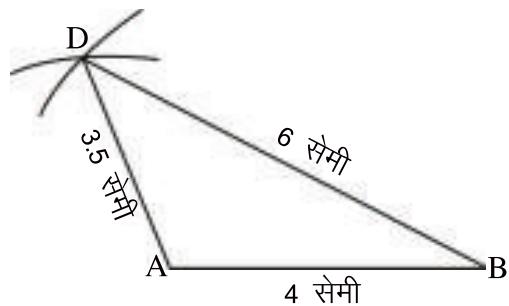
चित्र 11.12(ii)

- बिन्दु A को केन्द्र मानकर 3.5 सेमी का चाप चरण 2 में बनाए गए चाप पर काटिए। जहाँ ये दोनों चाप एक दूसरे को काटते हैं, उसे बिन्दु D से नामांकित कीजिए।



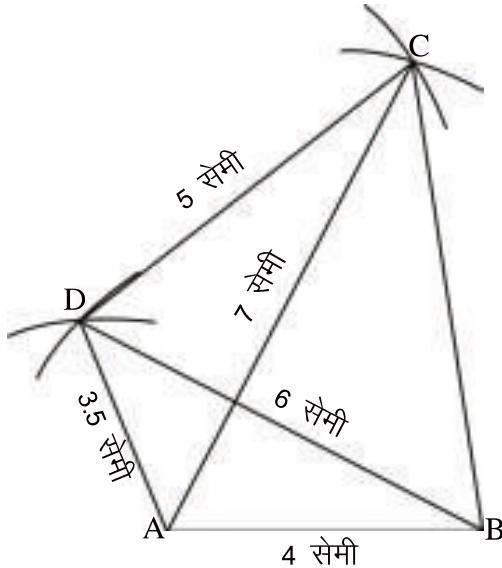
चित्र 11.12(iii)

- बिन्दु D को पटरी की सहायता से A व B से मिलाइए।



चित्र 11.12(iv)

5. बिन्दु D व बिन्दु A से परकार की सहायता से क्रमशः 5 सेमी व 7 सेमी का चाप काटिए। जहाँ ये दोनों चाप कटते हैं उसे बिन्दु C से नामांकित कीजिए। बिन्दु C को क्रमशः बिन्दु B, D व A से मिलाइए।



चित्र 11.12(v)

अभीष्ट चित्र

इस प्रकार अभीष्ट चतुर्भुज ABCD प्राप्त हुआ।

अभ्यास 2

इन्हें भी बनाएं

- आयत ABCD की रचना कीजिए जिसमें $AB = 5$ सेमी तथा $AC = 8$ सेमी।
(संकेत – आयत के विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।)

प्रश्नावली 11.2

- एक चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए जिसमें $AB = 4$ सेमी, $BC = 3$ सेमी, $AD = 3.5$ सेमी, विकर्ण $AC = 5$ सेमी और $BD = 4$ सेमी हो। CD भुजा को नापिए।
- चतुर्भुज PQRS बनाइए जिसमें $PQ = 4.2$ सेमी, $QR = 3.6$ सेमी, $PS = 4.5$ सेमी, विकर्ण $PR = 6$ सेमी तथा $QS = 5.7$ सेमी हो।
- चतुर्भुज ABCD बनाइए जिसमें $AB = 3.5$ सेमी, $BC = 3.1$ सेमी, $CD = 2.9$ सेमी, विकर्ण $AC = 4.9$ सेमी और $BD = 4.6$ सेमी हो।
- आयत PQRS की रचना कीजिए $PQ = 4.5$ सेमी तथा विकर्ण $PR = 6.5$ सेमी हो।

III. चतुर्भुज की रचना करना जब चार भुजाएँ व एक कोण दिया हो

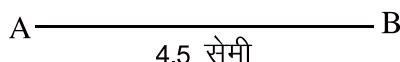
उदाहरण 5. चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए, जिसमें AB = 4.5 सेमी, BC = 3.5 सेमी, CD = 3.8 सेमी, AD = 4 सेमी और $\angle A = 57^\circ$ हो।

हल:

दिए गए प्रश्न को ध्यान में रखकर कच्चा चित्र बनाइए और सम्बन्धित भुजा के नीचे माप लिखिए।

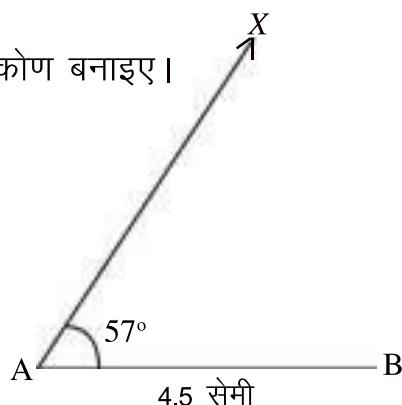
रचना:

1. AB = 4.5 सेमी का एक रेखाखण्ड खींचिए।



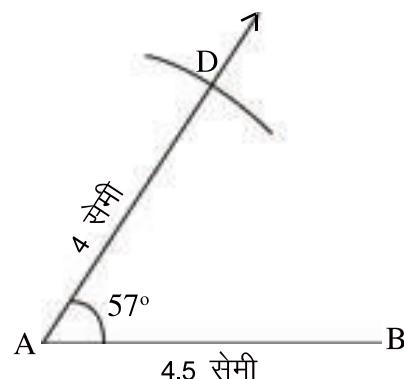
चित्र 11.14 (i)

2. बिन्दु A पर चाँदें की सहायता से $\angle BAX = 57^\circ$ का कोण बनाइए।



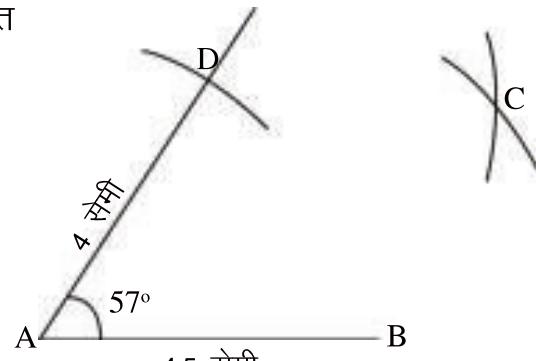
चित्र 11.14 (ii)

3. परकार की सहायता से 4 सेमी त्रिज्या का चाप लेकर बिन्दु A से किरण XA पर काटिए। जहाँ चाप कटता है उस बिन्दु को D नाम दीजिए।



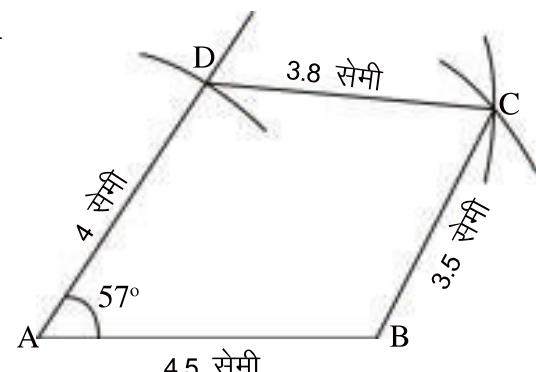
चित्र 11.14 (iii)

4. बिन्दु D तथा बिन्दु B से परकार की सहायता से क्रमशः 3.8 सेमी व 3.5 सेमी त्रिज्या के चाप काटिए। प्रतिच्छेद बिन्दु को C से नामांकित कीजिए।



चित्र 11.14 (iv)

5. बिन्दु C को बिन्दु B व बिन्दु D से पटरी की सहायता से मिलाइए।



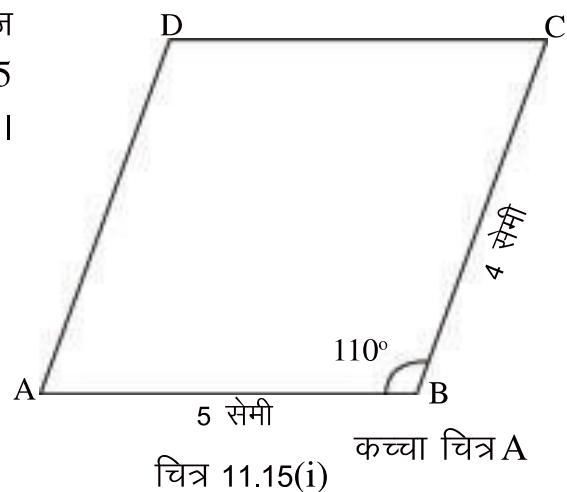
चित्र 11.14 (v)

अभीष्ट चित्र

इस प्रकार अभीष्ट चतुर्भुज ABCD प्राप्त हुआ।

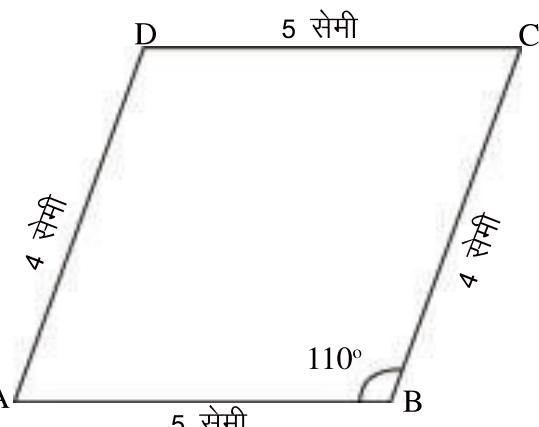
उदाहरण 6. एक समान्तर चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए जिसमें $AB = 5$ सेमी, $BC = 4$ सेमी तथा $\angle B = 110^\circ$ हो।

हल: प्रश्न को ध्यान में रखकर एक समान्तर चतुर्भुज ABCD का कच्चा चित्र बनाइये। जिसमें $AB = 5$ सेमी, $BC = 4$ सेमी तथा $\angle B = 110^\circ$ नामांकित कीजिए।

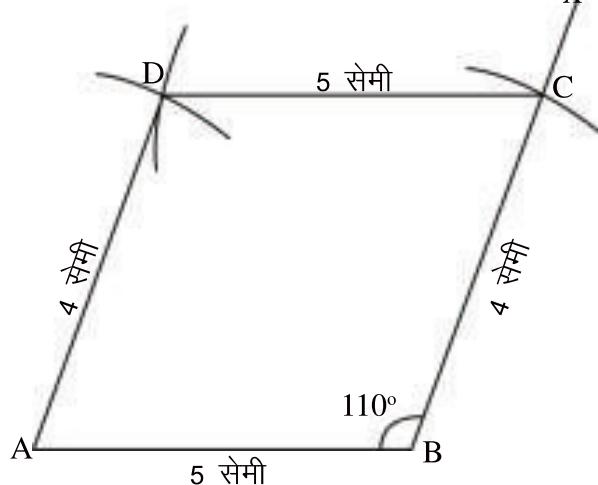
कच्चा चित्र A
चित्र 11.15(i)

यहाँ पर दो भुजा व एक कोण दिया है जबकि किसी भी चतुर्भुज को बनाने के लिए पाँच अवयवों की आवश्यकता होती है।

चूंकि समान्तर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएं बराबर होती हैं। इसलिए चार भुजाएं और एक कोण का मान हमें ज्ञात हो सकता है।



चित्र 11.15(ii) कच्चा चित्र B



चित्र 11.16

रचना के पदः

1. सर्वप्रथम $AB = 5$ सेमी का एक रेखाखण्ड खींचिए।
2. फिर बिन्दु B पर चाँदे की सहायता से $\angle ABX = 110^\circ$ का कोण बनाइए।
3. परकार से 4 सेमी त्रिज्या का चाप बिन्दु B से किरण BX पर काटिए। जिस बिन्दु पर चाप कटा उसे C बिन्दु से नामांकित कीजिए।
4. बिन्दु A व बिन्दु C से क्रमशः 4 सेमी व 5 सेमी त्रिज्या के चाप काटिए। जहाँ ये चाप कटें, उसे D बिन्दु से नामांकित कीजिए।
5. D को A व C से मिलाइए।

इस प्रकार $ABCD$ अभीष्ट समान्तर चतुर्भुज की रचना हुई।

अभ्यास 3

इन्हें भी बनाएं

1. समचतुर्भुज $ABCD$ की रचना कीजिए जिसमें $AB = 5$ सेमी तथा $\angle A = 70^\circ$ हो।
2. आयत $PQRS$ की रचना कीजिए जिसमें $PQ = 4$ सेमी तथा $QR = 3$ सेमी हो।
3. वर्ग $LMNO$ की रचना कीजिए जिसमें $LM = 2.8$ सेमी हो।

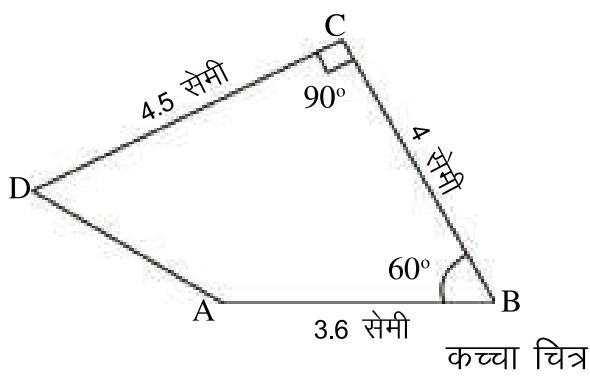
प्रश्नावली 11.3

- चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए जिसमें $AB = 5.4$ सेमी, $BC = 4.8$ सेमी, $CD = AD = 5$ सेमी और $\angle A = 120^\circ$ हो।
- चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए जिसमें $AB = 3$ सेमी, $BC = 4$ सेमी, $CD = 3.5$ सेमी, $DA = 4.2$ सेमी तथा $\angle A = 60^\circ$ हो।
- समान्तर चतुर्भुज PQRS की रचना कीजिए जिसमें $PQ = 5.4$ सेमी, $QR = 3.8$ सेमी, $\angle P = 75^\circ$ हो।
- समचतुर्भुज STUV की रचना कीजिए जिसमें $ST = 4$ सेमी एवं $\angle S = 60^\circ$ हो।

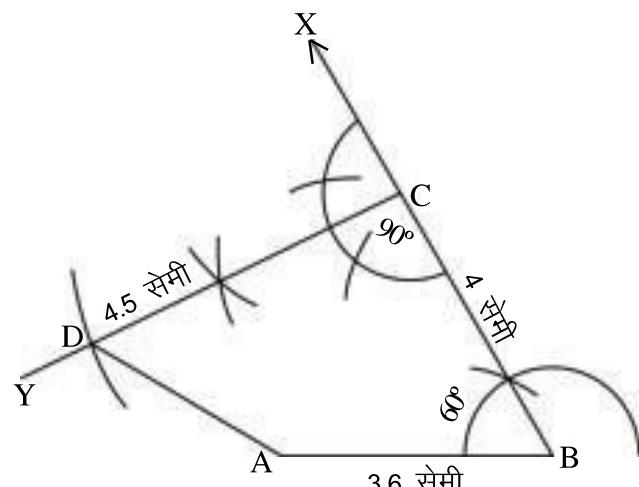
IV. चतुर्भुज की रचना जबकि तीन भुजाएँ एवं दो अन्तर्गत कोण दिए हो।

उदाहरण 7. चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए, जिसमें $AB = 3.6$ सेमी, $BC = 4$ सेमी, $CD = 4.5$ सेमी, $\angle B = 60^\circ$ व $\angle C = 90^\circ$ हो।

हल: प्रश्न को ध्यान में रखकर एक कच्चा चित्र बनाइए। इस पर भुजाएँ व कोण की दी गई जानकारी के अनुसार अंकित कीजिए।



चित्र 11.17



चित्र 11.18

रचना :

- सर्वप्रथम $AB = 3.6$ सेमी का एक रेखाखण्ड खींचिए।
- बिन्दु B पर परकार की सहायता से $\angle ABX = 60^\circ$ का कोण बनाइए।
- \overrightarrow{BX} पर बिन्दु B से 4 सेमी त्रिज्या का चाप काटिए। जहाँ ये चाप कटता है उसे C से नामांकित कीजिए।

4. बिन्दु C पर परकार की सहायता से $\angle BCY = 90^\circ$ का कोण बनाइए।
 5. बिन्दु C से 4.5 सेमी का चाप लेकर CY पर काटिए, जहाँ ये चाप कटता है उसे D से नामांकित कीजिए।
 6. D को A से मिलाइए।
- इस प्रकार ABCD अभीष्ट चतुर्भुज प्राप्त हुआ।

प्रश्नावली 11.4

1. एक चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए, जिसमें AB = 4.5 सेमी, BC = 3.5 सेमी, AD = 5 सेमी, $\angle A = 60^\circ$ और $\angle B = 110^\circ$ हो। भुजा CD को नापिये।
 2. चतुर्भुज PQRS की रचना कीजिए, जिसमें PQ = 3.5 सेमी, QR = 2.5 सेमी, RS = 4.1 सेमी, $\angle Q = 75^\circ$ और $\angle R = 120^\circ$ हो, भुजा PS को नापिये।
 3. एक चतुर्भुज EFGH की रचना कीजिए जिसमें EF = 3 सेमी, HE = 5 सेमी, FG = 7 सेमी, $\angle E = 90^\circ$ और $\angle H = 120^\circ$ हो, भुजा GH को नापिए।
- V. चतुर्भुज की रचना जबकि इसकी संलग्न दो भुजाएँ व तीन कोण दिये हों

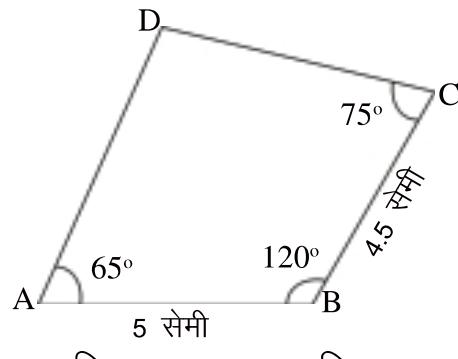
उदाहरण 8. चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए जिसमें

$AB = 5$ सेमी, $BC = 4.5$ सेमी, $\angle A = 65^\circ$, $\angle B = 120^\circ$ और $\angle C = 75^\circ$

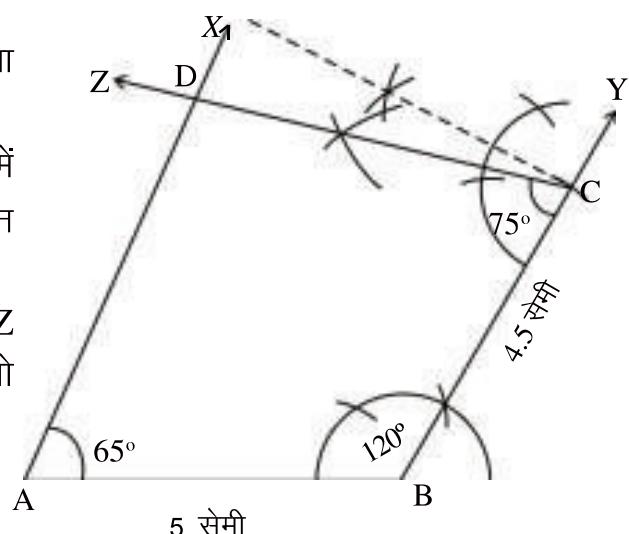
हल: प्रश्न में दी गई नाप के अनुसार कच्चा चित्र बनाइये। इस पर भुजाएँ व कोण, दी गई जानकारी के अनुसार लिखिए।

रचना के पद

1. सर्वप्रथम रेखाखण्ड $\overline{AB} = 5$ सेमी बनाते हैं।
2. बिन्दु A पर चौंदे की सहायता से $\angle BAX = 65^\circ$ बनाते हैं।
3. बिन्दु B पर परकार अथवा चौंदा की सहायता से $\angle ABY = 120^\circ$ बनाते हैं।
4. बिन्दु B को केन्द्र मानकर किरण \overrightarrow{BY} में 4.5 सेमी त्रिज्या का चाप काटते हैं। कटान बिन्दु C प्राप्त हुआ।
5. बिन्दु C पर परकार की सहायता से $\angle BCZ = 75^\circ$ बनाते हुये किरण CZ खींचते हैं जो किरण AX को बिन्दु D पर काटती है।



चित्र 11.19 कच्चा चित्र



चित्र 12.20

इस प्रकार प्राप्त चतुर्भुज ABCD वांछित चतुर्भुज है।

उदाहरण 9. चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए जिसमें $AB = 4$ सेमी, $BC = 3.6$ सेमी, $\angle A = 60^\circ$, $\angle C = 90^\circ$ और $\angle D = 100^\circ$

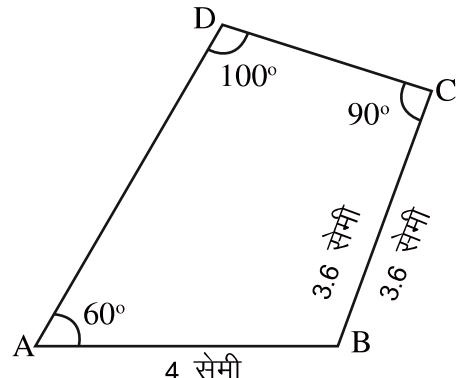
हल: सर्वप्रथम कच्चा चित्र बनाकर प्रश्न में दिए गए नाप को सम्बन्धित भुजा व कोण पर लिखिए।

कच्चा चित्र से स्पष्ट है कि जब तक हमें $\angle B$ का मान ज्ञात न हो, केवल दो संलग्न भुजाओं से ही चतुर्भुज ABCD की रचना असंभव है।

हम जानते हैं कि चतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° होता है।

अतः चौथा कोण

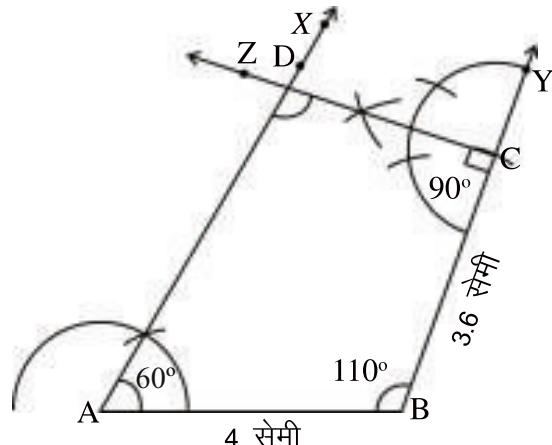
$$\begin{aligned}\angle B &= 360^\circ - (60^\circ + 100^\circ + 90^\circ) \\ &= 360^\circ - 250^\circ \\ &= 110^\circ\end{aligned}$$



चित्र 11.21

रचना के पद

1. सर्वप्रथम रेखाखण्ड $AB = 4$ सेमी बनाते हैं।
2. बिन्दु A पर परकार की सहायता से $\angle BAX = 60^\circ$ बनाते हैं।
3. बिन्दु B पर $\angle ABY = 110^\circ$ बनाते हैं।
4. बिन्दु B को केन्द्र मानकर \overrightarrow{BY} में 3.6 सेमी त्रिज्या का चाप काटते हैं और कटान बिन्दु C प्राप्त करते हैं।
5. बिन्दु C पर परकार की सहायता से $\angle BCZ = 90^\circ$ बनाते हुये किरण \overrightarrow{CZ} खींचते हैं जो किरण \overrightarrow{AX} को बिन्दु D पर काटती है।



चित्र 11.22

इस प्रकार प्राप्त चतुर्भुज ABCD ही वांछित चतुर्भुज है।

हमने विभिन्न स्थितियों में चतुर्भुज की रचना करना सीखा, जिसमें चतुर्भुज की पाँच मापें दीं गई थीं। यदि चतुर्भुज की एक भुजा व चार कोण दिए जायें (इसमें भी चतुर्भुज के पाँच अवयव दिये हैं)। तो क्या ऐसी स्थिति में भी एक चतुर्भुज की रचना की जा सकती है? बनाने का प्रयास कीजिए।

हमीदा ने दी गई भुजा के समान माप का रेखाखण्ड खींचा तथा रेखाखण्ड के दोनों सिरों पर दिए गए माप के बराबर कोण बनाये। इस प्रकार उसे चतुर्भुज की आधार वाली भुजा तथा आधार के साथ बनने वाली दो भुजाएं (रेखाखण्ड) प्राप्त हुईं। अब हमीदा के पास प्रश्न यह था कि

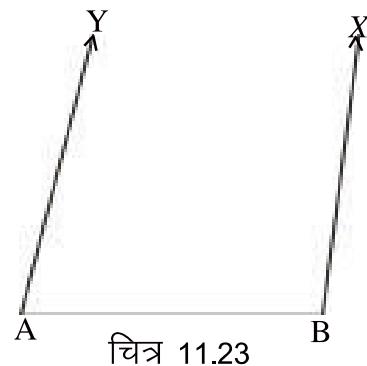
वह चौथी भुजा बनाने के लिए कोण किस बिन्दु पर बनाए?

क्या आप बता सकते हैं कि किरण \overrightarrow{BX} के किस बिन्दु पर $\angle C$ बनेगा?

या किरण \overrightarrow{AY} के किस बिन्दु पर $\angle D$ बनेगा?

सोचिए और अपने शिक्षक तथा साथियों से चर्चा कीजिए।

आपने चर्चा एवं क्रियाकलाप से यह पाया होगा कि किरण \overrightarrow{BX} के किसी भी बिन्दु पर यदि $\angle C$ बनाया जाए या किरण \overrightarrow{AY} के किसी भी बिन्दु पर $\angle D$ बनाया जाए तो चतुर्भुज बनता है। इस प्रकार अनेक चतुर्भुज बन सकते हैं परन्तु एक अद्वितीय नहीं।



चित्र 11.23

प्रश्नावली 11.5

- एक चतुर्भुज ABCD बनाइये जिसमें $AB = 3.5$ सेमी, $BC = 4$ सेमी, $\angle A = 105^\circ$, $\angle B = 90^\circ$ एवं $\angle C = 75^\circ$ हो।
- चतुर्भुज PQRS की रचना कीजिए, जिसमें $PQ = 4.5$ सेमी, $QR = 5$ सेमी, $\angle P = 100^\circ$, $\angle R = 75^\circ$ और $\angle S = 110^\circ$ हो।
- चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए, जिसमें $AB = 6$ सेमी, $BC = 3.5$ सेमी, $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 110^\circ$ और $\angle D = 90^\circ$ हो, भुजा CD को नापिये।

VI. विशेष प्रकार के चतुर्भुज की रचना

A- समान्तर चतुर्भुज की रचना जब एक भुजा व दोनों विकर्ण दिये हों

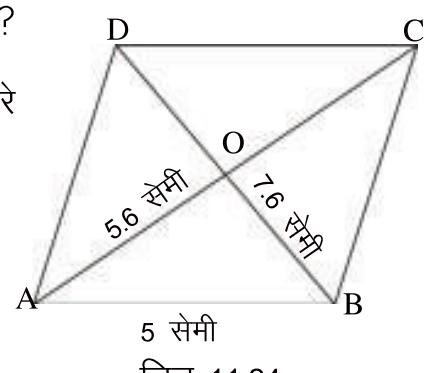
उदाहरण 10. समान्तर चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए जिसमें $AB = 5$ सेमी, $AC = 5.6$ सेमी तथा $BD = 7.6$ सेमी।

हल : प्रश्न को ध्यान में रखकर कच्चा चित्र बनाइए और दी गई भुजाओं के नाप उनके साथ लिखिए।

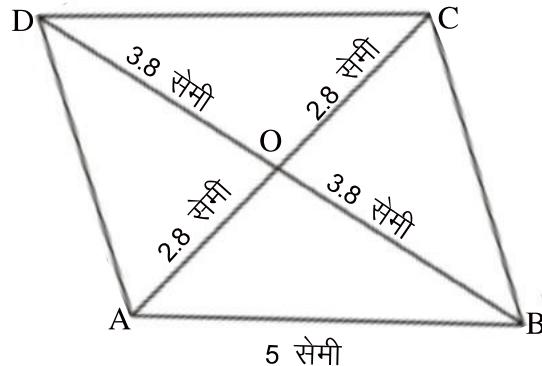
क्या आप इस समान्तर चतुर्भुज का निर्माण कर सकते हैं?

हम जानते हैं कि समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे

को समद्विभाजित करते हैं। अर्थात् $OA = OC = \frac{5.6}{2} = 2.8$ सेमी तथा $OB = OD = \frac{7.6}{2} = 3.8$ सेमी



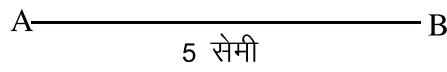
चित्र 11.24



चित्र 11.25 कच्चा चित्र

रचना:

- सर्वप्रथम $AB = 5$ सेमी का एक रेखाखण्ड खींचिए।



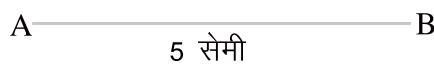
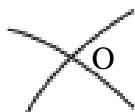
चित्र 11.26 (i)

- बिन्दु A से 2.8 सेमी त्रिज्या का चाप काटिए।



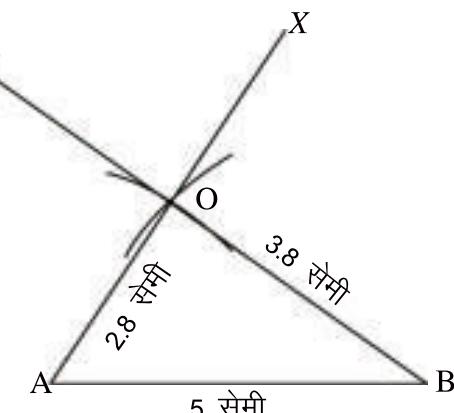
चित्र 11.26 (ii)

- अब B बिन्दु से 3.8 सेमी त्रिज्या का चाप, चरण 2 में काटे गये चाप पर काटिए। जहाँ ये दोनों चाप कटते हैं वह O बिन्दु होगा।



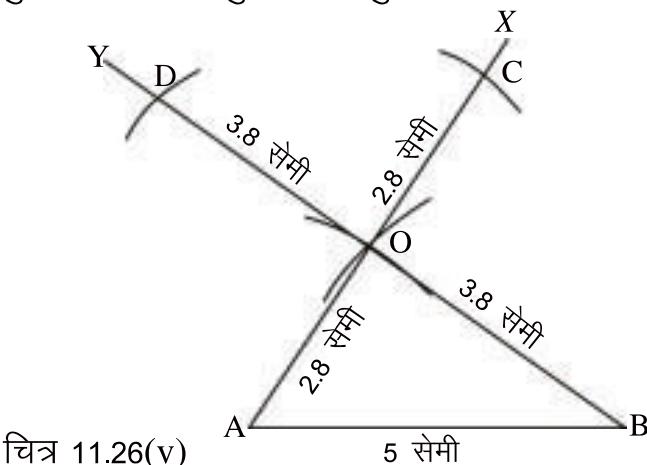
चित्र 11.26(iii)

- बिन्दु A तथा बिन्दु B को O से मिलाते हुए क्रमशः X व Y तक बढ़ाइए।

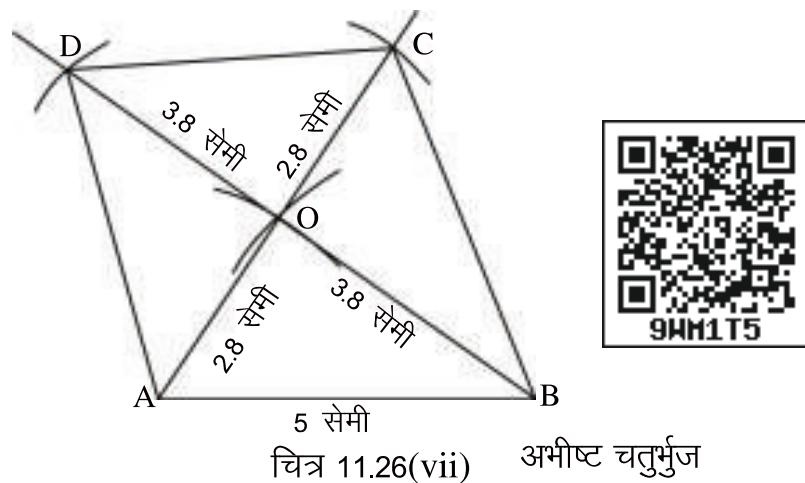


चित्र 11.26(iv)

5. बिन्दु O से \overrightarrow{OX} तथा \overrightarrow{OY} पर क्रमशः 2.8 सेमी तथा 3.8 सेमी त्रिज्या के चाप काटिए। चापों के कटान बिन्दु को क्रमशः बिन्दु C व बिन्दु D से नामांकित कीजिए।



6. बिन्दु C को बिन्दु B से, बिन्दु D को बिन्दु A से और बिन्दु C को बिन्दु D से मिलाइए।

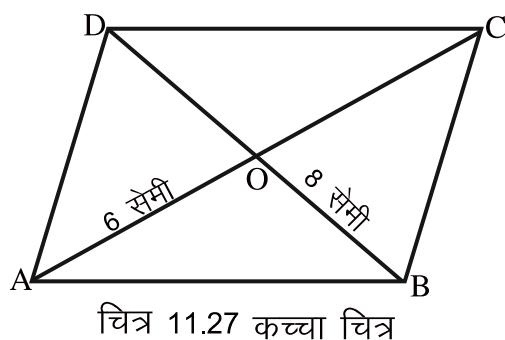


इस प्रकार अभीष्ट समान्तर चतुर्भुज ABCD प्राप्त हुआ।

B. समचतुर्भुज की रचना कीजिए जबकि उसके दोनों विकर्ण दिए हों

उदाहरण 11. समचतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए जिसके विकर्ण $AC = 6$ सेमी तथा $BD = 8$ सेमी हों।

हल : सर्वप्रथम प्रश्न को ध्यान में रखकर एक कच्चा चित्र ABCD बनाइए।

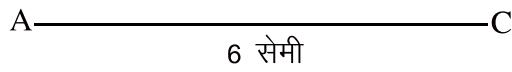


क्या आप बता सकते हैं कि इस समचतुर्भुज को कैसे बनाएंगे।

हमने चतुर्भुज के गुण में पढ़ा है कि समचतुर्भुज के विकर्ण आपस में समकोण पर समद्विभाजित करते हैं। इस आधार पर हम यहाँ सम चतुर्भुज की रचना करेंगे।

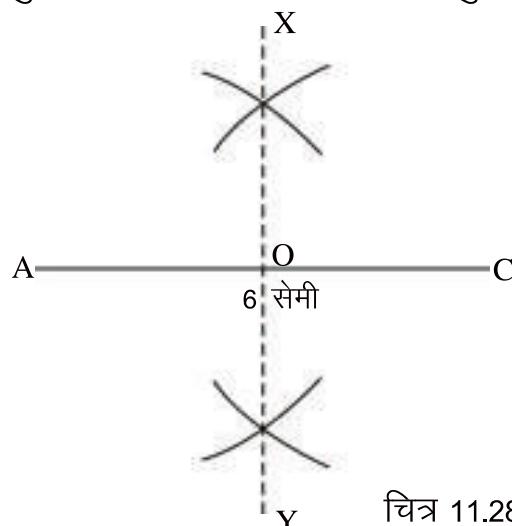
रचना :

- सर्वप्रथम $AC = 6$ सेमी का रेखाखण्ड खींचिए।



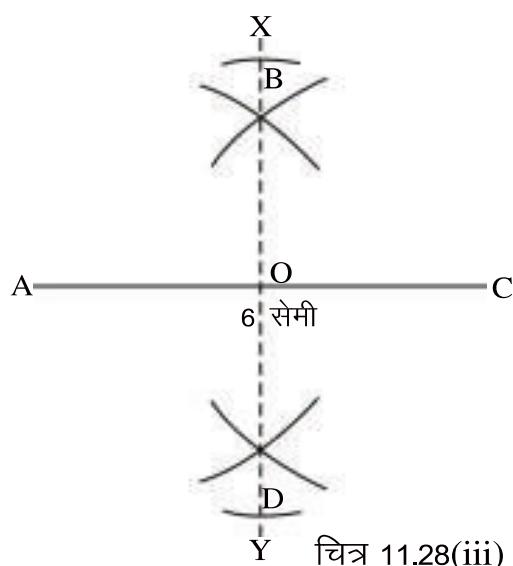
चित्र 11.28(i)

- रेखाखण्ड AC का समद्विभाजन कीजिए। AC की समद्विभाजक रेखा XY इसे O पर काटती है। यह बिन्दु O विकर्णों का समद्विभाजक बिन्दु है।



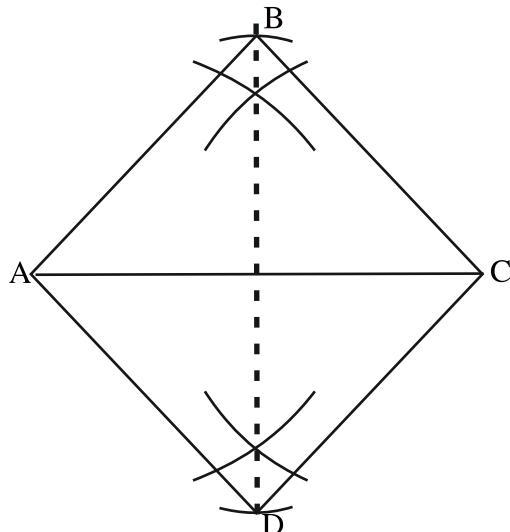
चित्र 11.28(ii)

- बिन्दु O से $OD = OB = \frac{8}{2} = 4$ सेमी त्रिज्या का चाप ऊपर व नीचे दोनों तरफ काटिए। तथा ऊपर एवं नीचे क्रमशः B एवं D से नामांकित कीजिए।



चित्र 11.28(iii)

4. बिन्दु B व बिन्दु D को बिन्दु A व बिन्दु C दोनों से मिलाइए।



चित्र 11.28(iv)

इस प्रकार अभीष्ट समचतुर्भुज ABCD प्राप्त हुआ।

प्रश्नावली 11.6

- एक वर्ग ABCD की रचना कीजिए जिसका विकर्ण $AC = 7$ सेमी हो।
- समान्तर चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए जिसमें $AB = 4$ सेमी, विकर्ण $AC = 6.2$ सेमी तथा विकर्ण $BD = 8.4$ सेमी हो।
- समचतुर्भुज EFGH की रचना कीजिए जिसमें विकर्ण $EG = 7$ सेमी, विकर्ण $FH = 8.4$ सेमी हो।
- वर्ग PQRS की रचना कीजिए जिसमें विकर्ण $PR = 5$ सेमी हो।

हमने सीखा

- एक विशिष्ट चतुर्भुज की रचना के लिए चतुर्भुज के कम से कम पाँच अवयवों की माप ज्ञात होना आवश्यक है, जिनमें अधिकतम तीन कोण हों।
- चतुर्भुज की रचना के पूर्व कच्चा रेखाचित्र बनाकर अवयवों की मापों को अंकित कर देना उपयोगी रहता है।
- किसी अद्वितीय चतुर्भुज की रचना की जा सकती है यदि चतुर्भुज की :
 - चार भुजाएँ व एक विकर्ण दिया हो।

- (ii) तीन भुजाएँ व दो विकर्ण दिये हों।
 (iii) चार भुजाएँ व एक कोण दिया हो।
 (iv) तीन भुजाएँ व दो अंतर्गत कोण दिये हों।
 (v) दो आसन्न भुजाएँ व तीन कोण दिये हों।
4. यदि चतुर्भुज की एक भुजा व चार कोण दिये हों तो एक अद्वितीय चतुर्भुज की रचना नहीं की जा सकती।
5. चतुर्भुज की रचना तभी संभव है यदि उसकी माप निम्न शर्त को संतुष्ट करे :
 (i) चतुर्भुज की किन्हीं तीन भुजाओं का योग चौथी भुजा से अधिक हो।
 (ii) चतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° हो।