अध्याय 5

वृत्त एवं उसके अवयव
CIRCLE

9343TS

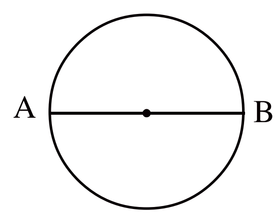
अनु ने कक्षा छठवीं में वृत्त के पाठ में पढ़ा था कि वृत्त के प्रत्येक बिन्दु की केन्द्र से दूरी समान होती है, यह दूरी त्रिज्या कहलाती है। उसको विभिन्न मापों का वृत्त बनाना भी आता है, चूड़ी से वृत्ताकार आकृति बनाना और नये नये डिजाइन बनाना तो उसका प्रिय खेल हैं।

एक दिन उसकी एक चूड़ी टूट गयी उसने चूड़ी के टुकड़ों को निश्चित स्थान में रखकर फिर से चूड़ी बना ली और पेंसिल की सहायता से एक वृत्ताकार आकृति भी बना ली। अनु सोच रही थी कि जिस प्रकार चूड़ी के कई टूकड़े हो सकते है वैसे ही क्या वृत्त के भी कई टुकड़े हो सकते हैं?

आप क्या सोचते है? आप शायद सोच रहे होंगे कि जब चूड़ी के टुकड़े हो सकते हैं, तो वृत्त के क्यों नहीं?

आइये, इन प्रश्नों का उत्तर ढूँढ़े–

कक्षा छठी में आपने पढ़ा है कि वृत्त के किन्हीं दो बिन्दुओं को मिलाने वाली सरल रेखा, जो वृत्त के केन्द्र से होकर गुजरती है, व्यास कहलाती है।



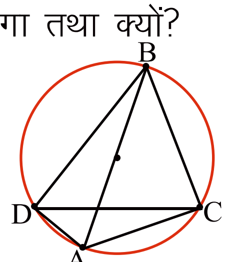
क्रियाकलाप 1.

कागज पर किसी भी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए तथा वृत्त के केन्द्र को चिन्हांकित कीजिए। वृत्त में एक व्यास खींचिए। व्यास के सापेक्ष वृत्त को काट लीजिए। क्या कटे हुए दोनों भाग समान है? क्या किसी भी वृत्त को व्यास के सापेक्ष काटने पर वह दो समान भागों में विभाजित होगा?

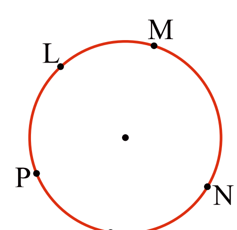
क्या इस प्रकार दो समान भागों में बँटे वृत्तों को अर्द्धवृत्त कह सकते हैं?

क्रियाकलाप 2.

नीचे दिए गए वृत्तों पर कुछ बिन्दुएँ अंकित है। इन्हें मिलाने पर कौनसा रेखाखंड वृत्त को दो अर्द्ध वृत्तों में बाँटेगा तथा क्यों?



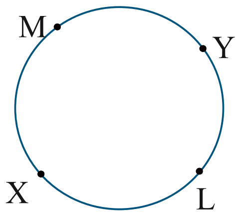
5.1 (i)



5.1 (ii)

चित्र 5.1 (i) में AB व्यास हैं एवं AC, AD, DC, BD और BC जीवाएँ हैं। प्रत्येक जीवा वृत्त

को दो वृत्तखण्डों में बाँटती है, इन वृत्त की परिधि के भाग को चाप कहते हैं। चित्र 5.1 (ii) में ON, NM, ML, PO .... इत्यादि चाप हैं।

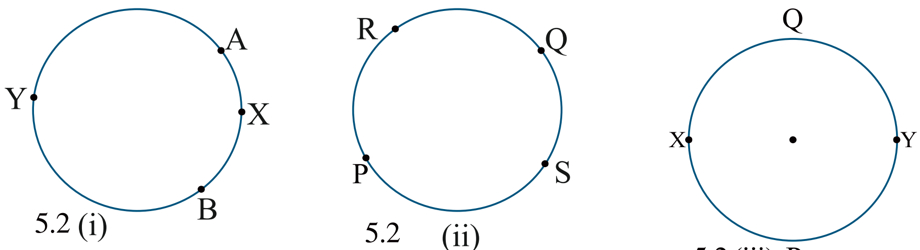


5.1 (iii)

चित्र (iii) में यदि चाप XY कहा जाए तो यह स्पष्ट नहीं होता हैं कि यह कौनसा चाप है। गहरा वाला या हल्का वाला। अतः हम चापों का निर्धारण तीन बिन्दुओं से करते है जैसे चाप *XLY* या $\widehat{XLY}$ तथा इसी प्रकार चाप XMY या $\widehat{XMY}$, चाप $\widehat{XLY}$ की माप अर्द्धवृत्त से छोटी है, इसलिए इसे लघुचाप कहते है। उसी प्रकार $\widehat{XMY}$ की माप अर्द्धवृत्त से बड़ी है इसलिए इसे दीर्घचाप कहते है।

क्रियाकलाप 3.

नीचे दिये गये चित्रों में लघु चाप एवं दीर्घ चाप को पहचानिए–



5.2 (i) 5.2 (ii) 5.2 (iii)

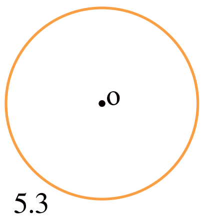
क्या सिर्फ देखकर यह बताया जा सकता है कि कोई चाप दीर्घ चाप है या लघु चाप?

पंकज सोच रहा था कि चित्र 5.2 (i) में तो स्पष्ट दिख रहा है कि $\widehat{AXB}$ लघुचाप तथा $\widehat{AYB}$ दीर्घचाप है और इसी प्रकार चित्र 5.2 (ii) में $\widehat{PRQ}$ लघुचाप तथा $\widehat{PSQ}$ दीर्घचाप है। परंतु 5.2 (iii) में तो यह बताना मुश्किल है कि $\widehat{XPY}$ और $\widehat{XQY}$ में कौन सा दीर्घचाप है और कौन सा लघुचाप।

तभी राकेश ने चित्र 5.2 (i) में बिन्दु A और B को वृत्त के केन्द्र बिन्दु O से मिला दिया और यह देखा कि $\angle AOB$ जो कि $\widehat{AXB}$ की ओर बन रहा है यह $\widehat{AYB}$ की ओर बने $\angle AOB$ से छोटा है। आप भी चित्र 5.2 (ii) में बिन्दु P और बिन्दु Q को केन्द्र से मिलाइए और केन्द्र पर बने कोणों को नापकर बताइये कि कौन सा चाप, बड़ा और कौन सा चाप छोटा हैं ?

अनु ने चित्र 5.2 (iii) में बिंदु X और Y को केंद्र से जोडा और पाया कि XPY और XQY दोनों ओर बनें कोण समान हैं, अतः दोनों चाप समान है। XOY एक सरल रेखा है अतः $\angle XOY = 180^0$ । इसलिए राकेश ने कहा जिस चाप की तरफ केन्द्र पर बना कोण 180° से कम है, वह चाप लघु चाप और जिस चाप की ओर केन्द्र पर बना कोण 180° से अधिक है, वह चाप दीर्घ चाप कहलाएगा।

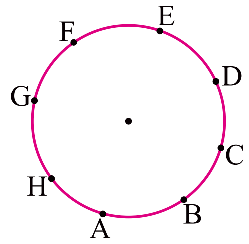
अब तो आप चापों को पहचानने लगे हैं, आइए इन्हीं से संबंधित कुछ गतिविधियाँ भी करते हैं–



5.3

नीचे एक वृत्त दिया गया है (चित्र5.3) इस वृत्त में कितने चाप बना सकते हैं? सुरेश सोच रहा था कि एक वृत्त के तो अनगिनत बिन्दु है और किन्हीं दो बिन्दुओं के बीच का भाग चाप हैं। तब तो किसी वृत्त में भी अनगिनत चाप हो सकते है। सुरेश ने ठीक ही सोचा, एक वृत्त में अनगिनत चाप हो सकते हैं तथा जिस प्रकार अनगिनत बिन्दु है उसी प्रकार इनमें से किन्हीं दो बिन्दुओं को मिलाकर अनगिनत जीवाएँ बन सकती हैं।

रमेश ने एक वृत्त बनाकर उसमें चित्रानुसार (चित्र5.4) बिन्दुओं को अंकित किया और उनमें से दो बिन्दुओं A व C को मिलाकर जीवा AC प्राप्त की।



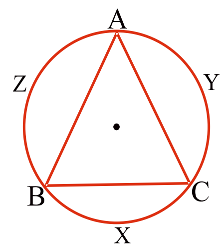
5.4

इसे देख कर सुरेश ने कहा कि जीवा AC वृत्त के दो वृत्त खण्डों (चापों) में विभाजित करती है। एक लघुचाप AC और दूसरा दीर्घ चाप AC। लघु चाप AC को तो $\overset{\frown}{ABC}$ लिखते है क्योंकि इस चाप में बिन्दु B सम्मिलित है, परन्तु दीर्घ चाप AC में बहुत सारे बिन्दुएँ इसे कैसे लिखा जाए?आइये सोचते है।

आप भी सोचिए ?

दीर्घ चाप AC को उस वृत्त खण्ड में आए सभी बिन्दुओं को लेकर AHGFEDC लिखना होगा। इस चाप को भी लघु चाप AC ($\overset{\frown}{ABC}$) की तरह $\overset{\frown}{AHC}$ या $\overset{\frown}{AGC}$ या .... या $\overset{\frown}{ADC}$ लिख सकते हैं जो कि उस दीर्घ वृत्त खंड को दर्शाते हैं।

चाप (वृत्तखण्ड) द्वारा वृत्त पर बनाया गया कोण –

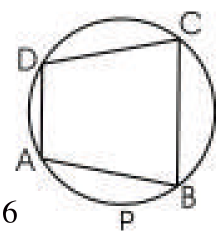


5.5

चित्र (5.5) में एक Δ ABC दिया गया है जिसके सभी शीर्ष A,B व C वृत्त पर स्थित है। यहाँ $\overset{\frown}{BXC}$ द्वारा वृत्त के बिन्दु A पर $\angle BAC$ बनाया गया है। क्या आप $\overset{\frown}{CYA}$ और $\overset{\frown}{AZB}$ द्वारा वृत्त पर बने कोणों को पहचान सकते हैं? कोणों को पहचान कर लिखिए।

क्रियाकलाप 4.

नीचे दिए गए चतुर्भुज ABCD के चारों शीर्ष A,B,C व D वृत्त पर स्थित है। इस वृत्त में किस चाप द्वारा वृत्त पर कौन सा कोण अंतरित किया जा रहा है, पहचान कर लिखिए–

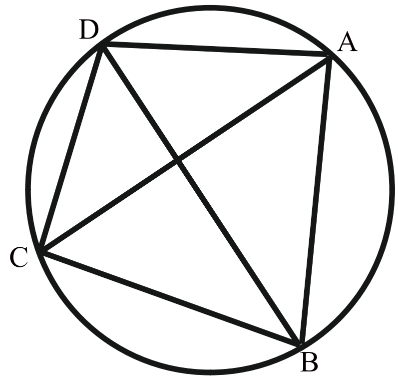


5.6

क्र. स.	बिन्दु जिनके बीच चाप बना है	लघुचाप का नाम	लघुचाप द्वारा वृत्त पर बना कोण	दीर्घ चाप का नाम	दीर्घ चाप द्वारा वृत्त पर बना कोण
1.	A एवं B	APB	कोई कोण नहीं	ADB या ACB	कोई कोण नहीं
2.	A एवं C				
3.					
4.					
5.					
6.					

प्रश्नावली 5.1

1. संलग्न चित्र से संबंधित निम्न प्रश्नों का उत्तर ढूँढिए–



(i) $\overset{\frown}{ABC}$ **लघु/दीर्घ चाप है**

(ii) $\overset{\frown}{BCD}$ **लघु/दीर्घ चाप है**

(iii) लघु चाप $\overset{\frown}{AB}$ द्वारा अंतरित कोणों के नाम लिखिए।

(iv) $\angle ACB$ किस चाप द्वारा बना है?

(v) $\angle CBA$ किस चाप द्वारा बना है?

(vi) $\angle CBD$ और $\angle CAD$ किस चाप द्वारा बने हैं।

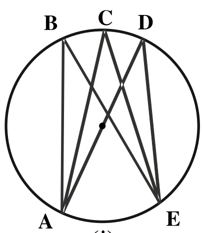
(vii) चापों द्वारा बिन्दु D पर बने कोणों के नाम लिखिए।

वृत्त के किसी चाप द्वारा वृत्त पर बनने वाले सभी कोणों को आपने पहचान लिया है, आइए इन कोणों के बीच संबंध ढूंढ़ें।

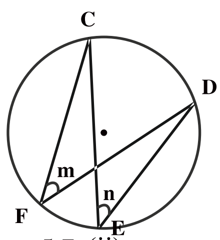
वृत्तखण्ड के कोणों के गुण

क्रियाकलाप 5.

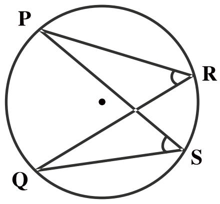
दिए गए प्रत्येक चित्र में एक चाप द्वारा वृत्त पर कई कोण बनाए गए हैं। उन कोणों को माप कर सारणी को पूरा कीजिए।



5.7 (i)



5.7 (ii)



5.7 (iii)

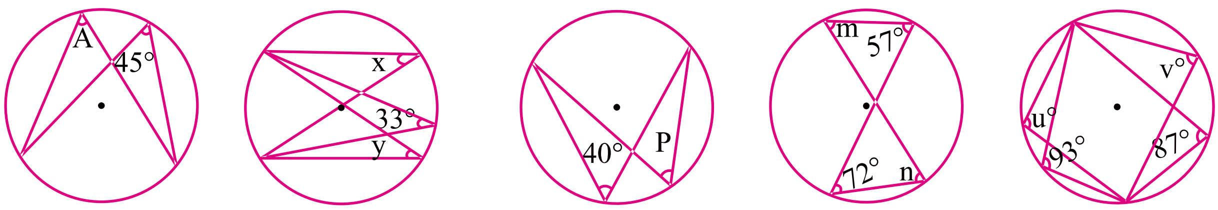
क्र.सं.	चित्र क्र.	चाप का नाम	चाप द्वारा वृत्त पर बने कोणों के नाम एवं उनका माप		
			1	2	3
1.					
2.					
3.					

उपरोक्त क्रियाकलापों को करते हुए शैली ने देखा कि किसी भी चाप द्वारा उसके सम्मुख वृत्तखण्ड पर जितने भी कोण बनाए जाते है वे सभी एक ही माप के हैं अर्थात् किसी चाप द्वारा एक ही वृत्तखण्ड में बने कोण बराबर होते है।

आप भी ऐसे ही कई वृत्त लेकर उनमें चाप खींचिए तथा उन चापों द्वारा सम्मुख वृत्तखण्डों पर कई कोण बनाइए और अपने साथियों से नपवाकर देखिए कि क्या एक ही चाप से बने सभी कोण समान हैं

प्रश्नावली 5.2

निम्न चित्रों में अंग्रेजी के अक्षरों द्वारा दर्शाए गए कोणों के माप चाँदा से बिना मापे ज्ञात कीजिए–



(i) (ii) (iii) (iv) (v)

A = ... x = ... p = ... m = ... u = ...

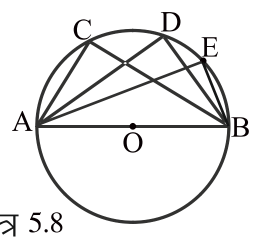
y = ... n = ... v = ...

क्रियाकलाप 6.

O केन्द्र वाले वृत्त में व्यास AOB खींचिए। व्यास के ऊपर वाले अर्द्धवृत्त पर बिन्दु C,D,E लीजिए। तथा ∠ACB, ∠ADB, ∠AEB बनाइए। चाँदे की सहायता से इन कोणों को मापिए और उनका मान लिखिए–

∠ACB = ..., ∠ADB = ..., ∠AEB = ...

इन कोणों के माप से आप क्या निष्कर्ष निकाल सकते हैं? ....



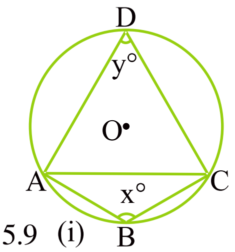
चित्र 5.8

अवलोकन पश्चात आप पायेंगे कि सभी कोण समकोण हैं अर्थात् **अर्द्धवृत्त का कोण समकोण होता है।**

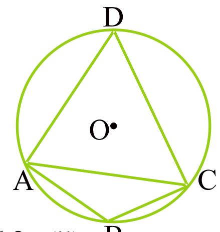
वृत्त पर स्थित दो बिन्दुओं द्वारा लघु वृत्तखण्ड एवं संगत दीर्घ वृत्तखण्ड के कोण–

क्रियाकलाप 7.

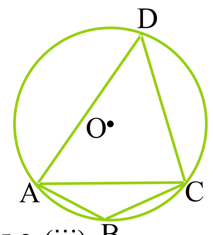
केन्द्र O लेकर, एक वृत्त बनाइए। वृत्त पर दो बिन्दु A और C लीजिए जिससे यह एक लघु वृत्तखण्ड ABC तथा एक दीर्घवृत्त खण्ड ADC में बँट जाए।



5.9 (i)



5.9 (ii)



5.9 (iii)

लघुवृत्तखण्ड का कोण ∠ABC है तथा संगत दीर्घवृत्त खण्ड का कोण ∠ADC है। इन्हें मापकर निम्न सारणी पूर्ण कीजिए।

क्र.सं.	लघुवृत्तखण्ड का कोण x°	संगत दीर्घ–वृत्तखण्ड का कोण y°	$x^\circ + y^\circ$
1.	----------------------	-------------------------------------	---------------
2.	----------------------	-------------------------------------	---------------
3.	----------------------	-------------------------------------	---------------

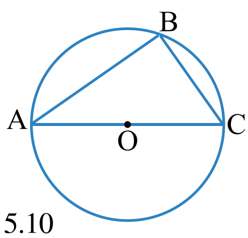
सारणी पूर्ण करने के पश्चात आप पायेगें कि जीवा के दोनों ओर के वृत्तखण्ड़ों में बने कोणों का योगफल 180° होता है।

प्रश्नावली 5.3

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए–

1. लघु वृत्तखण्ड का कोण ––––––––– है। (न्यून कोण / अधिक कोण)
2. दीर्घ–वृत्तखण्ड का कोण ––––––––– है। (न्यून कोण / अधिक कोण)
3. एक ही वृत्त में लघुवृत्तखण्ड एवं संगत दीर्घ वृत्तखण्ड में बने कोणों का योग ––––––– होता है। (180° / 270° / 360°)

उदाहरण 1. नीचे दिए गये आकृति में वृत्त का केन्द्र O है यदि ∠C=55° है तो ∠BAC का मान ज्ञात कीजिए–



5.10

हल: AC व्यास है। (वह केन्द्र O से गुजरता है।) अत: ∠ABC अर्द्धवृत्त का कोण है। जो कि समकोण होता है। अर्थात् ∠B या ∠ABC=90°

अत: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (∵ त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है।)

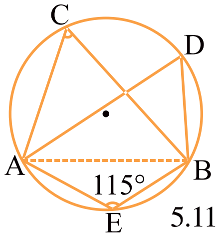
= $\angle A + 90^\circ + 55^\circ = 180^\circ$

= $\angle A + 145^\circ = 180^\circ$

= $\angle A = 180^\circ - 145^\circ$

= $\angle A = 35^\circ$ उत्तर

उदाहरण 2. दिये गये चित्र में $\angle AEB=115^\circ$ तो $\angle ACB$ तथा $\angle ADB$ ज्ञात कीजिए।



5.11

हल: दिया है – $\angle AEB = 115^\circ$

ज्ञात करना है – $\angle ACB$ तथा $\angle ADB$

चूँकि जीवा के दोनों ओर के वृत्तखण्ड़ों में बने कोणों का योग 180^0 होता है। अतः

$\angle AEB + \angle ACB = 180^\circ$

$115^\circ + \angle ACB = 180^\circ$

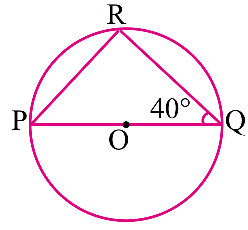
$\angle ACB = 180^\circ - 115^\circ$

$\angle ACB = 65^\circ$

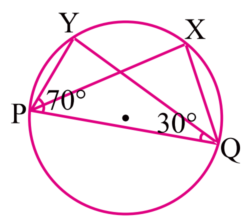
हम जानते है कि किसी चाप द्वारा एक ही वृत्तखण्ड पर बनाए गए कोण बराबर होते है अतः $\angle ACB = \angle ADB = 65^\circ$

प्रश्नावली 5.4

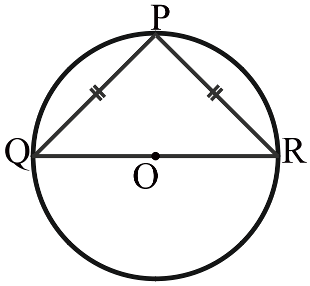
प्रश्न 1 सामने दिए चित्र में O वृत्त का केन्द्र है। $\angle PRQ$ तथा $\angle QPR$ के माप ज्ञात कीजिए।



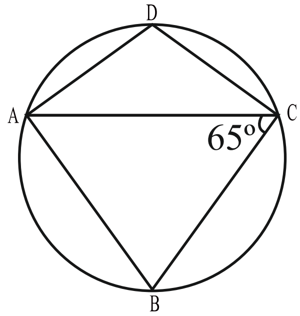
प्रश्न 2 सामने के चित्र में वृत्तखण्ड PQXY में बने $\angle YPQ=70^\circ$ तथा $\angle YQP=30^\circ$ हैं। $\angle PYQ$ तथा $\angle PXQ$ के माप ज्ञात कीजिए।



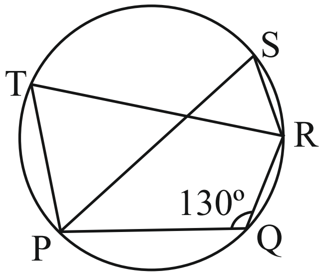
प्रश्न 3 दिए गए चित्र में PQ = PR है तथा O वृत्त का केन्द्र है तो त्रिभुज PQR के तीनों कोण ज्ञात कीजिए।



प्रश्न 4 सामने चित्र में AB=BC तथा $\angle ACB=65^\circ$ है। $\angle ADC$ की माप ज्ञात कीजिए।



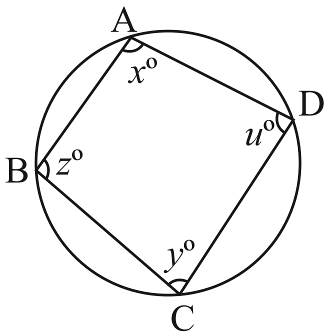
प्रश्न 5 सामने चित्र में $\angle PTR$ और $\angle PSR$ की माप ज्ञात कीजिए। जिसमें $\angle PQR=130^\circ$ है।



क्रियाकलाप–8

अपनी कापी में अलग–अलग माप का वृत्त लेकर दी गई आकृति के अनुसार आकृति बनाइए तथा कोणों को मापकर निम्न सारणी पूर्ण कीजिए।

वृत्त क्र.	x°	y°	$x^\circ+y^\circ$	z°	u°	$z^\circ+u^\circ$
1.						
2.						
3.						
4.						

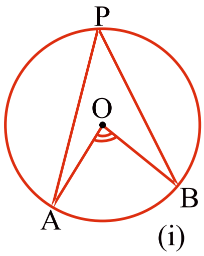


एक ही चाप का कोण और चाप द्वारा केन्द्र पर बनाये गये कोण में संबंध –

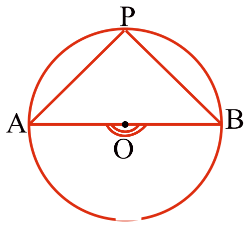
आप चाप $\overset{\frown}{AB}$ द्वारा केन्द्र O पर बनाए गए $\angle AOB$ को पहचान चुके हैं। आपने चाप $\overset{\frown}{AB}$ द्वारा शेष वृत्तखण्ड के बिन्दु P पर $\angle APB$ बनाना भी सीख लिया है।

क्रियाकलाप 9

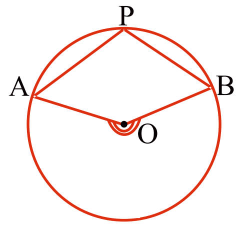
अब चाप AB का केन्द्रीय कोण ∠AOB तथा शेष चाप पर बना कोण ∠APB एक ही वृत्त पर निम्न प्रकार से बनाइए तथा अपनी कॉपी में कई वृत्त बनाकर इन कोणों को मापिए और तालिका पूर्ण कीजिए–



(i)
5.12



(ii)
5.12



(iii)
5.12

आकृति क्रं.	∠AOB की माप	∠APB की माप	2 ∠APB की माप	क्या ∠AOB = 2∠APB
5.12 (i)				
5.12 (ii)				
5.12 (iii)				

आपने क्या देखा?

∠AOB और 2∠APB समान या लगभग समान हैं?

अत: ∠AOB = 2 ∠APB ....(1)

अर्थात् चाप AB का केन्द्रीय कोण = 2 x (शेष चाप पर बना कोण)

समी. (1) से, ∠APB = ½ ×∠AOB

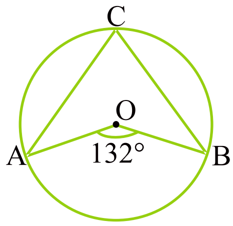
दूसरे शब्दों में, वृत्त में **"किसी चाप द्वारा शेष वृत्तखण्ड के किसी बिन्दु पर अंतरित कोण, उसी चाप द्वारा केन्द्र पर बने कोण का आधा होता है।"**

अभ्यास

निम्न तालिका में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए–

चाप का केन्द्रीय कोण या अंशीय माप	चाप का कोण या चाप द्वारा शेष वृत्तखण्ड के किसी बिन्दु पर बनाया गया कोण	चाप कैसा है? लघुचाप/अर्धवृत्त/दीर्घचाप
150°	75° (क्यों)	लघुचाप (क्यों)
220°	–––––––––	दीर्घचाप
–––––––––	90°	अर्धवृत्त
–––––––––	–––––––––	दीर्घ चाप
–––––––––	–––––––––	लघु चाप

उदाहरण 3. एक वृत्त के चाप की अंशीय माप 132° है। इसी चाप द्वारा शेष वृत्तखण्ड के किसी बिन्दु पर अंतरित $\angle ACB$ ज्ञात कीजिए।



5.13

हल $\angle AOB = 132^\circ$ (दिया है)

चूंकि $\angle AOB = 2 \times \angle ACB$

या $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$

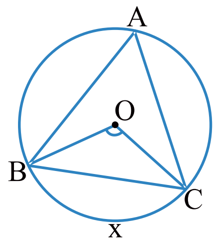
= $\angle ACB = \frac{1}{2} \times 132^\circ = 66^\circ$

$\because$ $\angle ACB = 66^\circ$

उदाहरण 4.

समबाहु Δ ABC के परिगत वृत्त का केन्द्र O है।

$\angle BOC$ की माप ज्ञात कीजिए।



5.14

हलः Δ ABC एक समबाहु त्रिभुज है।

अतः $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

$\because$ $\widehat{BxC}$ का केन्द्रीय कोण $= \angle BOC$

$\because$ $\angle BOC = 2 \angle BAC$

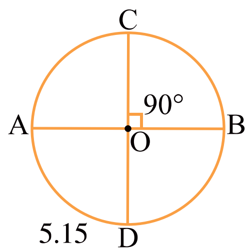
= $\angle BOC = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$

अतः $\angle BOC = 120^\circ$

इस उदाहरण में OA को मिलाने पर $\angle AOC$ और $\angle AOB$ की माप बताइए?

समान चाप, संगत जीवा, चाप की अंशीय माप

क्रियाकलाप 10.



5.15

एक सफेद कागज पर 4 सेमी त्रिज्या का वृत्त बनाइए जिसका केन्द्र O है। व्यास AB खींचिए। AB से 90° का कोण बनाते हुए व्यास CD खींचिए।

आप जानते हैं प्रत्येक वृत्त अपने व्यास के सापेक्ष सममित है अतः दो समकोण बनाते हुए व्यास AB और CD वृत्त को चार समान टुकड़ों में बांट देंगे।

कागज को AB और CD दो बार मोड़ने से प्रत्येक चौथाई भाग एक दूसरे को पूरी तरह ढँक लेगा।

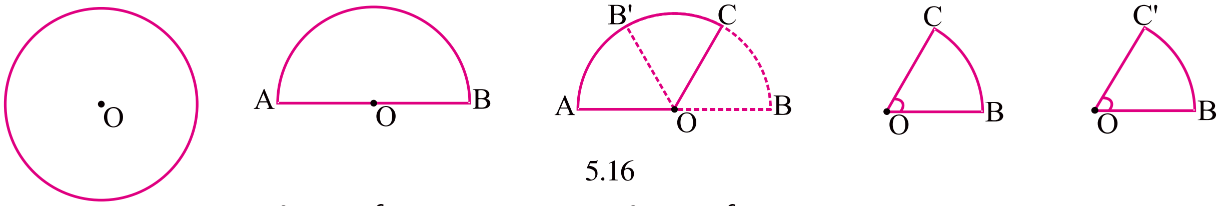
यहाँ चाप AD, DB, BC और CA एक दूसरे को पूरी तरह ढँक लेते हैं। इन चापों का केन्द्रीय कोण 90° है।

अतः लघु $\widehat{AD}$ = लघु $\widehat{DB}$ = लघु $\widehat{BC}$ = लघु $\widehat{CA}$

तो $\angle AOD = \angle DOB = \angle BOC = \angle COA = 90^\circ$

क्रियाकलाप 11.

O केन्द्र वाला एक वृत्त कागज पर बनाइए। व्यास AB खींचिए। इसे व्यास पर मोड़िये। केन्द्र O से इसे किसी अन्य त्रिज्या OC पर मोड़िये। कैंची से इसे OC पर काट लीजिए। फिर OB पर काटिये इस तरह दो टुकड़े OBC और OBC' दोनों त्रिज्या खण्ड हैं जो बराबर है।



5.16

अब चाप BC की लंबाई = चाप BC' की लंबाई

और $\angle COB = \angle C'OB'$

परिणाम–

एक ही वृत्त में समान लंबाई के चाप, केन्द्र पर समान कोण बनाते हैं एवं इसका विलोम भी सत्य है अर्थात् **''एक ही वृत्त में केन्द्र पर बराबर कोण बनाने वाले चाप बराबर होते हैं।''**

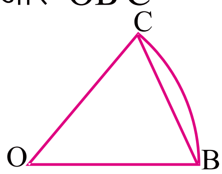
ऊपर लिखे क्रियाकलाप में BC और B'C' को मिलाइए।

अब देखिए ये दोनों त्रिज्याखण्ड OBC और OB'C'

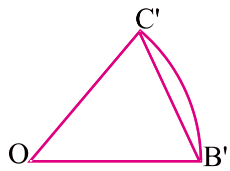
इनमें $\angle COB = \angle C'OB'$

चाप BC = चाप B'C'

जीवा BC = जीवा B'C'



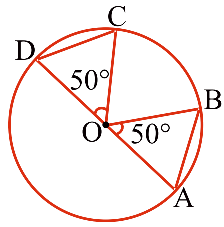
5.17



5.18

अतः समान चाप के संगत जीवाओं की लंबाई समान है एवं इसके विपरीत बराबर जीवाओं द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण बराबर होता है।

उदाहरण 5. आकृति में दो त्रिज्याखण्ड AOB तथा COD हैं। $\angle AOB = \angle COD = 50^\circ$ यदि AB=2.5 सेमी तो CD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



5.19

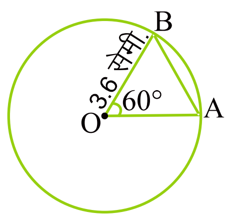
हल : चूँकि समान केन्द्रीय कोण वाले जीवाओं की लम्बाई समान होती है अतः

जीवा AB = जीवा CD

जीवा AB = 2.5 सेमी

अतः जीवा CD = 2.5 सेमी

उदाहरण 6. आकृति में वृत्त की त्रिज्या 3.6 सेमी है तथा $\angle AOB = 60^\circ$ है जीवा AB की लम्बाई तथा $\angle OAB$, $\angle OBA$ की माप ज्ञात कीजिए।



5.20

हलः दिया है त्रिज्या = 3.6 सेमी

OAB में

OA = OB = 3.6 सेमी (त्रिज्याएं)

∴ इन भुजाओं के सामने के कोण बराबर होंगे।

∴ $\angle OBA = \angle OAB = x^\circ$ (माना)

ΔOAB में कोणों को योग $= 180^\circ$

$\angle BOA + \angle OBA + \angle OAB = 180^\circ$

$60^\circ + x^\circ + x^\circ = 180^\circ$

$60^\circ + 2x^\circ = 180^\circ$

$2x^\circ = 180^\circ - 60^\circ$

$2x^\circ = 120^\circ$

$x^\circ = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$

∴ Δ OAB के तीनों कोण $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$ के हैं।

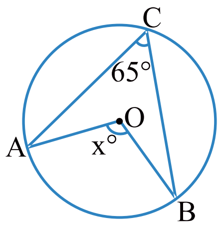
यह एक समबाहु त्रिभुज है।

∴ AB = OB = OA = 3.6 सेमी

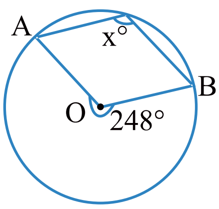
अतः जीवा AB = 3.6 सेमी, $\angle OAB = 60^\circ$, $\angle OBA = 60^\circ$

प्रश्नावली 5.5

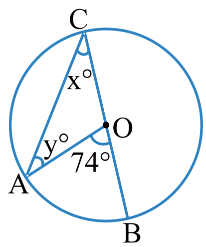
प्रश्न 1 निम्न आकृतियों में x तथा y का मान ज्ञात कीजिए।



(a)



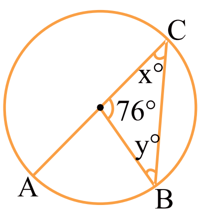
(b)



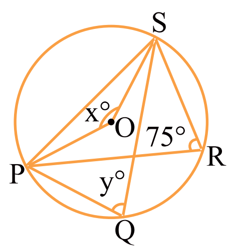
(c)

प्रश्न 2 निम्न आकृतियों में x तथा y का मान ज्ञात कीजिए बताइये।

जब (i) $x = y$ (ii) $x = 2y$

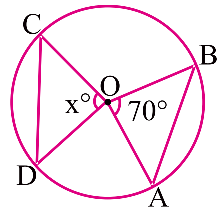


(i)

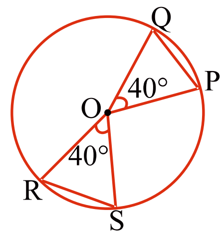


(ii)

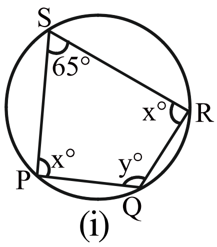
प्रश्न 3 आकृति में AB = CD यदि $\angle AOB=70^\circ$ तो $\angle COD$ का मान ज्ञात कीजिए।



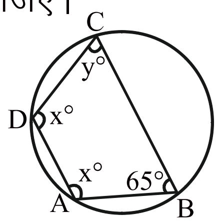
प्रश्न 4 आकृति में RS = 3.2 सेमी तो PQ की माप क्या होगी?



प्रश्न 5 निम्न आकृतियों में x तथा y के मान ज्ञात कीजिए।



(i)



(ii)

<u>**जीवा**</u> – पूर्व में आपने सीखा है कि वृत्त के किन्ही दो बिन्दुओं को मिलाने पर जो रेखाखण्ड प्राप्त होता है उसे जीवा कहते है और सबसे बड़ी जीवा ही व्यास है। आइए जीवा के कुछ गुणों को जाने।

<u>**वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लंब –**</u>

क्रियाकलाप 12.

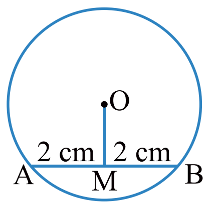
केन्द्र O वाला एक वृत्त खींचिए। इस वृत्त में जीवा AB खींचिए। अब $OM \perp AB$ इस प्रकार खींचिए कि M जीवा AB पर स्थित हो।

अलग–अलग त्रिज्याएँ और केन्द्र लेकर और उनसे वृत्त खींचकर उपर्युक्त क्रिया को दोहराइए।

उन आकृतियों को इसी प्रकार से नामांकित कीजिए।

वृत्तों को 1, 2 व 3 ..... से नामांकित कीजिए।

प्रत्येक स्थिति में AM तथा BM को माप कर सारणी पूर्ण कीजिए।



चित्र क्र. 5.21

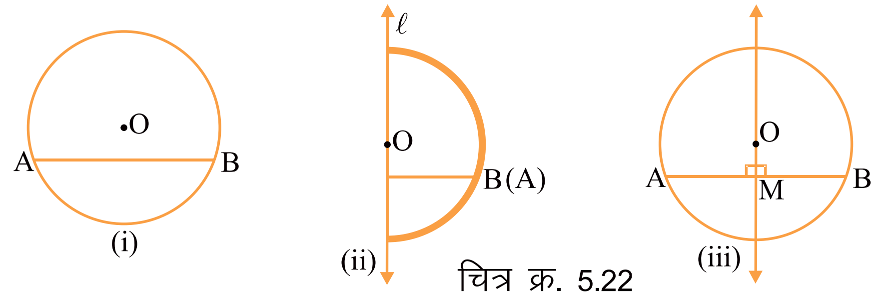
वृत्त	AM	BM	क्या AM= BM ?
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			

आप देखेगें कि प्रत्येक स्थिति में AM तथा BM का समान है अतः AM=BM

क्रियाकलाप 13.

एक मोटा कागज लीजिए और उस पर O केन्द्र वाला एक वृत्त बनाइए। इस वृत्त में जीवा AB भी खींचिए।

93CYVF



चित्र क्र. 5.22

अब वृत्त को इस प्रकार मोड़िए कि A बिन्दु B बिन्दु पर पड़े, रेखा ℓ के अनुदिश मोड़ का निशान प्राप्त करने के लिए कागज को दबाइए मोड़ के निशान को देखने पर पता चलता है कि रेखा ℓ वृत्त केन्द्र O से होकर गुजरती है, तथा दोनों भाग एक दूसरे को पूर्णतया ढँक लेते हैं।

अब कागज को खोलकर ℓ और जीवा AB के प्रतिच्छेद बिन्दु को M से अंकित कीजिए।

$\angle$OMA तथा $\angle$OMB को मापिये, ये दोनों 90° के होंगे। चूंकि AM, BM के संपाती है अतः AM=BM

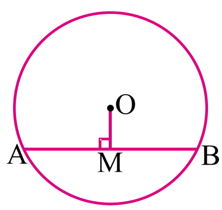
क्रियाकलाप 11 व 12 से स्पष्ट होता है कि –

''वृत्त में उसके केन्द्र से जीवा पर डाला गया लंब जीवा को समद्विभाजित करता है।''

क्रियाकलाप 14.

केन्द्र O वाला एक वृत्त खींचिए। इसकी एक जीवा AB भी खींचिए। AB को एक बिन्दु M पर समद्विभाजित कीजिए तथा O और M को मिलाइए।

इसी क्रियाकलाप को दोहराकर अन्य वृत्त बनाइए। इन वृत्तों को 1, 2, 3 .... से चिन्हित कीजिए एवं सभी आकृतियों को समान रूप से नामांकित कीजिए।



चित्र क्र. 5.23

प्रत्येक वृत्त में $\angle$OMA को मापिए तथा निम्न सारणी को पूरा कीजिए।

वृत्त	$\angle$OMA	$\angle$OMB	क्या $\angle$OMA= $\angle$OMB ?
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			

आप पायेंगे कि प्रत्येक स्थिति में $\angle$OMA= $\angle$OMB (लगभग 90°) प्राप्त होता है। चूँकि

$\angle OMA$ तथा $\angle OMB$ दोनों जीवा AB के बीच के एक बिन्दु पर बने कोण है अतः उनका योगफल 180° है और साथ ही दोनों कोण बराबर है।

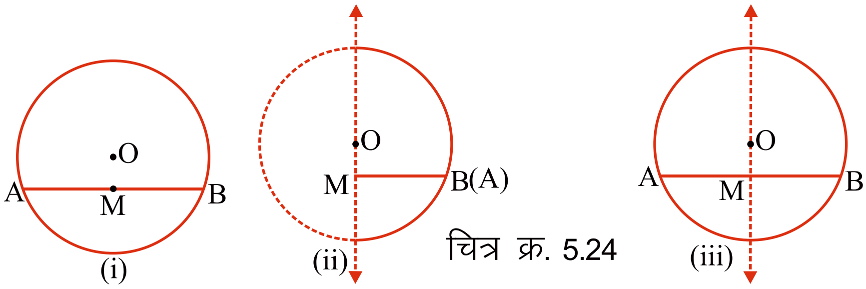
अतः $\angle OMA = \angle OMB = 90^\circ$

अर्थात् $OM \perp AB$

अतः "वृत्त की जीवा के मध्य बिन्दु को केन्द्र से मिलाने वाली रेखा जीवा पर लम्ब होती है।"

क्रियाकलाप 15.

एक कागज लीजिए और उस पर O केन्द्र वाला एक वृत्त खींचिए। इस वृत्त की एक जीवा AB खीचिंए और उसका मध्य बिन्दु M को चिन्हांकित कीजिए। M और O को मिलाइए, अब रेखा OM के अनुदिश इसे मोड़िए जिससे कि बिन्दु A बिन्दु B पर पड़े।



चित्र क्र. 5.24

93LUX3

अब कागज को खोलिए आप पायेगें कि $\angle OMA$, $\angle OMB$ पर पड़ता है। अतः $\angle OMA = \angle OMB = 90^\circ$

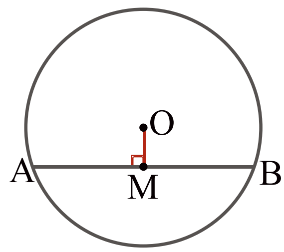
अर्थात् $OM \perp AB$

क्रियाकलाप 13 व 14 से स्पष्ट होता है कि –

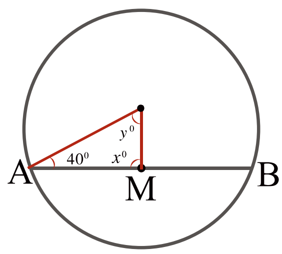
"वृत्त की किसी जीवा के मध्य–बिन्दु को केन्द्र से मिलाने वाली रेखा जीवा पर लंब होती है।"

प्रश्नावली 5.6

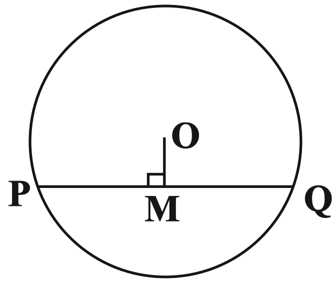
प्रश्न 1. आकृति में $OM \perp AB$. यदि $AM = 3.5$ सेमी. हो, तो BM और AB का मान ज्ञात कीजिए।



प्रश्न 2. आकृति में जीवा AB का मध्य बिन्दु M है, तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।



प्रश्न 3. आकृति में $OM \perp PQ$. यदि $PQ = 8$ सेमी. हो, तो PM और MQ का मान ज्ञात कीजिए। क्या PM=MQ ?



प्रश्न 4.रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए –

(1) वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लम्ब जीवा को .... करता है।

(2) वृत्त में किसी जीवा के मध्य–बिन्दु को केन्द्र से मिलाने वाली रेखा जीवा पर .... होती है।

हमने सीखा

1. वृत्त के किसी चाप द्वारा शेष वृत्त खण्ड पर बने सभी कोण समान होते हैं।
2. किसी जीवा के दोनों ओर वृत्त खण्डों में बनने वाले कोणों का योगफल 180^0 होता है।
3. वृत्त के किसी चाप द्वारा वृत्त शेष वृत्तखण्ड पर अतंरित कोण चाप द्वारा वृत्त के केन्द्र पर अंतरित कोण का आधा होता है।
4. एक ही वृत्त में समान लम्बाई के चाप केन्द्र पर समान कोण बनाते हैं।
5. किसी वृत्त के केन्द्र से वृत्त के जीवा पर डाला गया उस जीवा को समद्विभाजित करता है।
6. वृत्त की किसी जीवा के मध्य बिन्दु को केन्द्र से मिलाने वाली रेखा जीवा पर लम्ब होती है।

93VQYQ