अध्याय–6
सांख्यिकी
STATISTICS

9F9ZFA

समान्तर माध्य [MEAN]

जानवरों को पानी पिलाने में राधा बहुत आनन्द अनुभव करती है। वह रोज़ एक बड़ी टंकी में जानवरों के लिए पानी भर देती है और हिसाब भी रखती है कि प्रत्येक दिन सुबह 8 बजे से 11 बजे के बीच कितने जानवर पानी पी रहे हैं। उसके द्वारा लिखे गए पिछले हफ्ते का हिसाब कुछ इस प्रकार है :–

9FIVGX

चित्र 6.1

सोमवार	–	12,	मंगलवार	–	15,	बुधवार	–	13,
बृहस्पतिवार	–	11,	शुक्रवार	–	13,	शनिवार	–	12
रविवार	–	14						

क्या आप बता सकते हैं कि राधा प्रतिदिन औसतन कितने जानवरों को पानी पिलाती है।

क्रिकेट खिलाड़ी A ने अपनी दस पारियों में 60, 70, 15, 90, 72, 45, 11, 77, 125, 200 रन बनाये। इसी तरह खिलाड़ी B ने अपनी छः पारियों में 220, 110, 70, 37, 15, 07 रन बनाये। क्या आप बता सकते है कि किस खिलाड़ी की उपलब्धि अच्छी रही?

इस तरह की तुलना हम औसत निकाल कर आसानी से कर सकते है।

इसी प्रकार दैनिक जीवन में हम कई स्थानों पर औसत का उपयोग करते हैं। जैसे –

(1) आपकी कक्षा में पढ़ने वाले विद्यार्थियों की औसत आयु 14 वर्ष है।

(2) आपका रात में सोने का औसत समय 8 घंटे है।

(3) दैनिक समाचार पत्रों का औसत मूल्य 2.50 रूपये है।

(4) कक्षा में विद्यार्थियों की औसत उपस्थिति 45 है।

(5) इस वर्ष रायपुर में औसत से कम वर्षा हुई।

उपरोक्त उदाहरणों में आप देख रहे है कि कक्षा के विद्यार्थियों की औसत आयु 15 वर्ष है। रात में सोने का औसत समय 8 घंटे है। इनसे तात्पर्य यह नहीं है कि कक्षा के प्रत्येक छात्र की आयु 14 वर्ष है या रोज़ रात में आप 8 घंटे सोते हैं। न ही यह अधिकतम या न्यूनतम है।

वास्तव में, औसत दिए गए प्रेक्षणों (आँकड़ों) के योग में प्रेक्षणों (आँकड़ों) की संख्या का भाग देने से प्राप्त होता है। इसे समान्तर माध्य भी कहते है। इसे संकेत M द्वारा दर्शाते हैं।

अतः औसत या समान्तर माध्य (Mean) (M) = $\dfrac{\text{प्रेक्षणों का योग (Sum of scores)}}{\text{प्रेक्षणों की संख्या (No. of scores)}}$

अब हम आसानी से ज्ञात कर सकते हैं कि राधा प्रतिदिन औसतन कितने जानवरों को पानी पिलाती है।

$$\text{औसत} = \frac{12+15+13+11+13+13+14}{7} = \frac{91}{7} = 13$$

अतः राधा औसतन 13 जानवरों को प्रतिदिन पानी पिलाती है।

अब आप स्वयं खिलाड़ी A व B की पारियों का समान्तर माध्य ज्ञात कर बताइए कि किस खिलाड़ी का प्रदर्शन अच्छा रहा।

क्रियाकलाप 1.(Activity 1)

आप अपने परिवार के सदस्यों की औसत आयु निकालिए।

क्रियाकलाप 2.(Activity 2)

आप अपनी अर्द्धवार्षिक परीक्षा में सभी विषयों के प्राप्तांकों का औसत निकालिए।

उदाहरण 1. एक फल की दुकान पर पांच टोकरियों में 46 किग्रा, 21 किग्रा, 18 किग्रा, 25 किग्रा. तथा 35 किग्रा. सेब रखे हैं। इनका समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

हल: समान्तर माध्य (M) = $\dfrac{\text{प्रेक्षणों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की संख्या}}$

समान्तर माध्य (M) = $\frac{46+21+18+25+35}{5} = \frac{145}{5} = 29$ किग्रा.

उदाहरण 2. प्रथम 10 प्राकृत संख्याओं का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

हल: प्रथम दस प्राकृत संख्याएँ निम्नांकित हैं –

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

$$\text{समान्तर माध्य (M)} = \frac{\text{प्रेक्षणों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की संख्या}}$$

$$\text{समान्तर माध्य (M)} = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9+10}{10}$$

$$= \frac{55}{10} = 5.5$$

बहुलक [MODE]

विद्यालय द्वारा कक्षा आठवीं के छात्रों को दीपावली अवकाश में किसी दर्शनीय स्थल के भ्रमण कराने का निश्चय किया गया। प्रधानाध्यापक ने सिरपुर, रतनपुर, जगदलपुर तथा अम्बिकापुर में से एक स्थान का चुनाव करने का निर्देश दिया। कुछ छात्र सिरपुर तो कुछ छात्र जगदलपुर जाना चाहते है। स्थान तय नहीं होने के कारण, कक्षाध्यापक द्वारा चारों स्थानों के नाम श्यामपट्ट पर लिखकर बच्चों से हाथ खड़े करवाकर टैली (गणन चिह्न) द्वारा बारम्बारता सारणी बनाई गई, जो निम्नानुसार है–

सारणी 6.1

दर्शनीय स्थल	गणना चिह्न	विद्यार्थियों की संख्या
सिरपुर	~~||||~~ ||	7
जगदलपुर	~~||||~~ ~~||||~~ |||	13
रतनपुर	~~||||~~	5
अम्बिकापुर	~~||||~~	5

सारणी बनाने के बाद कक्षाध्यापक ने कहा सर्वाधिक 13 विद्यार्थी जगदलपुर जाना चाहते हैं, अतः हमें जगदलपुर जाना चाहिए।

दैनिक जीवन में भी ऐसी कई घटनाएं होती है जिनका चयन इसी प्रकार करते हैं। जैसे – अधिकतर समान व्यक्तियों की शर्ट की माप 38 या 40 नम्बर होती हैं। अतः रेडिमेड कपड़े की दुकान में हमें 38 या 40 नम्बर की ही शर्ट आसानी से मिलती है। इससे कम या अधिक माप की शर्ट दुकान में कम रखी जाती है, क्योंकि उसकी मांग कम है। अतः कम्पनी उसी नम्बर का शर्ट अधिक बनाती है जिसकी मांग बाजार में अधिक है।

चयन का यह आधार ही बहुलक है। अर्थात् **"बहुलक दिए गये प्रेक्षणों में से वह मान है जो सर्वाधिक बार दोहराया गया हो।"** इसे संकेत M_0 द्वारा दर्शाते हैं।

उदाहरण 3. एक फुटबाल टीम के 11 खिलाड़ियों द्वारा पहने गए जूतों के नाप के नम्बर निम्न प्रकार हैं–

6, 4, 5, 6, 7, 7, 6, 5, 6, 7, 8

बहुलक ज्ञात कीजिए।

हल : दिए गये नम्बरों को आरोही क्रम में व्यवस्थित कर लिखने पर,

4, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 8

स्पष्ट है कि यहाँ 6 नम्बर सबसे अधिक बार (4 बार) आया है,

अतः बहुलक 6 होगा अर्थात् $M_0 = 6$

9FSRIK

माध्यिका [MEDIAN]

उदाहरण 4. एक कक्षा के 15 छात्रों के वार्षिक परीक्षा में पूर्णांक 100 में से प्राप्तांक निम्नानुसार हैं :–

(A) 15, 35, 16, 25, 45, 76, 90, 99, 50, 16, 57, 60, 86, 17, 95

बताइये इनमें से कितने छात्रों के अंक आधे से अधिक है। यहाँ प्राप्तांकों को देखने से तो यह स्पष्ट नहीं हो रहा है। आइए, इन्हें हम आरोही (बढ़ते) क्रम में व्यवस्थित करके देखें –

(B) 15, 16, 16, 17, 25, 35, 45, 50, 57, 60, 76, 86, 90, 95, 99

(अ) प्राप्तांकों **(A)** के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

1. दिए गए प्राप्तांकों (पदों) में मध्य पद हैं ? ....
2. मध्य पद के प्राप्तांक से कम प्राप्तांक वाले कितने पद हैं ? ....
3. मध्य पद के प्राप्तांक से अधिक प्राप्तांक वाले कितने पद हैं ? ....
4. क्या मध्य पद के प्राप्तांक से कम एवं अधिक प्राप्तांक वाले पदों की संख्या समान (बराबर) है ? ....

(ब) व्यवस्थित प्राप्तांकों **(B)** के आधार पर प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

1. व्यवस्थित प्राप्तांकों में मध्य पद के प्राप्तांक क्या हैं ? ....
2. मध्य पद के प्राप्तांक से कम प्राप्तांक वाले कितने पद हैं ? ....
3. मध्य पद के प्राप्तांक से अधिक प्राप्तांक वाले कितने पद हैं ? ....
4. क्या मध्य पद के प्राप्तांक से कम एवं अधिक प्राप्तांक वाले पदों की संख्या समान है ? ....

पदों को घटते क्रम या बढ़ते क्रम में रखने पर ही मध्य पद का निर्धारण होता है। इसी मध्य पद को माध्यिका कहते हैं।

अर्थात् **"दिए गए आँकड़ों को घटते या बढ़ते क्रम में व्यवस्थित करने पर उनके बीच वाला मान ही माध्यिका है।"** माध्यिका को संकेत M_d द्वारा दर्शाते हैं।

[A] माध्यिका ज्ञात करना जब आँकड़ों की संख्या N विषम हो :

[A] Finding the Median when the number of scores N is odd :

जब दिए गए आँकड़ों की संख्या विषम संख्या में हो, तो सर्वप्रथम उनको आरोही या अवरोही क्रम में लिखकर $M_d = \left(\frac{N+1}{2}\right)$ वाँ पद का मान ज्ञात करते हैं। प्राप्त मान ही माध्यिका है।

अर्थात् माध्यिका $M_d = \left(\frac{N+1}{2}\right)$ वाँ पद का मान   Median $M_d = \left(\frac{N+1}{2}\right)$ th item

उदाहरण 6. 3, 5, 10, 9, 8, 14, 6, 12, 13, 11, 7 की माध्यिका ज्ञात कीजिए।

हल : आँकड़ों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करके लिखने पर,

3, 5, 6, 7, 8, (9), 10, 11, 12, 13, 14 (यहाँ कुल पदों की संख्या 11 अर्थात विषम है)

$$M_d = \left(\frac{N+1}{2}\right) \text{ वाँ पद का मान} = \left(\frac{11+1}{2}\right) \text{ वाँ पद का मान} = 6 \text{ वाँ पद का मान}$$

$$\boxed{M_d = 9}$$

[B] माध्यिका, जब आँकड़ों की संख्या N सम हो :–

[B] Finding the Median when the number of scores N is even :

जब दिए गए आँकड़े सम संख्या में हों तो उन्हें आरोही या अवरोही क्रम में व्यवथित करने पर मध्य में दो संख्याएँ होती हैं। ऐसी स्थिति में हम उन दोनों मध्य संख्याओं का माध्य ज्ञात कर माध्यिका निकालते हैं।

अर्थात्
$$M_d = \frac{\left[\left(\frac{N}{2}\right) \text{ वाँ पद का मान} + \left(\frac{N}{2}+1\right) \text{ वाँ पद का मान}\right]}{2}$$

$$M_d = \frac{\left[\left(\frac{N}{2}\right) \textit{ item} + \left(\frac{N}{2}+1\right) \textit{ item}\right]}{2}$$

उदाहरण 7. बंटन 5, 9, 4, 6, 12, 8 की माध्यिका ज्ञात कीजिए।

हल : दिये गये आंकड़ों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर,

4, 5, 6, 8, 9, 12

यहाँ N = 6 (सम संख्या है)

$$\text{माध्यिका } M_d = \frac{\left[\frac{6}{2} \text{ वाँ पद का मान} + \left(\frac{6}{2}+1\right) \text{ वाँ पद का मान}\right]}{2}$$

$$M_d = \frac{\left[\frac{6}{2} \text{ वाँ पद का मान } + \left(\frac{6}{2}+1\right) \text{ वाँ पद का मान}\right]}{2}$$

$$= \frac{\text{तीसरे पद का मान } + \text{ चौथे पद का मान}}{2}$$

$$= \frac{6+8}{2} = 7$$

$$\boxed{M_d = 7}$$

प्रश्नावली 6.1 (Exercise 6.1)

प्र.1. समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

81, 74, 69, 73, 91, 55, 61

प्र.2. 50 से 70 तक की सम संख्याओं का माध्य ज्ञात कीजिए।

प्र.3. माध्यिका ज्ञात कीजिए।

4, 5, 10, 6, 7, 14, 9, 15

प्र.4. एक कक्षा के 11 छात्रों का भार (किलोग्राम में) निम्न प्रकार हैं –

25, 27, 29, 32, 30, 28, 26, 31, 35, 41, 34

इनकी माध्यिका ज्ञात करो।

प्र.5. कक्षा आठवीं के छात्रों में विज्ञान प्रतियोगिता में निम्नानुसार अंक प्राप्त किये।

83, 61, 48, 73, 76, 52, 67, 61, 79

उपरोक्त आंकड़ों से माध्यिका की गणना कीजिए।

प्र.6. दिये गये आँकड़ों से बहुलक प्राप्त कीजिए :–

7, 5, 9, 9, 3, 1, 9, 7, 5, 3, 1, 1, 9, 7, 7, 5, 5, 5, 3, 1 ,5, 3, 5, 1, 5, 7, 7, 9, 9, 1

प्र.7. निम्न बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए।

5, 3, 2, 2, 4, 5, 3, 3, 4, 3, 5, 3

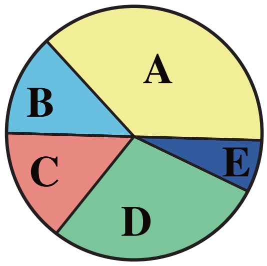
प्र.8. प्रथम पाँच विषम प्राकृत संख्याओं का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिये।

प्र.9. संख्याएँ 8,5,x,6,10,5 का माध्य 7 हैं। x का मान ज्ञात कीजिए।

पाई चार्ट (वृत्त चित्र) (Pie Chart)

क्रियाकलाप 1. (Activity 1)

किसी राज्य के A,B,C,D,E, 5 जिलों में वनों की मात्रा को वृत्ताकार रेखा चित्र द्वारा दर्शाया गया।



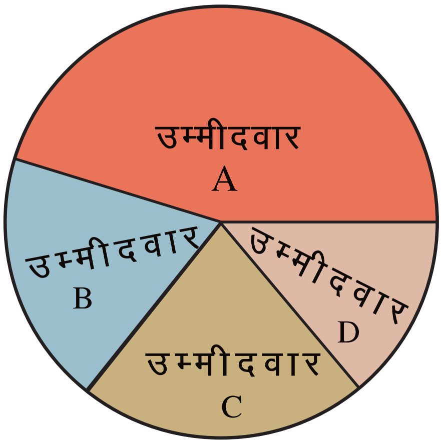
चित्र 6.2

यह मान लिया जाये कि जिस जिले में सर्वाधिक वन हैं, उस जिले में सर्वाधिक वर्षा होती है, तो क्या आप बता सकते हैं कि –

1. किस जिले में सर्वाधिक वर्षा होती है?
2. किस जिले में सबसे कम वर्षा होती है?

क्रियाकलाप 2. (Activity 2)

किसी विधानसभा चुनाव में 4 उम्मीदवार ने चुनाव लड़ा। उनके प्राप्त मतों को वृत्ताकार रेखाचित्र में दर्शाया गया है। वृत्ताकार रेखा चित्र को देखकर निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।



चित्र 6.3

1. किस उम्मीदवार को सर्वाधिक मत मिले?
2. किस उम्मीदवार को सबसे कम मत मिले?

इसका आंकलन आपने कैसे किया?

आप जानते हैं कि किसी वृत्त के केन्द्र पर बने कोणों का योग 360^o होता है। उम्मीदवार A के प्राप्त मतों का क्षेत्र केन्द्र पर सबसे बड़ा कोण बनाता है। उसी प्रकार उम्मीदवार D के मतों द्वारा घेरा गया क्षेत्र केन्द्र पर सबसे छोटा कोण बनाता है।

उदाहरण 8. जशपुर के एक विद्यालय में कक्षा 6 से कक्षा 10 तक पढ़ने वाले विद्यार्थी की संख्या निम्नांकित है। इनको वृत्ताकार लेखाचित्र में दर्शाईये।

कक्षा	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
विद्यार्थी की संख्या	216	180	150	110	64

हल: वृत्ताकार रेखाचित्र बनाने के लिए हम सबसे पहले सभी कक्षा के विद्यार्थियों की संख्या का योग करते हैं और प्रत्येक कक्षा में विद्यार्थियों की संख्या के लिए वृत्त के केन्द्र पर बनने वाले कोण का मान ज्ञात करते है।

कुल विद्यार्थी $= 216 + 180 + 150 + 110 + 64 = 720$

सम्पूर्ण वृत्त 720 छात्रों का प्रतिनिधित्व करता है।

∴ 720 छात्रों के लिए इस वृत्त के केन्द्र पर कोण बनाया जाता है $=360^\circ$

∴ एक छात्र के लिए केन्द्र पर बना कोण $=\frac{360^\circ}{720}$

∴ 216 छात्रों के लिए $=\frac{360^\circ}{720}\times 216$

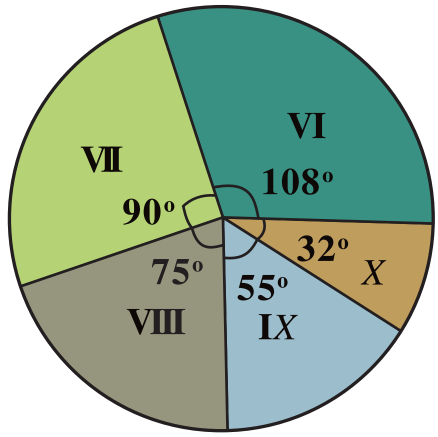
अतः कक्षा 6 के छात्रो के लिए बना कोण $=\frac{360^\circ}{720}\times 216 = 108^\circ$

कक्षा 7———,,——— $=\frac{360^\circ}{720}\times 180 = 90^\circ$

कक्षा 8———,,——— $=\frac{360^\circ}{720}\times 150 = 75^\circ$

कक्षा 9———,,——— $=\frac{360^\circ}{720}\times 110 = 55^\circ$

कक्षा 10———,,——— $=\frac{360^\circ}{720}\times 64 = 32^\circ$



चित्र 6.4

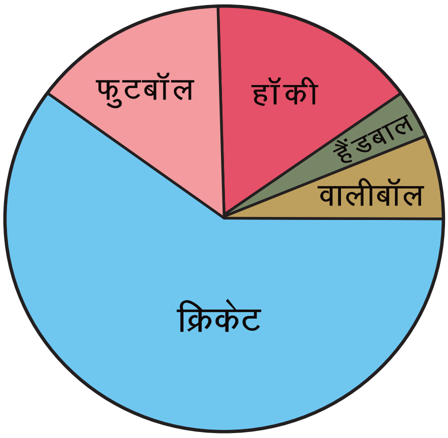
कोण ज्ञात करने के बाद किसी भी त्रिज्या का वृत्त बनाकर इसे एक–एक त्रिज्या खण्ड़ द्वारा चित्रानुसार (चित्र 6.4) निरूपित करेंगे।

उदाहरण 9. कक्षा आठवीं के 100 छात्रों की विभिन्न खेलों में रूचि(प्रतिशत में)निम्नानुसार है–

सारणी 6.2

खेल का नाम	खेलो में रूचि (%)	केन्द्रीय कोण
क्रिकेट	65	$\frac{65}{100}\times 360^\circ = 234^\circ$
फुटबॉल	15	$\frac{15}{100}\times 360^\circ = 54^\circ$
हॉकी	10	$\frac{10}{100}\times 360^\circ = 36^\circ$
हैंडबाल	3	$\frac{3}{100}\times 360^\circ = 11^\circ$
वालीबॉल	7	$\frac{7}{100}\times 360^\circ = 25^\circ$
कुल छात्रों की संख्या	100	कुल केन्द्रीय कोण 360^0

ग्राफीय निरूपण –



चित्र 6.5

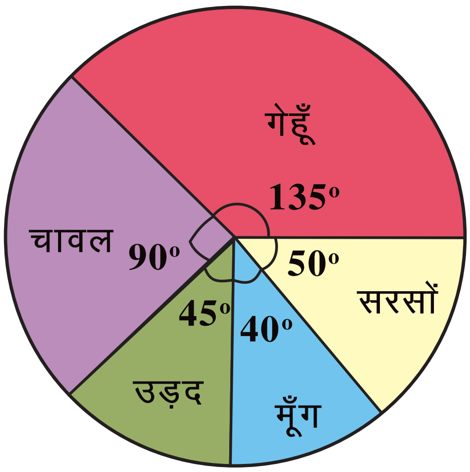
उपर्युक्त उदाहरणों में आंकड़ों को वृत्त के माध्यम से दर्शाया गया है।

> **यदि आंकड़ों को वृत्त के त्रिज्याखण्डों द्वारा दिखाया जाता है तो इसे पाई चार्ट (वृत्त चित्र या वृत्ताकार लेखाचित्र) कहा जाता है।**

क्रियाकलाप 3.

आप कक्षा सातवीं की परीक्षा में विभिन्न विषयों के आपके प्राप्तांकों का पाई चार्ट बनाइये।

उदाहरण 10. एक किसान के खेत में गत वर्ष पैदा हुई फसलों को वृत्ताकार लेखाचित्र द्वारा दर्शाया गया। यदि फसलों की कुल पैदावार 720 क्विंटल हुई हो तो प्रत्येक फसल की पैदावार का मान ज्ञात कीजिए।



चित्र 6.6

हल: फसल की कुल पैदावार = 720 क्विंटल

$\therefore$ 360° = 720 क्विंटल

$\therefore$ $1^\circ = \frac{1^\circ}{360^\circ} \times 720$ क्विंटल

$\therefore$ $135^\circ = \frac{135^\circ}{360^\circ} \times 720$ क्विंटल

अतः गेहूँ की पैदावार $= \frac{135^\circ}{360^\circ} \times 720 = 270$ क्विंटल

चावल की पैदावार $= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times 720 = 180$ क्विंटल

उड़द की पैदावार $= \frac{45^\circ}{360^\circ} \times 720 = 90$ क्विंटल

मूंग की पैदावार $= \frac{40^\circ}{360^\circ} \times 720 = 80$ क्विंटल

सरसों की पैदावार $= \frac{50^\circ}{360^\circ} \times 720 = 100$ क्विंटल

प्रश्नावली 6.2

प्र.1. गीता द्वारा गणित की छः माहों की मासिक जांच परीक्षा में प्राप्तांक निम्नानुसार हैं –

महीनों के नाम	जुलाई	अगस्त	सितम्बर	अक्टूबर	नवम्बर	दिसम्बर
प्राप्तांक 100 में	40	45	65	35	55	60

उपर्युक्त आंकड़ों से पाई–चार्ट (वृत्ताकार लेखाचित्र) बनाइये।

प्र.2. एक परिवार की मासिक आय 12000 रु. है। परिवार को मासिक खर्च निम्नानुसार है, दिये गये आंकड़ों से पाई चार्ट बनाइये।

क्र.सं.	मद	खर्च किये जाने वाली राशि (रूपयों में)
1.	मकान किराया	1500
2.	भोजन	6000
3.	शिक्षा	1200
4.	मनोरंजन	1800
5.	स्वास्थ्य	1500

प्रायिकता (Probability)

आज स्कूल की छुट्टी होने वाली थी कि अचानक तेज बारिश शुरू हो गई। बच्चे सोच रहे थे कि ऐसी तेज बारिश में घर कैसे जाए। तभी मीना ने अनु से कहा कि अक्टूबर माह में इस बारिश की संभावना तो नहीं थी। अनु ने कहा कि संभावना नहीं थी ऐसी बात नहीं है, संभावना कम थी। जैसे जुलाई के महिने में बारिश होने की संभावना ज्यादा होती है वैसे ही अक्टूबर या अप्रेल में बारिश की सम्भावना बहुत कम होती है।

दैनिक जीवन में कई स्थानों पर संभावना का उपयोग किया जाता है, जैसे दो दलों के बीच खेल में कौन जीतेगा, यह मालूम नहीं होता परन्तु अच्छे दल के जितने की संभावना अधिक होती है। नीचे कुछ परिस्थितियाँ दी गई हैं। उनके घटने की संभावना अधिक है या कम, लिखिए–

1. पोलियो की दवा पिलाने पर पोलिया होने की संभावना . . . .
2. धूम्रपान से फेफड़े का केन्सर होने की संभावना . . . .
3. जहाँ वृक्ष अधिक होते हैं वहाँ वर्षा होने की संभावना . . . .

4. गाड़ी धीरे चलाने पर दुर्घटना होने की संभावना . . . .

5. वर्षा ऋतु में साँप दिखने की संभावना . . . .

ऊपर की सभी संभावनाओं का पता आपने या किसी और व्यक्ति ने आँकड़ों की सहायता से लगाया है। जैसे पोलियो की दवा नहीं पिलाने पर पोलियो होने की सम्भावना अधिक होती है। आँकड़े बताते हैं कि अधिकतर दुर्घटना गाड़ी की तेज रफ्तार के कारण होती है।

आइए, संभावना का अनुमान लगाने का प्रयास करें–

क्रियाकलाप 4.

दो डिब्बे लीजिए। उनमें क्रमशः A और B लिखिए। कागज के समान आकार के 25 टुकड़े लीजिए। उनमें से 10 टुकड़ों पर Y लिखिए तथा 15 टुकड़ों पर X लिखिए। सभी टुकड़ों को एक समान मोड़कर अलग–अलग ढेरी में रखिए। एक डिब्बे में X लिखे पाँच व Y लिखे पाँच टुकड़े तथा दूसरे डिब्बे में 5, X तथा 10, Y लिखे हुए टुकड़े लें।

डिब्बे में टुकडों को डालकर अच्छी तरह से हिलाएँ, जिससे दोनों प्रकार के टुकड़े भली भांति मिल जाए। अब अपने साथियों से दोनों डिब्बों में से एक–एक कागज का मुड़ा हुआ टुकड़ा आँख बंद कर उठाने को कहिए तथा उसके द्वारा निकाले गए टुकड़ों में X लिखा है या Y, नोटकर पुनः उस टुकड़े को वापस वैसा ही मोड़ कर डिब्बे में डालकर अच्छी तरह से हिलाएँ तथा दूसरे सभी साथियों के लिए यही प्रक्रिया दोहरायें तथा प्राप्त परिणाम नीचे दी गई सारणी में भरिए–

सारणी–6.3

क्र.सं.	नाम	A डिब्बे में से निकाले गए कागज के टुकड़े पर लिखा गया अक्षर	B डिब्बे में से निकले गए कागज के टुकड़े पर लिखा गया अक्षर
1			
2			
3			
4			
		A डिब्बे से निकले कुल $X =$ A डिब्बे से निकले कुल Y =	B डिब्बे से निकले कुल $X =$ B डिब्बे से निकले कुल Y =

अब सारणी देखकर बताइये कि –

किस डिब्बे में से X लिखा हुआ टुकड़ा आने की संभावना अधिक है? तथा क्यों?

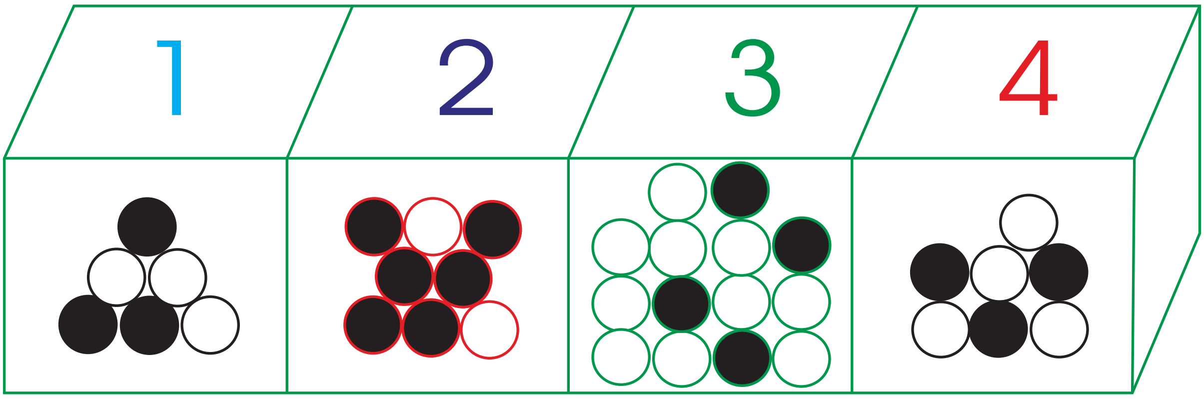
प्रश्न को हल करते हुए सुरेश ने कहा– B डिब्बे में कुल 15 कागज़ के टुकड़े हैं जिनमें से 5 में X लिखे हैं और 10 में Y, चूँकि Y लिखे हुए टुकड़े अधिक हैं, इसलिए Y के आने की संभावना अधिक है।

तभी रानी ने पूछा ''तो क्या A डिब्बे में से X और Y आने की संभावना समान है?''

रानी के प्रश्न का उत्तर आप भी सोचिए और सोचकर कारण सहित उत्तर अपनी कॉपी में लिखिए।

क्रियाकलाप 5.

चित्र में दिए गए बॉक्सों में सफेद (W) और काले (B) रंग की गेंदें रखी हुई हैं। बॉक्स में से यदि बिना देखे कोई एक गेंद निकालनी हो, तो नीचे दिए गए संभावनाओं से संबंधित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।



चित्र 6.7

प्र.1 गेंद सफेद हो, इस बात की संभावना किस बाक्स में सर्वाधिक है?

प्र.2 गेंद काली हो, इस बात की संभावना किस बाक्स में सर्वाधिक है?

प्रश्नों के उत्तर ज्ञात करने के लिए रानी ने एक सारणी बनायी–

सारणी 6.4

बाक्स क्र.	सफेद गेंदों की संख्या	काले गेंदों की संख्या	कुल गेंदों की संख्या
1	3	3	6
2	2	6	8
3	10	4	14
4	4	3	7

रानी द्वारा बनाए गए सारणी को देखकर सुरेश ने कुछ इस प्रकार निष्कर्ष निकाले–

1. बाक्स क्र. 1 में कुल 6 गेंदों में से 3 गेंदें काली हैं और 3 गेंदें सफेद हैं इसलिए दोनों गेंदों के आने की संभावना समान है।
2. बाक्स क्र. 2 में कुल 8 गेंदों में से 2 गेंदें सफेद हैं तथा 6 गेंदें काली हैं, इसलिए काली गेंद आने की संभावना अधिक है।
3. बाक्स क्र. 3 में कुल 14 गेंदों में से 10 गेंदें सफेद हैं तथा 4 गेंदें काली हैं, अतः सफेद गेंद आने की संभावना अधिक है।
4. बाक्स क्र. 4 में कुल 7 गेंदों में से 4 गेंदें सफेद है तथा 3 गेंदें काली है, अतः सफेद गेंद के आने की संभावना अधिक है।

सुरेश द्वारा सोचा गया उत्तर तो सही है, परंतु उसे यह समझ में नहीं आ रहा था कि बॉक्स क्र. 3 में कुल 14 में से 10 सफेद गेंदे है तथा बाक्स क्र. 4 में कुल 7 में से 4 सफेद गेंदे है, तो किस बॉक्स में से सफेद गेंद खींचने की संभावना ज्यादा है?

मेरी ने सुझाया – इसे अगर भिन्न के रूप में देखा जाए तो कैसा रहेगा, जैसे कि – 14 में से 10 = $\frac{10}{14}$ और 7 में से 4 = $\frac{4}{7}$, इन दोनों भिन्न संख्याओं की तुलना करने पर–

$\frac{10}{14}=\frac{10}{14}$ और $\frac{4}{7}=\frac{4\times2}{7\times2}=\frac{8}{14}$ (सम हर बनाने पर) इस प्रकार

$\frac{10}{14}$ और $\frac{8}{14}$ में से $\frac{10}{14}$ बड़ी संख्या है। अतः कुल 14 गेंदों में से 1 गेंद खींचने पर सफेद आने की संभावना कुल 7 में से 1 गेंद खींचने पर सफेद आने की संभावना से ज्यादा होगी।

फैसला सिक्का उछाल कर करना– Taking a decision by tossing a coin-

आपने देखा होगा कि क्रिकेट मैच के प्रारंभ में कप्तान सिक्को की उछाल (Toss) अपने पक्ष में आने पर पहले बल्लेबाजी या गेंदबाजी का निर्णय लेते हैं।

क्या आप कुछ ऐसे उदाहरण सोच सकते हैं जिनमें निर्णय सिक्का उछालकर कर लिया जा सकता हो?

क्रियाकलाप 6.

आइए एक क्रियाकलाप करके देखें–

एक सिक्का लीजिए और बारी–बारी से आप सभी उछालिए तथा सिक्का जमीन में गिरने के बाद चित आता है या पट निम्न तालिका में नोट कीजिए–

सारणी 6.5

क्र.सं.	विद्यार्थी का नाम	क्या आया चित/पट
1		
2		
3		
4		

तालिका देख कर बताइए–

1. क्या चित और पट लगातार एक के बाद एक आते हैं?
2. क्या चित और पट की कुल संख्या लगभग समान है?
3. किसी सिक्के को उछालने पर चित या पट में से किसके आने की संभावना ज्यादा है?

आपने ध्यान दिया होगा कि एक सिक्के में दो पक्ष होते है– एक चित और दूसरा पट। इस प्रकार कुल दो पक्ष में से चित के आने की संभावना 2 में से 1 है या $\frac{1}{2}$ है। उसी प्रकार कुल दो पक्षों में से पट के आने की संभावना भी 2 में से 1 अर्थात $\frac{1}{2}$ होगी।

किसी बाक्स में यदि 3 गेंदे क्रमशः लाल, पीला और सफेद रंग की हों और उनमें से आँख बंद कर एक गेंद निकाली जाए तो गेंद के लाल होने की संभावना कुल तीन गेंदों में से 1 लाल गेंद के आने की संभावना के तुल्य होगी अर्थात् यह $\frac{1}{3}$ होगी। इसी प्रकार निकाली गई एक गेंद पीली हो, उसकी संभावना भी $\frac{1}{3}$ होगी और उसके सफेद होने की संभावना भी $\frac{1}{3}$ होगी।

अब तो आप समझ ही चुके होंगे कि संभावना को भी मापा जा सकता है तथा "**किसी घटना के घटित होने की संभावना को मापना प्रायिकता कहलाता है।**

आइए, कुछ उदाहरणों के माध्यम से और अधिक जानें –

उदाहरण 11. ताश की गड्डी से यदि आपको आँख बंद कर हुकुम का एक पत्ता निकालने को कहा जाए, तो उसको निकालने की प्रायिकता (संभावना) क्या होगी?

हलः चूँकि ताश की गड्डी में कुल 52 पत्ते होते हैं, जिनमें से 13 पत्ते हुकुम के होते हैं,

अतः हुकुम का एक पत्ता निकालने की प्रायिकता = 52 में से 13 अर्थात् $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

उदाहरण 12. किसी पासे के एक उछाल में शीर्ष पर तीन आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हलः पासे में कुल 6 फलक होते हैं जिनमें क्रमशः 1, 2, 3, 4, 5 व 6 बिन्दु अंकित होते है।

अतः शीर्ष पर तीन आने की प्रायिकता = 6 में से 1

$$= \frac{1}{6}$$

(क्योंकि छः फलकों में से केवल एक फलक में ही तीन बिन्दु अंकित होता है।)

उदाहरण 13. एक थैले में तीन सफेद, पाँच लाल और आठ काली गेंदे हैं। उनमें से एक लाल गेंद निकालने की संभावना क्या होगी?

हलः थैले में कुल गेंद = 3 सफेद + 5 लाल + 8 काली = 16

थैले में से एक लाल गेंद निकालने की संभावना 16 में से 5 होगी, क्योंकि थैले में कुल 5 गेंदे लाल हैं, अर्थात्

एक लाल गेंद निकालने की प्रायिकता (संभावना) = $\frac{5}{16}$

उदाहरण 14. ताश की गड्डी में से बिना देखे एक पत्ता खींचा जाता है। उस पत्ते के बादशाह होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल: ताश की गड्डी में कुल पत्तों की संख्या = 52

ताश की गड्डी में बादशाह की संख्या = 4

ताश की गड्डी से एक पत्ता खींचने पर चारों बादशाह में से कोई भी एक बादशाह बाहर आ सकता है।

अतः बादशाह होने की प्रायिकता = 52 में से 4

$$= \frac{4}{52}$$

$$= \frac{1}{13}$$

प्रश्नावली 6.3

1. ताश की गड्डी से ईंट का एक पत्ता खींचने की प्रायिकता क्या होगी?
2. एक थैले में 6 सफेद, 11 लाल और 7 नीले रंग की गेंदे हैं। उस थैले में से एक सफेद गेंद निकालने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए?
3. एक घुड़दौड़ प्रतियोगिता में कुल पाँच प्रतिभागी हैं। उनके जीतने की संभावना ज्ञात कीजिए?
4. एक टोकरी में 10 सेब, 8 अनार और 12 अमरूद हैं तो टोकरी में से एक सेब निकालने की प्रायिकता क्या होगी?
5. पासे के एक उछाल में उसके शीर्ष पर सम संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए?
6. यदि एक सिक्का उछालें तो उसमें चित आने की संभावना ज्ञात कीजिए और पट आने की संभावना भी ज्ञात कीजिए।

हमने सीखा (We have learnt)

1. औसत (माध्य) वह एकमात्र अंक है, जो आंकड़ों के समूहन को प्रदर्शित करता है।
2. $$\text{समान्तर माध्य} = \frac{\text{समस्त आंकड़ों का योगफल}}{\text{आंकड़ों की कुल संख्या}}$$
3. माध्यिका ज्ञात करते समय आंकड़ों को घटते या बढ़ते क्रम में रखा जाता है।
4. माध्यिका घटते या बढ़ते क्रम में व्यवस्थित आंकड़ों के समूहन के मध्य का अंक होता है।
5. (i) $M_d = \frac{N+1}{2}$ वाँ पद (जब N विषम संख्या हो)

   (ii) $$M_d = \frac{\left[\left(\frac{N}{2}\right)\text{ वाँ पद} + \left(\frac{N}{2}+1\right)\text{ वाँ पद}\right]}{2}$$ (जब N सम संख्या हो)
6. आंकड़ों में सर्वाधिक बारम्बारता वाला आंकड़ा बहुलक होता है।
7. किसी घटना के घटित होने की संभावना ही उसकी प्रायिकता है।

9GBILV