

अध्याय-11

सरल समीकरण

11.1 बौद्धिक खेल

अंजू, अफसाना, मुन्ताज एवं मुकर अपने बग फक्ष में साथियों के साथ एक बौद्धिक-खेल खेल रहे थे। खेल में अंजू ने मुन्ताज से कोई संख्या रोक्ने को कहा। सोची हुई संख्या में 5 से गुणा करके गुणनफल में 4 जोड़ना और परिणाम बताने को कहा।



मुन्ताज ने कहा परिणम 29 है। अंजू ने दुरंत बताया कि सोची गई संख्या 5 है। मुन्ताज ने कहा मैंने 5 ही सोचा था।

मुन्ताज और बग के सभी चरण आश्चर्यचकित रह गए और सोचने लगे कि क्या अंजू जादू जगती है? आखिर अंजू ने मुन्ताज के मन में सोची गई संख्या को कैसे जान लिया? अफसाना का कुछ शंका हुई। अंजू से कहा मैंने एक ओर संख्या सोची है, उसे बता दो। अंजू ने बड़ी प्रकिया दोहराई। और परिणाम जगना चला। अफसाना ने कहा परिणाम 154 है। अंजू ने पुरत कहा सोची गई संख्या 30 है।

प्रत्येक व्यापेक यह जगना चाहता था कि आखिर अंजू ने सोची गई संख्या को कैसे जग लिया। क्या आप बरा बख्ते है अंजू ने अक्षर संख्या (सोची गई संख्या) को कैसे जग किया।

आइये हम इरी रानजने का प्रयारा करे।

मुन्ताज ने कोई संख्या सोची को संख्या 1, 2, 3..... में से कुछ भी हो सकने है। वह संख्या हमें जगत नहीं है। अतः एसी संख्या क लिए इन एक चर (x) लेने हं (चर के रूप में हम कोई अक्षर संकत ले सकते हैं)। अब x नं 5 से गुण करके 4 जोड़ने पर प्रप्त व्यंजक $(5x-4)$ है, जो 29 के बराबर है।

अर्थात् $5x + 4 = 29$

व्यंजक $(5x+4)$ में x का मान यदि 1 हो तो

$$\begin{aligned}\text{व्यंजक} &= 5 \times 1 + 4 \\ &= 5 + 4 \\ &= 9\end{aligned}$$

यदि $x = 2$ हो तो व्यंजक $= 5 \times 2 + 4 = 14$

यदि $x = 3$ तो व्यंजक $5 \times 3 + 4 = 19$

यदि $x = 4$ तो व्यंजक $= 5 \times 4 + 4 = 24$

यदि $x = 5$ तो व्यंजक $= 5 \times 5 + 4 = 29$

अतः सक्त परिस्थिति न हम देखते हैं कि प्रत्येक अलग x के मान के लिए परिणाम अलग आता है और नुसतान के द्वारा सही गई संख्या 6 के लिए परिणाम 29 है होगा। समझते हैं कि खेल खेलते समय खंजू ने इन संख्याओं का जल्द ध्यान न रखा होगा। हमने अब तक दो व्यंजक $5x - 4$ एवं 29 देखे हैं और वे आपस में बराबर भी हैं। ऐसे दो व्यंजक जिनके बीच बराबर $(=)$ का चिह्न होता है समीकरण कहलाता है। समीकरण में यदि के बाईं ओर के व्यंजक को समीकरण का बायाँ पक्ष (Left Hand Side) एवं बाहिने ओर के व्यंजक को समीकरण का दायाँ पक्ष (Right Hand Side) कहलाता है। यदि LHS एवं RHS के बीच बराबर $(=)$ के अलावा कोई अन्य चिह्न हो तो वह समीकरण नहीं होता है। जैसे— $5x - 4 < 29$ एक समीकरण नहीं है। समीकरण के लिए अन्य अनिवार्य एक बात यह है कि दोनों पक्षों में से किसी पक्ष में एक अज्ञात राशि अवश्य होनी चाहिए। समीकरण के RHS व LHS को आपस में बदल देने पर समीकरण वही रहता है। जैसे— $5x + 4 = 29$ या $29 = 5x + 4$

11.2 एक चर वाले (रेखिक) समीकरण

इस प्रकार देखते हैं कि समीकरण वास्तव में व्यंजकों के चरों पर एक शर्त होता है और चर के वैशेष नाम के लिए समीकरण के दोनों पक्ष आपस में बराबर होते हैं। इन व्यंजक बनाना जानते हैं, आइये व्यंजकों का कुछ शर्त से जोड़कर समीकरण बनाते हैं।

1. एक संख्या का 6 गुना 30 है।
यदि मान लें कि वह संख्या x है तो
संख्या का 6 गुना $= 6x$
संख्या का 6 गुना 30 के बराबर है
अतः $6x = 30$ (यह एक समीकरण हुआ)

2. किसी संख्या का दोगुना उस संख्या के 5 गुने से 21 कम है।

यदि मान लें कि संख्या x है तो

संख्या का 2 गुना $= 2x$, संख्या का 5 गुना $= 5x$

संख्या के 5 गुना से 21 कम $= 5x - 21$

संख्या का दो गुना यानी $2x$, संख्या के 5 गुनी से 21 कम के बराबर है

अतः $2x = 5x - 21$ (यह एक समीकरण है।)

आइये कुछ समीकरण बनायें

(a) किसी संख्या का तिगुना 17 के बराबर है।

(b) स्नील की वर्तमान उम्र उसके 2 साल पहले के उम्र की तिगुनी है।

(c) अजुन एवं उसके भाई के उम्र का योग 23 है। यदि अजुन की उम्र 10 है तो उसके भाई की उम्र को m मानके हुए कथन को समीकरण में लिखिये।

जिन समीकरणों में एक बार होता है वह एक चर वाला समीकरण कहलाता है, दो या तीन चर होने पर वह दो या तीन चर वाला समीकरण कहलाता है।

11.3 समीकरण के हल

आइये हम कुछ समीकरण के उदाहरण के लें। गुणताज के द्वारा सोची - ई संख्या को x मानने पर बना समीकरण $5x + 4 = 29$ है। यह समीकरण $x = 1$ के लिए L.H.S. \neq R.H.S.

$$\therefore \text{LHS} = 5 \times 1 + 4 = 9$$

$$\text{RHS} = 29$$

इस प्रकार $x = 2, 3$ एवं 4 के लिए

LHS / RHS है?

किन्तु $x = 5$ के लिए $\text{LHS} = 5x + 4 = 5 \times 5 + 4$

$$= 25 + 4$$

$$= 29$$

$$= \text{RHS}$$

यानी $x = 5$ के लिए दोनों पक्ष बराबर हैं। अतः x के ऐसे मान जिसके लिए समीकरण का बाएँ पक्ष एवं दाहिने पक्ष बराबर होता है समीकरण का हल होता है।

समीकरण का हल, समीकरण के पदों की संख्या एवं उनके घात पर भी निर्भर करता है।

एक घात वाले समीकरण में चर का महत्त्व बात 1 है। ऐसे समीकरण को रैखिक समीकरण भी कहते हैं। अतः यह स्पष्ट होता है कि उदाहरण में रैखिक समीकरण का हल निकालकर मुनत्तज क द्वारा सोची गई संख्या का पता लगा लिया।

प्रश्नावली—11.1

1. संजू और कैलाश कंचे खेल रहे थे। संजू के पास x कंचे थे जबकि कैलाश के पास उसके बुगुने से 5 अधिक थे।

$$\text{संजू के कंचे} = x$$

$$\text{कैलाश के कंचे} = 2x + 5$$

वताइय—

- (i) यदि संजू के पास 5 कंचे हों तो कैलाश के पास कितने कंचे होंगे?
- (ii) यदि संजू के 8 कंचे हों तो कैलाश के कंचों की संख्या क्या होगी?
- (iii) यदि संजू के 17 कंचे हों तो कैलाश के कंचों की संख्या?
- (iv) यदि कैलाश के पास 23 कंचे हों तो संजू के कंचों की संख्या क्या होगी?
- (v) यदि कैलाश के पास 55 कंचे हों तो संजू के पास कितने कंचे होंगे?
- (vi) इन स्थितियों को करण के बाद तुम क्या निष्कर्ष निकाल सकते हो?

2. निम्न में जो समीकरण है, उस पर घेरा लगाइये।

$$x + 2 = 5$$

$$3x$$

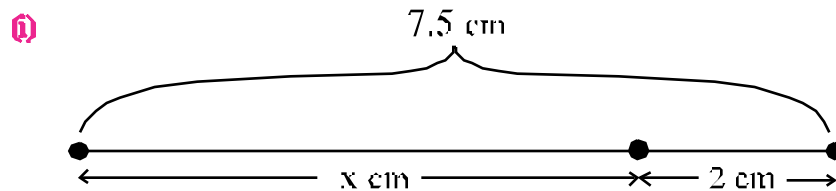
$$x = 5$$

$$x^2 + 5$$

$$4y - x$$

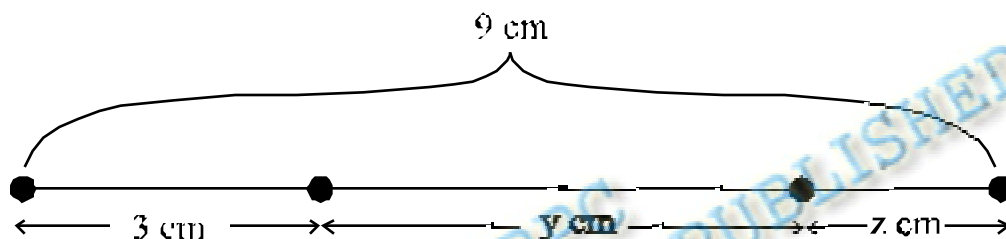
$$4x - 5 > 50$$

3. ठीक विकल्प पर सही का निशान (✓) लगाइये।



दिए गए रेखाखण्ड की लंबाई निम्न में से कौन होगी?

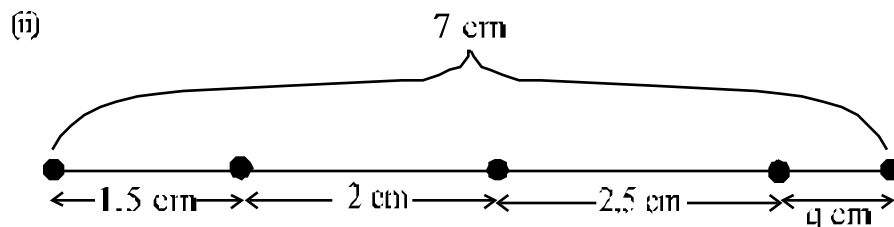
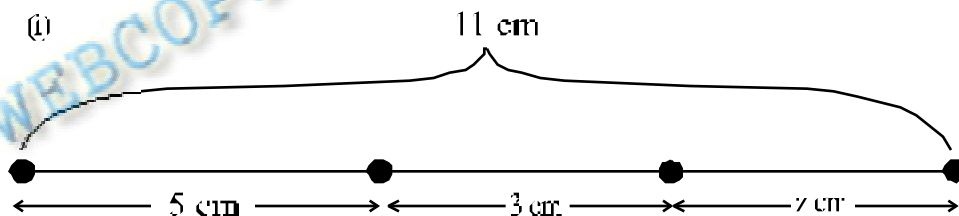
- (a) $x - 2$ (b) $x - 2$ (c) 7.5
 (d) $x - 7.5$ (e) $x - 7.5$ (f) $7.5 - x$

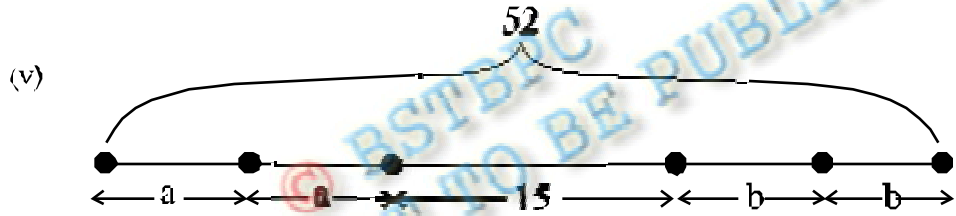
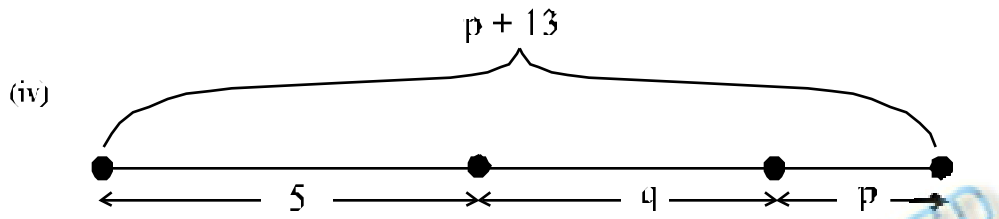
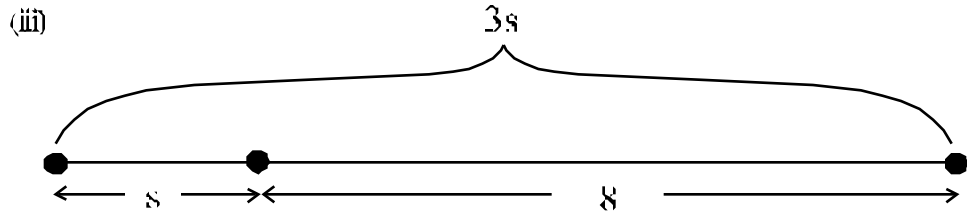


(ii) उपर्युक्त चित्र के आधार पर बताइये निम्न में से कौन सा सम्बन्ध सही है?

- (a) $3 + y - z = 9$ (c) $3 + y + z < 9$
 (b) $3 + y + z > 9$ (d) $3 + y + z = 9$

4. नीचे दिए गए रेखाखण्डों के लिए उपयुक्त समीकरण बनाइये।





5. निम्न कथनों को समीकरण रूप में लिखिये।

(i) किसी संख्या में 6 जोड़ने पर 37 प्राप्त होता है।

(ii) किसी संख्या में 9 जोड़ने पर 25 प्राप्त होता है।

(iii) किसी संख्या में $\frac{\square}{\square}$ बढ़ाने पर $\frac{\square\square}{\square}$ प्राप्त होता है।

(iv) किसी संख्या के दुगुने में से 1 कम करने पर 13 प्राप्त होता है।

(v) किसी संख्या के पाँचवें भाग में से 5 घटाने पर 33 प्राप्त होता है।

(vi) किसी संख्या के एक तिहाई हिस्से में 70 जोड़ने से दुगुनी संख्या प्राप्त होती है।

6. नीचे दिए गए समीकरणों के सामने दिए गए x के मान से समीकरण सन्तुष्ट है अथवा नहीं? लिखिये।

	x के मान	हाँ / नहीं	
(i)	$x + 2 = 7$	$x = 5$	-----
(ii)	$\frac{7x}{2} = 21$	$x = 8$	-----
(iii)	$2x - 3 = 19$	$x = 4$	-----
(iv)	$\frac{5x - 2}{4} = 2$	$x = 2$	-----

अपने साथियों से चर्चा भी कीजिए कि x के कौन से मान से समीकरण सन्तुष्ट होता है।

7. सारणी में दिए गए मान से निम्न समीकरण हल कीजिये तथा बताइये कि किस मान के लिए समीकरण के दोनों पक्ष बराबर हैं?

$x - 2 = 3x - 8$

x का मान	बायाँ पक्ष $x - 2$	दायाँ पक्ष $3x - 8$
0		
1		
2		
3		

$x =$ _____

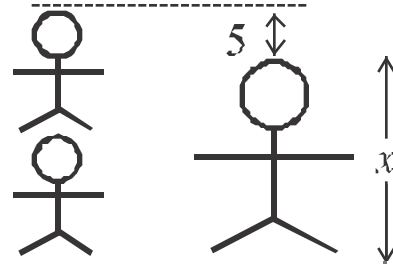
8. समीकरण के सामने दिए x के विभिन्न मान समीकरण में रख कर जाँच कीजिये कि सही हल क्या है और उस पर गोला लगाइये।

- (i) $3x - 1 = -4$ \rightarrow $x = 1, 0, -1, 2$
- (ii) $4x = -12$ \rightarrow $x = 3, 2, -3, 1$
- (iii) $\frac{3x - 1}{2} = 1$ \rightarrow $x = -1, 5, 4, 1$

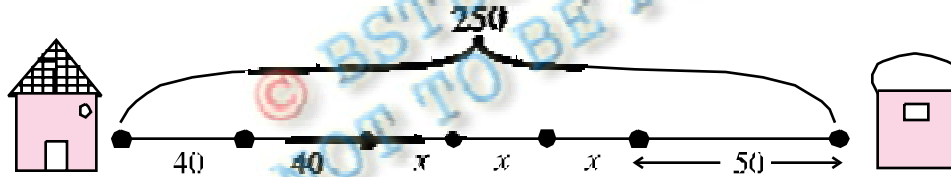
- (iv) $9x^2 - 9 \rightarrow x = -1, -1, 2, 3$
 (v) $-2x + 5 = 13 \rightarrow x = 4, -4, 2, -2$

9. नीचे दी गई परिस्थितियों के लिए उपयुक्त समीकरण बनाइये

- (i) निशू का कद 80 सेमी. है। उसकी माताजी उसके कद के दुगुने से 5 सेंमी. कम है।



- (ii) सरोज एक घर से डाकघर की दूरी 250 मीटर है। वह अपनी साइकिल पर घर से डाकघर के लिए निकलते हैं। प्रारम्भ के 2 मिनट तक वह अपनी साइकिल 40 मीटर प्रति मिनट एवं अगले 3 मिनट तक x मीटर प्रति मिनट की गति से चलती है। इसका कद भी 50 मीटर की दूरी भवती है।



10. निम्न समीकरण को कथन रूप में लिखिये-

- (i) $x - 5 = 7$ (ii) $x + 2 = 3$ (iii) $2x = 4$
 (iv) $\frac{x}{3} = 5$ (v) $\frac{x+1}{8} = 5$

11.4 एक समीकरण को हल करना या हल ज्ञात करना

आइये हम भी जानने का प्रयत्न करें कि कैसे अंजू ने अज्ञात संख्या ज्ञात कर लिया। समीकरण का हल ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित तथ्यों का ध्यान न रखना चाहिए। इस

- (i) संख्यात्मक राशिका पर चिह्न कीजिए-

$$7 - 4 = 3 \quad | \quad \cdot$$

यह सत्य है क्योंकि दोनों पक्षों का मान बराबर है अर्थात् दोनों ओर हल करने पर 3 प्राप्त होता है।

आइए दोनों पक्षों में 5 जोड़ते हैं। क्या कोई अन्तर पड़े?

$$7 - 4 - 5 = 2 - 1 + 5$$

बायें पक्ष $7 - 4 - 5 = 3 - 5 = 8$

दायें पक्ष $2 - 1 - 5 = 8$

निःसंदेह कोई अंतर नहीं आया क्योंकि समीकरण भी एक समिका ही है तथा उससे ही जीव पद किसी न किसी संख्या को निरूपित करते हैं। अतः समीकरण के दोनों पक्षों में हम समान संख्या जोड़ या घटा सकते हैं, इससे परिणाम प्रभावित नहीं होते हैं।

(ii) क्या दोनों ओर गुणा करने से अन्तर पड़ेगा?

$$(7 - 4) \times 2 = (2 - 1) \times 2$$

बायें पक्ष $3 \times 2 = 6$, दायें पक्ष $3 \times 2 = 6$, स्पष्ट है गुणा करने से भी अन्तर नहीं आता, ऊपरी भाग करके देखें। अतः समीकरण में शून्य के अलावा कोई अन्य संख्या से हम दोनों पक्षों में गुण या भाग कर सकते हैं। इससे समीकरण के दोनों पक्षों का मान समान ही रहता है।

मान लीजिए हम नियत द्रव घोलन नहीं करते और निम्न-भिन्न संख्या जोड़ते हैं तब क्या होगा—

$$7 - 4 + 3 = 2 + 1 + 5$$

बायें पक्ष $= 7 - 4 + 3 = 3 - 3 = 6$ एवं दायें पक्ष $2 + 1 - 5 = 3 + 5 = 8$ जो कि बराबर नहीं है। अतः अलग-अलग संख्या नहीं जोड़ सकते।

क्या हम एक तरफ जोड़ व दूसरी तरफ घटा कर सकते हैं, जाँच कीजिए।

और इस तरह जिस तरफ का मान बढ़ा करना है उसको बराबर दिश के एक तरफ करते हैं।

एक उपयुक्त विधि का सहारा लेकर हम अंजू द्वारा किये गये हल को देखें।

अंजू का समान एक समीकरण है $5x - 4 = 29$

समीकरण के दोनों पक्षों में से हम 4 घटाते हैं।

इस प्रकार नया बायें पक्ष $= 5x + 4 - 4 = 5x$

$$\text{नया चतुर्थ पद} = 29 - 4 = 25$$

दोनों पक्षों में समान राशि घटाई गई है। अतः नया समीकरण $5x = 25$

अब दोनों पक्षों में 5 से भाग करते हैं।

$$\text{इस प्रकार नया समीकरण } 5x : 5 = 25 : 5$$

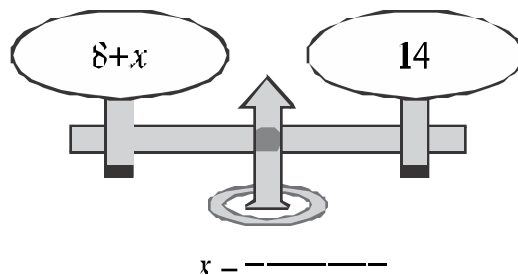
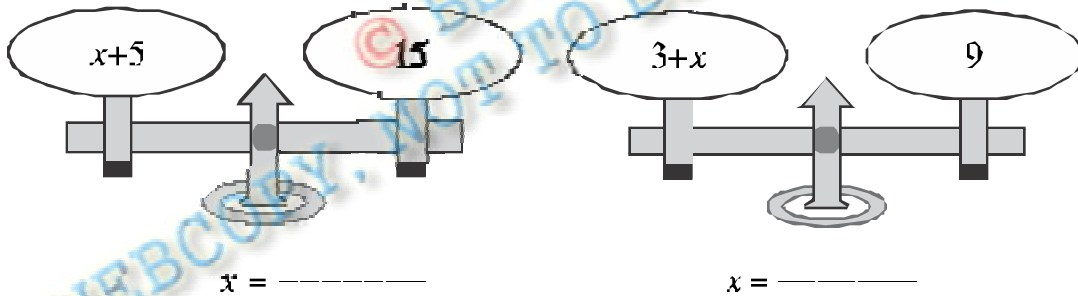
$$\therefore x = 5$$

(क्योंकि दोनों पक्षों में शून्य के अलावा समान राशि 5 से भाग किया गया है।)

यही अइतना संख्या गूठाल ने सोच रखी थी। अंजू ने दिये गए कथन से एक समीकरण बनाया तथा उपर्युक्त विधि से उसका हल ज्ञात किया। क्या आप अब यह बता सकते हैं कि यदि किसी नगरियाम में 89 बताया हो तो उसका द्वारा सोची गई संख्या क्या होगी?

प्रश्नावली-11.2

1. तुला संतुलन में है तो x का भार बताओ?



2 $x + 5 = 8$



अगर हमें x का मान पता करना है, तो क्या करेंगे?

हम उतनी ही संख्या दोनों पक्षों में जोड़ेंगे/घटाएंगे कि एक तरफ केवल चर और दूसरी तरफ केवल अचर राशि ही शेष रहे।



$x + 5 - 5 = 8 - 5$ अतः $x = 8 - 5$ अतः $x =$ _____

नीचे दिए समीकरण को हल कीजिये-

(i) $x - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

(ii) $x - 8 = 2$

(iii) $x - 1 = 5$

(iv) $x + 3 = -5$

3



लेकिन अगर समीकरण इस रूप में दिया तो?

$\frac{x}{3} = 6$

(i) आप बताइये, कैसा एक तरफ चर राशि बचाने के लिए क्या करेंगे?

(ii) समीकरण को हल करने पर x का मान क्या होगा?

हमें चर राशि का मान चाहिए तो दोनों पक्षों में 3 से गुणा कर देंगे।



4. कॉलम 'अ' में दिए गए समीकरणों को हल करने के लिए कॉलम 'ब' में दी गई किस संक्रिया को अपनाएँगे? सही मिलान कीजिये—

	कॉलम 'अ'	कॉलम 'ब'
(i)	$x - 5 = 7$	दोनों पक्षों में 3 से गुणा
(ii)	$x + 2 = 3$	दोनों पक्षों में 8 से गुणा
(iii)	$2x = 4$	दोनों पक्षों में 2 घटाना
(iv)	$\frac{x}{3} = 5$	दोनों पक्षों में 5 जोड़ना
(v)	$\frac{x}{8} = 5$	दोनों पक्षों में 2 का भाग

5. (अ) नीचे दिए गए समीकरणों को हल कीजिए व रिक्त स्थान भरिए—

(i) $\frac{x}{4} = 2$

∴ $\frac{x}{4} \times 4 = 2 \times 4$

∴ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

(ii) $3x = 15$

$\frac{3x}{3} = \frac{15}{3}$

∴ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

(iii) $9x = 15$

∴ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

(iv) $\frac{l}{2} = 7$

∴ $l = \underline{\hspace{2cm}}$

(v) $\frac{l-5}{2} = 3$

$\frac{l-5}{2} \times 2 = 3 \times 2$

$l + 5 = 6$

$l = \underline{\hspace{2cm}}$

(ब) समीकरणों को हल कीजिए—

(i) $3a + 4 = 10$

(ii) $\frac{5x + 10}{4} = 20$

(iii) $\frac{3x - 8}{2} = 2$

6. बायीं ओर लिखे समीकरण का एक चरण हल कर बायीं ओर लिखा गया है। परन्तु वे ऊपर नीचे हो गए हैं। आप सही जोड़े मिलाइये—

(i) $3x + 5 = -5$

(a) $x = \left(\frac{-7}{5}\right) \times \frac{1}{5}$

(ii) $5x - 7 = 2$

(b) $x = \frac{9}{5}$

(iii) $\frac{x}{5} = 2$

(c) $5x = 2 + 7$

(iv) $3x = 9$

(d) $x + 1 = 3 \times 5$

(v) $3 = 9x$

(e) $x - 3 = \frac{0}{3}$

(vi) $5x = \frac{-7}{5}$

(f) $3x = -5 - 5$

(vii) $3(x - 3) = 9$

(g) $y^2 = (-6) \left(\frac{4}{3}\right)$

(viii) $\frac{3}{x} = 7$

(h) $3 = 7 \times x$

(ix) $\frac{3y^2}{4} = -6$

(i) $\frac{3}{9} = x$

(x) $\frac{x-1}{5} = 3$

(j) $x = 2 \times 5$

अब इन ऐसे समीकरणों को हल करने की कोशिश करते हैं जिनमें हमें दो संक्रियाएँ करने की आवश्यकता होती है, जैसे— निम्न समीकरणों को देखें—

(a) $3p - 10 = 5$ (b) $2q - 6 = 0$ (c) $\frac{3p}{10} - 6$

(d) $2y + \frac{5}{2} - \frac{37}{2}$ (e) $4 = 5(p - 2)$

हल : (a) $3p - 10 = 5$

दोनों पक्षों में 10 जोड़ते हैं। (क्योंकि हमें इस को एक तरफ करना है।)

नया समीकरण $3p - 10 + 10 = 5 + 10$

या, $3p = 15$

अब दोनों पक्षों में 3 से भाग करते हैं (क्योंकि हमें चर को अकेला करना है।)

$$\frac{3p}{3} = \frac{15}{3}$$

या $p = 5$, यह समीकरण का हल है।

(h) $2q - 6 = 0$

दोनों पक्षों में 6 जोड़ने पर $2q - 6 + 6 = 0 + 6$

या $2q = 6$

या $\frac{2q}{2} = \frac{6}{2}$ (दोनों तरफ 2 से भाग देना पर)

या $q = 3$ (यह समीकरण का हल है।)

(c) $\frac{3p}{10} - 6$

या $\frac{3p}{10} \times 10 - 6 \times 10$ (दोनों तरफ 10 से गुणा करने पर)

घ $3p - 60$

घ $\frac{3p}{3} = \frac{60}{3}$ (दोनों तरफ 3 से भाग करने पर)

घ $p = 20$ (यह समीकरण का हल है)

(d) $2y - \frac{5}{2} - \frac{37}{2}$

घ $2y - \frac{5}{2} - \frac{37}{2} = \frac{37}{2} - \frac{5}{2}$ (दोनों पक्षों में $\frac{5}{2}$ घटाने पर)

घ $2y - \frac{37-5}{2} - \frac{37}{2} = 16$

घ $2y - 16$

घ $\frac{2y}{2} = \frac{16}{2}$ (दोनों पक्षों में 2 से भाग करने पर)

घ $y = 8$ (यह समीकरण का हल है)

(e) $4 - 5(p-2)$

घ $5(p-2) = 4$ (दोनों पक्षों का परस्पर बदलने पर)

घ $\frac{5(p-2)}{5} = \frac{4}{5}$ (दोनों पक्षों में 5 से भाग करने पर)

घ $p-2 = \frac{4}{5}$

घ $p-2 + 2 = \frac{4}{5} + 2$ (दोनों पक्षों में 2 जोड़ने पर)

घ $p - \frac{4}{5} + 2 = \frac{4}{5} + 2$ (यह समीकरण का हल है)

11.5 समीकरण के हल की जाँच

हमग यदि किसी समीकरण का हल ज्ञात किया है तो यह सुनिश्चित होना चाहिए कि वह सही है या नहीं। इसकी जाँच के लिए हम हल की सत्यता की जाँच कर सकते हैं। हम जानते हैं कि समीकरण के हल में x के जगह पर का मान (हल) रख कर रीकेवा कर देखते हैं, यदि उस मान के लिए बायाँ पक्ष बराबर है तो वर का वह मान समीकरण का हल होता है।

उदाहरण-1. $3p - 10 = 5$ जहाँ $p = 5$ के लिए

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= 3 \times 5 - 10 \\ &= 15 - 10 \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\text{RHS} = 5$$

अतः $x = 5$ दिए गए समीकरण का हल सत्य है।

उदाहरण-2. $\frac{2}{5}(m + 10) = 2m + 3$

हल पहली विधि

$$\text{य} \quad \frac{2}{5}(m + 10) = 2m + 3$$

$$\text{य} \quad \frac{2}{5}m + \frac{2}{5} \times 10 = 2m + 3 \quad (\text{दोनों पक्षों में कोषक हटाने पर})$$

$$\text{य} \quad \frac{2}{5}m + 4 = 2m + 3$$

$$\text{य} \quad \frac{2}{5}m + 4 - \frac{2}{5}m = 2m + 3 - \frac{2}{5}m \quad (\text{दोनों पक्षों में } \frac{2}{5}m \text{ घटाने पर})$$

$$\text{य} \quad 4 - 2m - \frac{2}{5}m + 3$$

$$\text{य} \quad 4 - \frac{10m - 2m}{5} + 3$$

$$\text{य} \quad 4 = \frac{8m}{5} + 3$$

च $4-5-\frac{8m}{5}+3-3$

(दोनों पक्षों में से 3 घटाने पर)

च $1=\frac{8m}{5}$

च $1 \times 5 = \frac{8m}{5} \times 5$

(दोनों पक्षों में 5 से गुणा करने पर)

घ $5-8m$

घ $\frac{5}{8}-\frac{8m}{8}$

(दोनों पक्षों में 8 से भाग देने पर)

घ $\frac{5}{8}-m$

घ $m-\frac{5}{8}$

(दोनों पक्षों परस्पर बदलाने पर)

दिए गए समीकरण का हल है।

दूसरी विधि : $\frac{2}{5}(m+10) = 2m+3$

च $\frac{2}{5}m + \frac{2}{5} \times 10 = 2m+3$

(बायें पक्ष में कोष्ठक हटाने पर)

घ $\frac{2}{5}m + 4 = 2m+3$

(समान पद (m) को एक पक्ष में करने, 2m को पक्ष बदलाने पर या दोनों ओर 2m घटाना)

च $\frac{2}{5}m - 2m = 4 - 3$

घ $\frac{2}{5}m - 2m = 3 - 4$

(1 का पक्ष बदलाने पर 2 दोनों ओर 1 घटाने पर)

घ $\frac{2m-10m}{5} = -1$

य $2m - 10m = -1 \times 5$ (5 का पक्ष बदलने पर अर्थात् दोनों ओर 5 से गुण करने पर)

य $-8m = -5$

य $m = \left(-5 \times \frac{1}{-8}\right)$ (-8 का पक्ष बदलने पर अर्थात् दोनों ओर -8 का भाग करने पर)

य $m = \frac{5}{8}$ (समीकरण का हल)

समीकरण की जाँच

LHS $= \frac{2}{5}(m - 10)$

$= \frac{2}{5}\left(\frac{5}{8} - 10\right)$

$= \frac{2}{5}\left(\frac{5 - 80}{8}\right)$

$= \frac{2}{5} \times \frac{85}{8}$

$= \frac{17}{4}$

RHS $= 2m + 3$

$= 2 \times \frac{5}{8} + 3$

$= \frac{10}{8} + 3$

$= \frac{10 + 24}{8}$

$= \frac{34}{8} = \frac{17}{4}$

अतः $m = \frac{5}{8}$ के लिए दोनों पक्षों का मान समान है अतः इस समीकरण का मान $\frac{5}{8}$ है।

11.6 व्यावहारिक समस्याओं को हल करने में समीकरण का अनुप्रयोग

अब तक हमने सरल समीकरण का हल करना सीख लिया है। हमें यह भी जान लिया कि दिए गए कथन के अनुसार अनूना किस प्रकार समीकरण बनाए और उसका हल निकाल कर सही को देना कर दिया। अइसे कुछ ऐसे कथन पर आधारित समीकरण का हल देखें।

उदाहरण-3. 64 रु. को दो भागों में बाँटिए कि बड़ा भाग छोटे भाग का तीन गुना हो।

हल : माना कि बड़ा भाग x रु. है

छोटा भाग $64 - x$ रु.

प्रश्न से, बड़ा भाग छोटे भाग का तीन गुना है।

$$\text{अतः } x = 3 \times (64 - x)$$

$$\text{य } x = 192 - 3x$$

$$\text{य } x + 3x = 192 \quad (3x \text{ का पक्ष बदलने पर})$$

$$\text{य } 4x = 192$$

$$\text{य } x = \frac{192}{4} \quad (4x \text{ में 4 गुना है अतः पक्ष बदलने पर यह भाजक के रूप में आ जायगा। वास्तव में यह क्रिया दोनों तरफ 4 से भाग देने के समान है।)}$$

$$\text{य } x = 48$$

$$\text{बड़ा भाग } x = 48$$

$$\text{छोटे भाग } 64 - x = 64 - 48 = 16$$

अभेद भाग 48 रु. एवं 16 रु. हैं।

उदाहरण-4. पिता, पुत्र एवं पुत्री का उम्र का योग 120 है। पिता का उम्र, पुत्र एवं पुत्री के उम्र के योग के बराबर है एवं पुत्री का उम्र पुत्र के उम्र का आधा है ता तैने की उम्र अलग-अलग ज्ञात करें।

हल : मान लिये पुत्र का उम्र x वर्ष है।

$$\text{पुत्री का उम्र } \frac{x}{2} \quad (\text{पुत्र के उम्र की आधी})$$

$$\text{पुत्र एवं पुत्री के उम्र का योग } = x + \frac{x}{2}$$

प्रश्न से,

$$\text{पिता का उम्र } = x + \frac{x}{2}$$

तीनों के उम्र का योग

$$\text{य } \frac{x}{2} + x + x + \frac{x}{2} = 120$$

य $\frac{x}{2} - \frac{x}{2} + 2x = 120$

य $x + 2x = 120$ $\left(\because \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = x \right)$

य $3x = 120$

य $x = \frac{120}{3}$

य $x = 40$

पुत्र की उम्र = 40 वर्ष

पुत्री की उम्र = $\frac{x}{2} = \frac{40}{2} = 20$ वर्ष

पिता की उम्र = $x - \frac{x}{2} = 40 + \frac{40}{2} = 40 + 20 = 60$ वर्ष

सदाहरण-5. एक व्यक्ति ने अपने धन का आधा भाग पत्नी को, $\frac{1}{4}$ भाग पुत्री को, $\frac{1}{5}$ भाग पुत्र को तथा शेष 20,000 रु. जैसे लैगवाने के लिए एक स्मिथि को धन में दे दिए। उस व्यक्ति के पास कुल कितना धन था?

हल : माना कि उसके पास कुल धन x था।

पत्नी का भाग = x का आधा = $x \times \frac{1}{2} = \frac{x}{2}$

पुत्री का भाग = x का $\frac{1}{4}$ = $x \times \frac{1}{4} = \frac{x}{4}$

पुत्र का भाग = x का $\frac{1}{5}$ = $x \times \frac{1}{5} = \frac{x}{5}$

स्मिथि को धन = 20,000 रु.

कुल धन = शेषों के भागों का योग

य $x = \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} + 20,000$

या $x - \frac{x}{2} - \frac{x}{4} - \frac{x}{5} = 20,000$ ($\frac{x}{2}$, $\frac{x}{4}$ एवं $\frac{x}{5}$ का पदा बदलने पर)

या $\frac{20x - 10x - 5x - 4x}{20} = 20,000$

या $\frac{20x - 19x}{20} = 20,000$

या $\frac{x}{20} = 20,000$

या $x = 20,000 \times 20 = 4,00,000$ रु.

अतः कुल धन = 4,00,000 रु.

प्रश्नावली—11.3

निम्नलिखित समीकरण का हल करें एवं प्राप्त हल का जाँच करें।

1. $\frac{x}{3} - \frac{x}{5} = -2$

2. $\frac{3x+2}{3} = \frac{17}{6}$

3. $x - 4 = 4(129 - x)$

4. $\frac{x-19}{5} = 8$

5. $\frac{x}{2} + 6 = \frac{x}{3} + \frac{2x}{7}$

6. $\frac{2y-1}{3} = \frac{y-2}{2}$

7. $10 - 4 = 3(x+2)$

8. $4x - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} - x$

9. $3(x+1) - 2(x+1) = 10$

10. $5(5x+2) = 40$

11. $\frac{x-19}{5} = 8$

12. $\frac{5x}{2} - 7 = \frac{11}{2}$

13. तीन लगातार पूर्णकों का योग 21 है तो तीनों पूर्णक ज्ञात कीजिए।
14. तीन क्रम में आने वाली विषम संख्याओं का योग 39 है तो वे संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
15. किसी समद्विबाहु त्रिभुज का शीर्ष कोण 50° का है तो त्रिभुज के शेष दानों कोणों की नण बताइये।
16. किसी आयत के लम्बाई एवं चौड़ाई का अनुपात 3 : 2 है। यदि आयत के परिमिति 90 मीटर है तो उसकी लम्बाई एवं चौड़ाई ज्ञात कीजिये।
17. रालगा की उम्र उसके पिता के उम्र के एक तिहाई से 5 वर्ष कम है। यदि रालगा की उम्र 20 वर्ष है तो उसके पिता की उम्र ज्ञात करें।

18. विक्रम ने 8 कुर्सी एवं 2 मेंज खरीदने में कुल 2900 रु. खर्च किये। यदि 1 मेंज की कीमत 450 रु. है तो 1 कुर्सी की कीमत ज्ञात कीजिए।
19. दो पूरक कोणों का अंतर 20° है तो दोनों कोण ज्ञात करें।
20. कोई कोण अपने पूरक कोण का एक चौथाई है तो कोण का मान ज्ञात करें।
21. एक वर्गचौकोर में आम के पेड़, अमरुद के पेड़ों से 43 कम है। यदि उस वर्गचौकोर में दोनों मिलकर कुल 133 पेड़ हों तो दोनों प्रकार के पेड़ों की अलग-अलग संख्या बताएं।
22. एक व्यक्ति की उम्र, उसके पुत्रों के उम्र का योग है, 16 वर्ष बाद वह अपनी पुत्री के उम्र के तुल्य हो जायेगा। पुत्रों की उम्र ज्ञात कीजिए।

हमने सीखा

1. एक समीकरण व्यंजक के चरों पर एक प्रतिबन्ध होता है जिसमें चर का मान **के लिए** समीकरण के दोनों पक्षों के लिए समीकरण के दोनों पक्षों का मान **समान होना चाहिए**।
2. चर का वह मान जिसके लिए समीकरण सत्य होता है अर्थात् **बायाँ व दायाँ पक्ष** बराबर होते हैं समीकरण का हल या मूल कहलाता है।
3. समीकरण के दोनों पक्षों के **परस्पर बदलने पर समीकरण नहीं बदलता** है।
4. समीकरण के दोनों पक्षों में **समान संख्या (या चर) को जोड़ने घटाने पर समीकरण नहीं बदलता** है।
5. किसी समीकरण के दोनों पक्षों में **सूच्य के अलावा किसी अन्य संख्या से (या चर से) गुणा या भाग करने पर समीकरण नहीं बदलता** है।
6. **उपयुक्त नियमों का उपयोग कर हम समीकरण के एक पक्ष में चर पृथक् कर सकते हैं जिससे चर का मान ज्ञात कर समीकरण का हल निकाला जा सकता है।**
7. **पदों के स्थानापन्न (पद का पक्ष परिवर्तन) द्वारा अज्ञानी से हम समीकरण को हल करने की प्रक्रिया में आगे बढ़ते हैं।**
8. किसी पद का गुणांक या भाजक पद परिवर्तन के बाद क्रमशः भाजक एवं गुणांक में बदल जाता है। उनके चिह्न नहीं बदलते।
9. संख्या पहलियाँ को हल करने के लिए जहाँ कथनानुसार समीकरण बनते हैं एवं उसका हल ज्ञात करते हैं।
10. समीकरण में चर का मान रखकर समीकरण के हल की सत्यता की जाँच की जा सकती है।

