

अध्याय-12

परिमेय संख्याएँ

12.1 गूणिका

हमने प्रकृत संख्या, पूर्ण संख्या, पूर्णांक और भिन्न संख्याओं के बारे में पढ़ा है।

भिन्न संख्याओं में हम लोगों ने सिर्फ अनात्मक रूप पर ही विचार किया। भिन्न के बारे

में हम जानते हैं कि $\frac{\text{अंश}}{\text{हर}}$ रूप में लिखी संख्याओं को भिन्न संख्या कहते हैं जिसमें अंश शून्य या कोई भी धनात्मक पूर्णांक हो सकता है परन्तु हर सदैव एक धनात्मक पूर्णांक ही होता है। इस अध्याय में हम ऐसी संख्याओं के बारे में भी पढ़ेंगे जिनका अंश व हर ऋणात्मक पूर्णांक भी हो सकता है। इस अध्याय में हम संख्या पदान्ते का और विस्तार करेंगे जिसमें हम धनात्मक व ऋणात्मक भिन्नों के समूह व उनकी आपस में संचारों सीखेंगे।

12.2 परिमेय संख्या

हमने पूर्णांक संख्या में देखा है कि किसी वस्तु के मूल्य में 50 रु. वृद्धि को +50 से व्यक्त किया जाये तो 50 रु. कमी को -50 से व्यक्त किया जा सकता है, इसी प्रकार किसी स्थान से बायीं ओर की दूरी 10 किमी. को +10 से तो बायीं ओर की दूरी 10 किमी. -10 से व्यक्त किया जा सकता है।

इसी प्रकार की अनेक स्थितियाँ भिन्न एक संख्याओं में भी होती हैं। जैसे—हम समुद्र तल से ऊपर 800 मीटर की ऊँचाई को किमी. में व्यक्त करने पर $\frac{800}{1000}$ किमी. = $\frac{4}{5}$ किमी.

होता है, जिसे $\frac{1}{5}$ किमी. से व्यक्त किया जाता है। क्या हम समुद्र तल से नीचे 800 मी. की

दूरी को किमी. में व्यक्त कर सकते हैं? क्या हम समुद्र तल से नीचे $\frac{1}{5}$ किमी. की ऊँचाई को

$\frac{-4}{5}$ से व्यक्त कर सकते हैं? अब हम देखते हैं कि $\frac{-4}{5}$ न तो एक पूर्णांक है और न ही एक

भिन्न। ऐसी संख्याओं को सम्मिलित करने के लिए हमें संख्या पद्धतों को विस्तृत करने की आवश्यकता है। रूँ आइए हम एक नये प्रकार की संख्या पर विचार करते हैं, जिसे परिमेय संख्या कहते हैं।

अर्थात्, ऐसी संख्या जो $\frac{p}{q}$ के रूप में हो जहाँ p और q पूर्णांक हों, लेकिन $q \neq 0$ हो

तो $\frac{p}{q}$ को परिमेय संख्या कहते हैं, जिसमें p अंश तथा q हर कहलता है।

$\frac{-4}{15}$ एक परिमेय संख्या है, इसमें ऊपर की संख्या -4 को अंश तथा नीचे की संख्या 15 का हर कहते हैं।

क्या सभी प्राकृत संख्या परिमेय संख्या है?

हाँ, (क्योंकि सभी प्राकृत संख्या को $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता है।

जैसे— $1 = \frac{1}{1}, 2 = \frac{2}{1}, \dots$ अदि)

क्या सभी पूर्ण संख्या परिमेय संख्या है?

हाँ, (क्योंकि सभी पूर्ण संख्या को $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता है।

जैसे— $0 = \frac{0}{1}, 1 = \frac{1}{1}, 2 = \frac{2}{1}, \dots$ अदि)

क्या सभी पूर्णांक परिमेय संख्या है?

हाँ, (क्योंकि सभी पूर्णांक को $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता है।

जैसे— $\dots -3 = \frac{-3}{1}, \frac{-2}{1}, \frac{-1}{1}, \frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \dots$ अदि)

क्या सभी भिन्न परिमेय संख्या है?

हाँ, (क्योंकि सभी भिन्न $\frac{p}{q}$ के रूप में है)

क्या $\frac{5}{0}$ एक परिमेय संख्या है ?

नहीं, (क्योंकि हर शून्य है)

क्या 0 एक परिमेय संख्या है ?

हाँ क्योंकि इस $\frac{0}{1}$ के रूप में लिख सकते हैं।

12.3 समतुल्य परिमेय संख्याएँ

एक परिमेय संख्या को अलग-अलग अंशों और हरों का प्रयोग करते हुए लिखा जा सकता है।

परिमेय संख्या $\frac{-5}{8}$ पर विचार करें :-

$$\frac{-5}{8} = \frac{-5 \times 2}{8 \times 2} = \frac{-10}{16}, \text{ हम देखते हैं कि } \frac{-5}{8} \text{ वही है जो } \frac{-10}{16} \text{ है।}$$

$$\text{साथ ही, } \frac{-5}{8} = \frac{-5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{-15}{24}, \text{ अतः } \frac{-5}{8} \text{ नहीं है जो } \frac{-15}{24} \text{ है।}$$

$$\text{पुनः } \frac{-5}{8} = \frac{-5 \times 4}{8 \times 4} = \frac{-20}{32}, \text{ अतः } \frac{-5}{8} \text{ नहीं है जो } \frac{-20}{32} \text{ है।}$$

$$\text{इस प्रकार } \frac{-5}{8} = \frac{-10}{16} = \frac{-15}{24} = \frac{-20}{32} \text{ है।}$$

अर्थात् ऐसी परिमेय संख्याएँ जो परस्पर बराबर हों एक दूसरे के समतुल्य या तुल्य (Equivalent) परिमेय कही जाती हैं।

[Note : किसी परिमेय संख्या का समतुल्य भिन्न प्राप्त करने के लिए परिमेय संख्या के अंश और हर में समान (शून्य को छोड़कर) संख्या से गुणा या भाग करते हैं, जैसा कि ऊपर बताया गया है।]

$$\text{क्या } \frac{5}{-7} = \frac{-5}{7} \text{ है ? चूँकि } \frac{5}{-7} = \frac{5 \times \boxed{-1}}{-7 \times \boxed{-1}} = \frac{-5}{7} \text{ अथवा } \frac{5}{-7} = \frac{5 \div \boxed{-1}}{-7 \div \boxed{-1}} = \frac{-5}{7}$$

$$\text{अतः } \frac{5}{-7} \text{ और } \frac{-5}{7} \text{ दोनों एक दूसरे के बराबर हैं। अर्थात्, } \frac{5}{-7} = \frac{-5}{7} \text{ होगी।}$$

एम $\frac{5}{-7}$ को $-\frac{5}{7}$, $\frac{-5}{7}$ को $-\frac{5}{7}$ इत्यादि लिखते हैं।

स्वयं करके देखिए

परिमेय संख्या	$\frac{5}{4}$	$\frac{-8}{9}$	$\frac{7}{-8}$	$\frac{7}{9}$
दुसरे परिमेय संख्याएँ	$\frac{10}{8}, \frac{15}{12}, \frac{20}{16}, \frac{25}{20}$			

निम्नलिखित पर विचार करें—

$$\frac{12}{9}, \frac{20}{17}, \frac{25}{18}, \frac{15}{-8}, \frac{-5}{12}, \frac{-6}{7}$$

$\frac{12}{9}, \frac{20}{17}, \frac{25}{18}$ धनात्मक परिमेय संख्याएँ हैं। $\frac{15}{-8}, \frac{-5}{12}, \frac{-6}{7}$ ऋणात्मक परिमेय संख्याएँ हैं।

अतः स्पष्ट है कि किसी परिमेय संख्या का अंश और हर दोनों धनात्मक हो तो धनात्मक परिमेय संख्या कहते हैं। और यदि किसी परिमेय संख्या का अंश और हर में से कोई एक ऋणात्मक पूर्णांक हो तो ऐसी परिमेय संख्या ऋणात्मक परिमेय संख्या कहलाता है।

क्या $\frac{-3}{-5}$ एक ऋणात्मक परिमेय संख्या है?

हम जानते हैं कि $\frac{-3}{-5} = \frac{-3 \times -1}{-5 \times -1} = \frac{3}{5}$ होता है। अतः $\frac{-3}{-5}$ एक धनात्मक परिमेय संख्या है।

[Note : यदि परिमेय संख्या का अंश और हर दोनों धनात्मक पूर्णांक हो या दोनों ऋणात्मक पूर्णांक हो तो वह धनात्मक परिमेय संख्या कहलती है।]

सुविधा की दृष्टि से परिमेय संख्याओं को एक सरलतम रूप में संक्रिया की जाती है। परिमेय संख्या का वह सरलतम रूप निम्नलिखित अंश व हर में कोई सार्वगुणखंड न हो तथा हर धनात्मक हो। यदि है तो उस सार्वगुणखंड से दोनों अंश व हर में भाग देकर सरलतम रूप प्राप्त करते हैं। इस प्रकार परिमेय संख्याओं का मानक रूप प्राप्त होता है जैसे :

$$\frac{\boxed{x} \boxed{y} - 3}{\boxed{x}} \text{ आदि।}$$

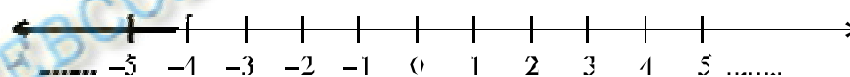
स्वयं करके देखिए

निम्नलिखित परिमेय संख्या में कौन ऋणात्मक है, कौन धनात्मक और कौन न धनात्मक न ऋणात्मक सही कॉलम में निशान (✓) लगाइए।

परिमेय संख्या	ऋणात्मक परिमेय	धनात्मक परिमेय	न धनात्मक न ऋणात्मक
$\frac{15}{18}$			
$-\frac{40}{27}$			
$-\frac{28}{-17}$			
$\frac{56}{-19}$			
$\frac{0}{5}$			
0			

12.4 परिमेय संख्याओं का संख्या रेखा पर निरूपण

आइए संख्या रेखा को देखें-

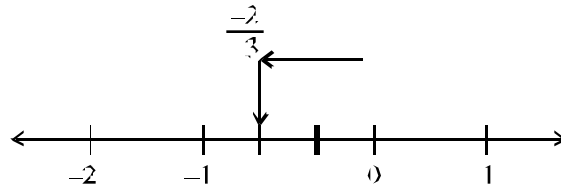


संख्या रेखा में शून्य के बायीं ओर बनाने के पूर्णांक हैं जिन्हें - चिह्न के साथ लिखते हैं और शून्य के बायीं ओर ऋणात्मक पूर्णांक है जिन्हें - चिह्न के साथ लिखते हैं। संख्या रेखा पर इन लगाने पूर्व की कक्षा में भिन्नों का निरूपण को देखा है।

आइए अब हमलोग संख्या रेखा पर परिमेय संख्याओं को निरूपित करें।

एक परिमेय संख्या $-\frac{2}{3}$ को संख्या रेखा पर निरूपित करें। चूँकि $-\frac{2}{3}$ ऋणात्मक परिमेय संख्या है, इस लिए इसका स्थान '0' (शून्य) के बायीं ओर होगा। $-\frac{2}{3}$ संख्या रेखा के

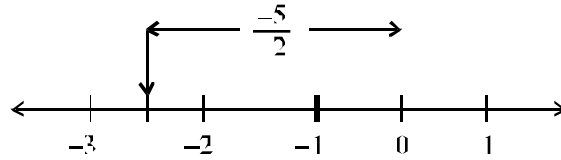
'0' और -1 के बीच होगी। अतः 0 और -1 के बीच तीन बराबर खंड करते हैं। फिर '0' शून्य की तरफ से दूरे से खंड पर $-\frac{2}{3}$ का स्थान होगा।



उदाहरण-1. $-\frac{5}{2}$ को संख्या रेखा पर दर्शाइए।

हल : हम जानते हैं $-\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}$

अतः $-\frac{5}{2}$ का स्थान '0' से बायीं



ओर (क्रमिक पूर्णक तरफ) -2 और -3 के बीच हनी, इसे संख्या रेखा पर इस प्रकार दर्शाया जा सकता है।

-2 और -3 के बीच के स्थान को दो बराबर भागों में बाँटते हैं क्योंकि $-2\frac{1}{2}$ में हर

दो है और -2 के तरफ के पहला भाग पर $-2\frac{1}{2}$ का स्थान होगा क्योंकि अंश 1 है, जैसे कि ऊपर के चित्र से स्पष्ट है। इसी प्रकार अन्य परिमेय संख्या को संख्या रेखा पर दिखाया जा सकता है।

रीना ने $-\frac{5}{2}$ को संख्या-रेखा पर दिखाने के लिए निम्न कार्य किए : -

- (i) ऋण चिह्न अर्थात् 5 ई ओर।
- (ii) हर 2 अर्थात्, इकाई को दो हिस्से।
- (iii) अंश 1 अर्थात् ऐरो-ऐरो 5 टुकड़े।

क्या आप $\frac{2}{3}$ को संख्या रेखा पर दर्शा सकते हैं?

स्वयं करके देखिए

निम्न को संख्या-रेखा पर दिखें

(i) $-\frac{5}{2}$ (ii) $\frac{7}{-2}$ (iii) $\frac{5}{3}$ (iv) $-\frac{4}{-3}$ (v) $\frac{2}{5}$

12.5 परिमेय संख्याओं की तुलना

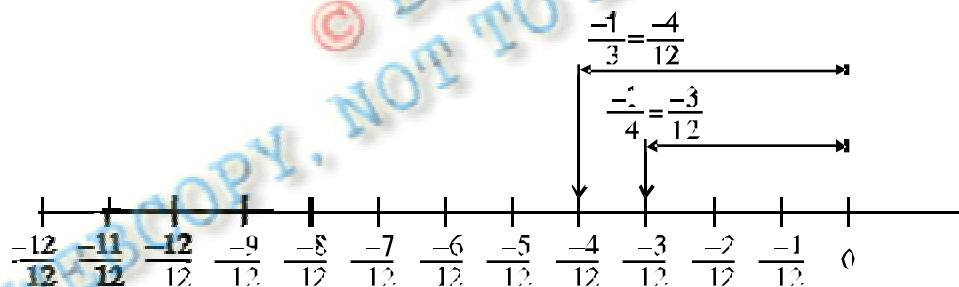
हमने देखा है कि दो पूर्णकों या दशमिकों की तुलना किस प्रकार की जाती है तथा यह भी कि इनमें जिन बड़ा और कौन छोटा है। आइए अब हम दो परिमेय संख्याओं की तुलना पर विचार करें—

$\frac{5}{4}$ और $\frac{6}{11}$ जैसी दो धनात्मक परिमेय संख्याओं की तुलना ठीक उसी प्रकार की जा सकती है, जैसा कि इन भिन्नों की स्थिति के लिए पहले ही कर चुके हैं।

आइए दो ऋणात्मक परिमेय संख्याओं की तुलना संख्या रेखा पर देखें—

हम लोगों ने पूर्णांक संख्याओं के तुलना के संदर्भ में देखा है कि संख्या-रेखा पर बायीं तरफ की पूर्णक बायीं तरफ की पूर्णांक से बड़ी होती है। उसी प्रकार $-\frac{1}{2}$ और $-\frac{1}{3}$ को संख्या रेखा पर निरूपित करके पहचान की जा सकती है। दोनों की ऐसी तुल्य परिमेय संख्या लीजिए जिनके हर समान हों। जैसे—

फिर, $\frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$ और $-\frac{1}{3} = -\frac{1 \times 4}{3 \times 4} = -\frac{4}{12}$



चूँकि $-\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{3}$ से संख्या रेखा पर दायीं तरफ है। अतः $-\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{3}$ से बड़ा होगा।

इस प्रकार 8, 5 से बड़ा है परन्तु -8 , -5 से छोटा है।

यदि $\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$ है, परन्तु $-\frac{1}{3} < -\frac{1}{6}$

हम भिन्नों के अलग अध्ययन से यह जानते हैं कि $\frac{1}{2} < \frac{1}{3}$ है। साथ ही संख्या रेखा

से इन $\frac{-1}{4}$ व $\frac{-1}{3}$ के लिए क्या प्राप्त किया? क्या यह इसका ठीक विपरीत नहीं था।

आप देखते हैं कि $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ है, परंतु $-\frac{1}{3} < -\frac{1}{4}$ है।

क्या आप $-\frac{3}{4}$ और $-\frac{2}{3}$ तथा $-\frac{1}{2}$ और $-\frac{1}{5}$ के लिए भी इसी प्रकार का परिणाम देखते हैं?

जैसे की याद आता है कि हमने पूर्णांकों में पढ़ा था कि $4 > 3$ है, परंतु $-4 < -3$ है; $5 > 2$ है, परंतु $-5 < -2$ इत्यादि।

— ऋणात्मक परिमेय संख्याओं के युग्मों की स्थिति भी ठीक इसी प्रकार है। दो ऋणात्मक परिमेय संख्याओं की तुलना करने के लिए, हम उनकी तुलना उनके विपरीत को छोड़ते हुए करते हैं और बाद में असमिका (inequality) को दिक्कत को बदल कर (बदल) देते हैं।

उदाहरणार्थ, $-\frac{7}{5}$ और $-\frac{5}{3}$ की तुलना करने के लिए, पहले इन $\frac{7}{5}$ और $\frac{5}{3}$ की तुलना करते हैं।

हमें $\frac{7}{5} < \frac{5}{3}$ प्राप्त होता है और इससे हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $-\frac{7}{5} > -\frac{5}{3}$ है।

ऐसे पाँच युग्म और लीनियर ओर फिर ऊन्ही तुलना कीगिए।

कौन बड़ा है— $-\frac{3}{8}$ या $-\frac{2}{7}$, $-\frac{4}{3}$ या $-\frac{5}{2}$

एक ऋणात्मक और धनात्मक परिमेय संख्या की तुलना सुरक्षित है। संख्या रेखा पर, एक ऋणात्मक परिमेय संख्या शून्य के बाईं ओर स्थित होती है जब एक धनात्मक परिमेय संख्या शून्य के दाईं ओर स्थित होती है। अतः, एक ऋणात्मक परिमेय संख्या सदैव एक धनात्मक परिमेय संख्या से छोटी होती है।

इसी प्रकार $-\frac{2}{7} < \frac{1}{2}$ है।

उदाहरण-2. $\frac{-5}{6}$ और $-\frac{4}{5}$ की तुलना कीजिए।

हल : सर्वप्रथम चिह्न के बिना तुलना करते हैं।

$$\frac{5}{6} \text{ और } \frac{4}{5} \text{ में}$$

$$6 \text{ और } 5 \text{ का ल० स०} = 6 \times 5 = 30$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 5}{6 \times 5} = \frac{25}{30}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 6}{5 \times 6} = \frac{24}{30}$$

$$\rightarrow \frac{25}{30} > \frac{24}{30} \quad \text{क्योंकि } 25 > 24$$

$$> \frac{5}{6} > \frac{4}{5}$$

अब $\frac{-5}{6}$ और $-\frac{4}{5}$ के लिए असमिका के चिह्न को उल्टा कर देते हैं।

$$\therefore \frac{-5}{6} < \frac{-4}{5}$$

एक ऋणात्मक परिमेय संख्या ऋण ताक परिमेय संख्या से बड़ी होती है।

जैसे: $\frac{5}{4} > -\frac{8}{5}$

$$\frac{-4}{-5} \text{ और } \frac{-7}{-8}$$

की तुलना के लिए पहले उन्हें मानक रूप में बदलें और फिर उनकी तुलना करें।

दो परिमेय संख्याओं की तुलना के लिए एक अन्य विधि पर विचार करें—

उदाहरण-3. $-\frac{5}{4}$ और $-\frac{2}{3}$ की तुलना करें।

हल : $-\frac{5}{4}$ और $-\frac{2}{3}$ का क्रम गुणन करते हैं।

कार्यविधि :

⇒ प्रत्येक पद के हर का ल० स० निकालते हैं।

→ प्रत्येक पद के हर को ल० स० के बराबर करने हैं।

⇒ इस प्रकार साम हर मिल जायेगी।

> फिर दोनों परिमेय संख्याओं की तुलना कर छेदा या बड़ा मिले जायेगा।

$$\therefore -5 \times 3 \text{ और } -2 \times 4 \quad -15 \text{ और } -8$$

$$\rightarrow -15 < -8 \quad \text{अतः} \quad \frac{-5}{4} < \frac{-2}{3}$$

Lo; adjdsnf[k,

तीनों विधि से निम्नलिखित की तुलना करें।

$$(i) \quad \frac{-3}{5} \text{ और } \frac{-3}{10} \quad (ii) \quad \frac{-5}{8} \text{ और } \frac{-3}{4}$$

उदाहरण-4. $\frac{-1}{2}, \frac{-2}{3}, \frac{3}{-4}$ और $\frac{-2}{-3}$ को आरोही क्रम (बढ़ते क्रम) में लिखें।

हल : सबसे पहल दी गयी परिमेय संख्याओं को मानक रूप में लिखें।

मानक रूप :- $\frac{-1}{2}, \frac{-2}{3}, \frac{-3}{4}, \frac{2}{3}$ **हमें 2, 3, 4, 3 का ल० सं० = 12**

समन्वित करने पर, $\frac{-6}{12}, \frac{-8}{12}, \frac{-9}{12}, \frac{8}{12}$

$$\therefore \frac{-9}{12} < \frac{-8}{12} < \frac{-6}{12} < \frac{8}{12} \quad \text{अतः} \quad \frac{-3}{4} < \frac{-2}{3} < \frac{-1}{2} < \frac{-2}{-3}$$

Lo; adjdsnf[k,

$$\frac{-7}{3}, \frac{5}{-8}, \frac{-7}{-6} \text{ को उवरोही क्रम (हलते क्रम) में लिखें।}$$

12.8 दो परिमेय संख्याओं के बीच की परिमेय संख्याएँ

निम्नलिखित पर गौर करें-

5 और 12 के बीच पूर्णांक संख्याएँ हैं 6, 7, 8, 9, 10, 11

-3 और 3 के बीच पूर्णांक संख्याएँ हैं : -2, -1, 0, 1, 2

अब हम किन्हीं दो परिमेय संख्याओं के बीच की परिमेय संख्या ज्ञात करते हैं।

उदाहरण-5. न न के $\frac{-3}{10}$ और $\frac{7}{10}$ के बीच की परिमेय संख्या मालूम करनी है, हमें पता है कि $\frac{-3}{10}$ तथा $\frac{7}{10}$ के बीच में कम-से-कम 9 परिमेय संख्याएँ तो हैं ही $\frac{-2}{10}, \frac{-1}{10}, \frac{0}{10}, \frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10}, \frac{5}{10}, \frac{6}{10}$ क्योंकि -3 तथा 7 के बीच 9 पूर्णांक हैं। पर क्या $\frac{-3}{10}$ तथा $\frac{7}{10}$ के बीच और भी परिमेय संख्याएँ हैं?

देखते हैं जैसे $\frac{-3}{10} = \frac{-3 \times 5}{10 \times 5} = \frac{-15}{50}$;

इसी प्रकार $\frac{7}{10} = \frac{7 \times 5}{10 \times 5} = \frac{35}{50}$

अब $\frac{-15}{50}$ और $\frac{35}{50}$ के बीच की परिमेय संख्याएँ हैं :- $\frac{-14}{50} < \frac{-13}{50} < \frac{-12}{50} < \dots < \frac{34}{50}$

अब और अधिक संख्याएँ ज्ञात करने के लिए हम $\frac{-3}{10}$ और $\frac{7}{10}$ को $\frac{100}{100}$ से गुण कर और अधिक परिमेय संख्याएँ ज्ञात कर सकते हैं।

Lo; adjdsnf[k,
 $-\frac{4}{5}$ व $\frac{3}{5}$ परिमेय संख्याओं के बीच में 7 परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

उदाहरण-6. $\frac{2}{5}$ और $\frac{5}{6}$ के बीच की परिमेय संख्याएँ लिखिए।

हल : पहले इनके हर समान कर दो हैं $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 6}{5 \times 6} = \frac{12}{30}$, $\frac{5}{6} = \frac{5 \times 5}{6 \times 5} = \frac{25}{30}$

अतः इनके बीच की परिमेय संख्याएँ लेखी जा सकती हैं—

$$\frac{13}{30} < \frac{14}{30} < \frac{15}{30} < \frac{16}{30} < \dots < \frac{24}{30}$$

अंशों के अन्तर को और अधिक बढ़ कर उनके बीच में और अधिक परिमेय संख्याएँ लिखे जा सकती हैं।

$$\text{जैसे— } \frac{12}{30} = \frac{12 \times 2}{30 \times 2} = \frac{24}{60}; \quad \frac{25}{30} = \frac{25 \times 2}{30 \times 2} = \frac{50}{60}$$

अब $\frac{24}{60}$ और $\frac{50}{60}$ के बीच और अधिक संख्याएँ लिखी जा सकती हैं। जैसे—

$$\frac{25}{60} < \frac{26}{60} < \frac{27}{60} < \dots < \frac{49}{60}$$

इसी प्रकार इसके समूह को बढ़ाकर, उनके बीच अनंत परिमेय संख्याएँ ज्ञात की जा सकती हैं।

उदाहरण—7. -2 और -1 के बीच तीन परिमेय संख्याएँ लिखें।

हल : आइए -1 और -2 को हर 5 वाली परिमेय संख्याओं के रूप में लिखें।

$$\text{इस प्रकार } -1 = \frac{-1}{1} = \frac{-1 \times 5}{1 \times 5} = \frac{-5}{5}; \quad -2 = \frac{-2}{1} = \frac{-2 \times 5}{1 \times 5} = \frac{-10}{5}$$

$$\text{अतः } \frac{-10}{5} < \frac{-9}{5} < \frac{-8}{5} < \frac{-7}{5} < \frac{-6}{5} < \frac{-5}{5} \quad \text{या,} \quad -2 < \frac{-9}{5} < \frac{-8}{5} < \frac{-7}{5} < \frac{-6}{5} < -1$$

-2 और -1 के बीच तीन परिमेय संख्याएँ $\frac{-9}{5}, \frac{-8}{5}, \frac{-7}{5}$ होंगे।

[Note— -2 और -1 के बीच इसी प्रकार अनंत परिमेय संख्याएँ ज्ञात कर सकते हैं।]

स्वयं करके देखिए

निम्नलिखित ल बीच की परिमेय संख्या ज्ञात करें।

$$(i) \quad \frac{1}{2} \text{ और } \frac{1}{4} \quad (ii) \quad \frac{-5}{8} \text{ और } \frac{7}{16}$$

12.7 दो संख्याओं के बीच की परिमेय संख्याओं को माध्य ज्ञात करके भी पता कर सकते हैं।

अध्याय—4 में हमने पढ़ा है कि दो संख्याओं का माध्य उन दो संख्याओं के बीच में होता है। निम्न उदाहरण पर ध्यान दीजिए:

संख्या $\frac{1}{4}$ और $\frac{3}{4}$ के बीच परिमेय संख्या ज्ञात कीजिए—

हल : माध्य = $\frac{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}{2} = \frac{1+3}{4 \times 2} = \frac{4}{8}$ वृत्त माध्य $\frac{4}{8}$ दोनों संख्याओं $\frac{1}{4}$ व $\frac{3}{4}$ के बीच होगा,

$$\text{दूसरी परिमेय संख्या } \frac{1}{4}, \frac{4}{8} \text{ का माध्य} = \frac{\frac{1}{4} + \frac{4}{8}}{2} = \frac{2+4}{8 \times 2} = \frac{6}{16}$$

$$\text{तीसरी परिमेय संख्या } \frac{4}{8} \text{ व } \frac{6}{16} \text{ का माध्य} = \frac{\frac{4}{8} + \frac{6}{16}}{2} = \frac{8+6}{16 \times 2} = \frac{14}{32}$$

इसी प्रकार अन्य परिमेय संख्याएँ निकाला जा सकता है। अब निकाली गयी पहली परिमेय संख्या को ही गयी दूसरी परिमेय संख्या के साथ इसी प्रकार की क्रिया कर अन्त परिमेय संख्याएँ निकाला जा सकती हैं।

$$\frac{\frac{3}{4} + \frac{4}{8}}{2} = \frac{6+4}{8 \times 2} = \frac{10}{16}; \quad \frac{\frac{4}{8} + \frac{10}{16}}{2} = \frac{8+10}{16 \times 2} = \frac{18}{32}; \quad \frac{\frac{10}{16} + \frac{18}{32}}{2} = \frac{20+18}{32 \times 2} = \frac{38}{64}$$

इसी प्रकार अन्य परिमेय संख्याएँ निकाली जा सकती हैं। माना कि a और b दो परिमेय संख्या हैं तो उनके बीच की परिमेय संख्या = $\frac{ak+b}{k+1}$; जहाँ $k =$ प्राकृत संख्याएँ

स्वयं करके देखिए

निम्नलिखित के बीच की छह परिमेय संख्या माध्य विधि से ज्ञात कीजिए।

(i) $\frac{1}{2}$ और $\frac{3}{4}$ (ii) $-\frac{1}{4}$ और $\frac{3}{8}$

प्रश्नावली-12.1

1. निम्नलिखित परिमेय संख्याओं के बीच चार परिमेय संख्याएँ लिखिए :

(i) -3 और -1 (ii) -2 और 0 (iii) -1 और 0

(iv) $-\frac{4}{5}$ और $\frac{2}{5}$ (v) $-\frac{4}{5}$ और $\frac{-5}{7}$ (vi) $-\frac{1}{2}$ और $\frac{2}{3}$

2. निम्नलिखित प्रत्येक प्रतिरूप में पाँच और परिमेय संख्याएँ लिखिए :

(i) $\frac{-1}{2}, \frac{-2}{4}, \frac{-3}{6}, \dots$ (ii) $\frac{-2}{5}, \frac{-4}{10}, \frac{-6}{15}, \dots$
 (iii) $\frac{-8}{9}, \frac{-16}{18}, \frac{-24}{27}, \dots$ (iv) $\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \dots$

3. नीचे दी गयी परिमेय संख्याओं में प्रत्येक के लिए पाँच समतुल्य परिमेय संख्या लिखिए।

(i) $\frac{1}{8}$ (ii) $\frac{-2}{3}$ (iii) $\frac{-5}{9}$

4. $\frac{-5}{12}$ की चार ऐसी समतुल्य परिमेय संख्या लिखिए, जिसका हर क्रमशः 60, 84, 108 और -24 हो।

5. परिमेय संख्या $\frac{-8}{11}$ के तुल्य परिमेय संख्याएँ लिखें, जिसका अंश निम्नलिखित हो-

(i) -24 (ii) 40 (iii) 72 (iv) -96 (v) -120

6. निम्नलिखित परिमेय संख्या को संख्या रेखा पर निरूपित करें-

(i) $\frac{4}{5}$ (ii) $\frac{-4}{5}$ (iii) $\frac{5}{8}$ (iv) $\frac{-8}{3}$ (v) $-2\frac{1}{2}$

7. निम्नलिखित परिमेय संख्याओं को सरलतम रूप में लिखिए-

(i) $\frac{-24}{32}$ (ii) $\frac{-55}{22}$ (iii) $\frac{-15}{72}$ (iv) $\frac{-4}{-5}$ (v) $\frac{5}{-4}$

8. निम्नलिखित वर्गाकार खानों में उपयुक्त चिह्न (>, <, =) को भरिए-

(i) $\frac{-5}{4} \square \frac{2}{5}$ (ii) $\frac{2}{7} \square \frac{-7}{5}$ (iii) $\frac{-4}{-7} \square \frac{1}{2}$
 (iv) $\frac{-8}{11} \square \frac{-24}{33}$ (v) $\frac{-3}{8} \square \frac{-5}{8}$ (vi) $\frac{1}{-2} \square \frac{-1}{2}$

9. निम्नलिखित को आरोही क्रम में लिखें-

(i) $\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{-5}{4}$ (ii) $\frac{-5}{8}, \frac{-3}{8}, \frac{-7}{8}, \frac{1}{8}$

(iii) $\frac{1}{3}, \frac{-2}{9}, \frac{-5}{4}$

(iv) $-2, 0, \frac{-2}{15}, \frac{7}{15}, \frac{-7}{11}$

10. निम्नलिखित को अवरोही क्रम में लिखें-

(i) $\frac{15}{28}, \frac{-17}{28}, \frac{-1}{28}, \frac{5}{28}$

(ii) $\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-5}{6}, \frac{4}{-3}$

(iii) $\frac{1}{2}, \frac{-2}{3}, \frac{-3}{4}, \frac{-5}{-6}$

(iv) $\frac{-5}{6}, \frac{-8}{9}, \frac{-11}{12}, \frac{1}{6}$

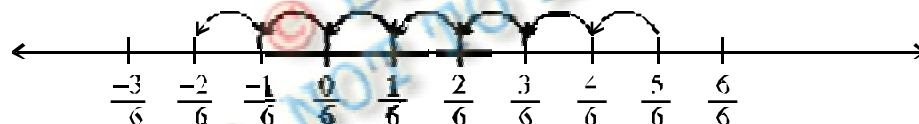
12.8 परिमेय संख्याओं पर संक्रियाएँ

आप जानते हैं कि पूर्णाकों तथा ऋणों के लिए प्रकृत जोड़, घटाया, गुणा और भाग किया जाता है, आइए इन आधारभूत संक्रियाओं को परिमेय संख्याओं के लिए समझें।

12.8.1 परिमेय संख्याओं का योग

आइए हम परिमेय संख्याओं $\frac{5}{6}$ और $\frac{-7}{6}$ का योगफल संख्या-रेखा से प्राप्त करते हैं।

हम $\frac{5}{6} - \frac{-7}{6}$ ज्ञात करें।



दो क्रमागत बिन्दुओं के बीच की दूरी $\frac{1}{6}$ है। अतः $\frac{5}{6}$ से $\frac{-7}{6}$ जोड़ने का अर्थ है

कि $\frac{5}{6}$ के बायीं ओर 7 कदम चलें। हम जहाँ पहुँचते हैं? हम $\frac{-2}{6}$ पर पहुँचते हैं।

अतः $\frac{5}{6} + \left(\frac{-7}{6}\right) = \frac{-2}{6}$ है।

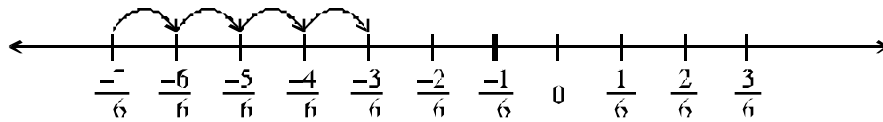
आइए, इसे दूसरी विधि से करने का प्रयास करते हैं।

$$\frac{5}{6} + \left(\frac{-7}{6}\right) = \frac{5 + (-7)}{6} = \frac{-2}{6}$$

एमें वही उत्तर प्राप्त होता है।

(परिमेय का योग करण के लिए जगक हर समान होने चाहिए।)

इसी प्रकार, $\frac{-7}{6} + \frac{4}{6}$ को निम्नलिखित रूप में दिखाया जा सकता है।



एमें क्या प्राप्त होता है ?

$$\text{स्पष्ट है } \frac{-7}{6} + \frac{4}{6} = \frac{-3}{6}$$

दूसरी विधि से देखें : $\frac{-7}{6} + \frac{4}{6} = \frac{-7+4}{6} = \frac{-3}{6}$ हमें वही उत्तर प्राप्त होता है।

इस प्रकार हम देखते हैं कि समान हर वाली परिमेय संख्याओं का जोड़ना हमें वही रखत हुए अंशों को जोड़ने जैसे है।

उदाहरण-8. $\frac{-4}{5} - \left(\frac{-7}{5}\right) = \frac{-4 - (-7)}{5} = \frac{-4 + 7}{5} = \frac{3}{5}$

उदाहरण-9. $\frac{2}{9} + \frac{7}{9} + \left(\frac{-5}{9}\right) = \frac{2+7+(-5)}{9} = \frac{9+(-5)}{9} = \frac{4}{9}$

उदाहरण-10. निम्नलिखित का मान ज्ञात करें : $\frac{5}{8} + \frac{3}{4} - \frac{7}{16}$

हल : $\frac{5}{8} + \frac{3}{4} + \frac{-7}{16}$
 $= \frac{5 \times 2 + 3 \times 4 + (-7) \times 1}{16}$
 $= \frac{10 + 12 + (-7)}{16}$
 $= \frac{22 + (-7)}{16} = \frac{15}{16}$

कार्यविधि :

यदि हर असमान हो, तो उन्हें समान करने के लिए हरों का ल.स. ज्ञात करते हैं। प्रत्येक पद के ल.स. के अनुसार स.स. बनाते हैं। इसके लिए प्रत्येक पद के हर से ल.स. में गुणा करते हैं तथा प्राप्त भागफल को प्रत्येक संगत पद के अंश से गुणा करते हैं। इस प्रकार प्राप्त समान पदों का योगफल ज्ञात करते हैं।

सद्व्ययन ल० स० चैकालते हैं। सभी पदों में हर को ल० स० के बराबर करते हैं।

$$\frac{5}{8} \times \frac{2}{2} - \frac{3}{4} \times \frac{4}{4} - \frac{7}{16}; \quad \frac{10}{16} + \frac{12}{16} - \frac{7}{16}; \quad \frac{10}{16} - \frac{12-7}{16} = \frac{22-7}{16}$$

इन्हें देखिए

$$\frac{-3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{-3+3}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

$$\text{साथ ही } \frac{5}{4} + \left(\frac{-3}{4}\right) = \frac{5-3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$> \frac{-3}{4} - \frac{3}{4} = \frac{-3-3}{4} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}$$

स्वयं करके देखिए

संख्य रेखा पर देखिए:

$$(i) \frac{-1}{2}, \frac{5}{2} \quad (ii) \frac{5}{4}, \frac{-3}{4}$$

अतः परिमेय संख्याओं में भी ऋण्य प्रतिलोम का गुण होता है। इनमें $\frac{-3}{4}$ का ऋण्य

प्रतिलोम $\frac{3}{4}$ है तथा $\frac{3}{4}$ का ऋण्य प्रतिलोम $\frac{-3}{4}$ है।

स्वयं करके देखिए

परिमेय संख्या	$\frac{-5}{20}$	$\frac{-8}{16}$	$\frac{4}{6}$
ऋण्य प्रतिलोम			

12.8.2 परिमेय संख्याओं का व्यवकलन (घटाना)

हम भिन्नो और पूर्ण संख्याओं के व्यवकलन के बारे में यहाँ कर चुके हैं। यहाँ परिमेय संख्याओं के व्यवकलन की चर्चा करेंगे।

आइए हम निम्न पूर्णांक संख्या के घटाने पर विचार करते हैं—

$$5 - 3 = 5 + (-3) = 2$$

$$5 - (-3) = 5 + (3)$$

अतः स्पष्ट है कि किसी पूर्णांक संख्या का घटाने का तत्पर्य उसका ऋण्य प्रतिलोम को जोड़ना है।

आइए परिमेय संख्याओं के संबंध में विचार करते हैं -

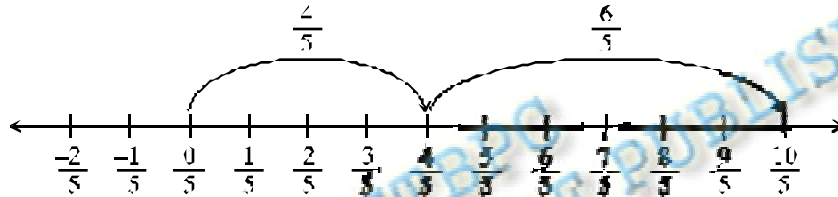
$$\frac{4}{5} \text{ में से } \frac{-6}{5} \text{ को घटाएँ}$$

$$\text{हल : } \frac{4}{5} - \left(\frac{-6}{5}\right)$$

$$= \frac{4}{5} + \frac{6}{5} \quad \left(\because \frac{-6}{5} \text{ का व्युत्क्रम प्रतिलोम } \frac{6}{5}\right)$$

$$= \frac{10}{5}$$

अब इसे संख्या रेखा पर देखें-



दो क्रमागत बिन्दुओं के बीच की दूरी $\frac{1}{5}$ है। अतः $\frac{4}{5}$ में $\frac{-6}{5}$ को घटाने का अर्थ है

कि $\frac{4}{5}$ में $\frac{-6}{5}$ के व्युत्क्रम प्रतिलोम $\left(\frac{6}{5}\right)$ का जोड़न है। जैसा कि संख्या रेखा संतुष्ट है-

$$\frac{4}{5} - \left(\frac{-6}{5}\right) = \frac{4}{5} + \left(\frac{6}{5}\right) = \frac{10}{5}$$

उदाहरण-11. $\frac{5}{8}$ में से $\frac{-7}{8}$ को घटाइए।

$$\text{हल : } \frac{5}{8} - \left(\frac{-7}{8}\right) = \frac{5}{8} + \frac{7}{8} \quad \left(\text{क्योंकि } \frac{-7}{8} \text{ का व्युत्क्रम प्रतिलोम } \frac{7}{8} \text{ है}\right)$$

$$= \frac{5+7}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

उदाहरण-12. $\frac{-5}{4}$ व $\frac{-3}{8}$ को घटाइए।

हल : 4, 8 का ल.सं. = 8

अब प्रत्येक पद के हर का ल.सं. (8) को बराबर करते हैं।

(∵ परिणय के हर को बराबर करने के बाद ही जोड़/घटाय जाता है।)

$$\therefore \frac{-5}{4} = \frac{-5 \times 2}{4 \times 2} = \frac{-10}{8}, \quad \frac{-3}{8} = \frac{-3 \times 1}{8 \times 1} = \frac{-3}{8}$$

$$\frac{-5}{4} - \left(\frac{-3}{8}\right) = \frac{-10}{8} - \left(\frac{-3}{8}\right) = \frac{-10}{8} + \frac{3}{8} \quad (\because \frac{-3}{8} \text{ का उल्टा प्रतिलोम } \frac{3}{8} \text{ है।})$$

$$= \frac{-10+3}{8} = \frac{-7}{8} \text{ Ans.}$$

उदाहरण-13. $\frac{-2}{9} - \left(\frac{-5}{18}\right) + \frac{7}{6}$

हल : $\frac{-2}{9} - \left(\frac{-5}{18}\right) + \frac{7}{6}$

$$\frac{-2}{9} + \frac{5}{18} + \frac{7}{6}$$

(∵ प्रथम चिह्न के बाद वाले पद का योज्य प्रतिलोम लिखकर तब क्रिया करते हैं।)

9, 18, 6 का ल.सं. = 18 भिन्नो को सामंहर में करते हैं।

$$= \frac{-2 \times 2}{9 \times 2} + \frac{5 \times 1}{18 \times 1} + \frac{7 \times 3}{6 \times 3} = \frac{-4}{18} + \frac{5}{18} + \frac{21}{18}$$

$$= \frac{-4+5+21}{18} = \frac{-4+26}{18} = \frac{22}{18} = \frac{11}{9} = 1\frac{2}{9}$$

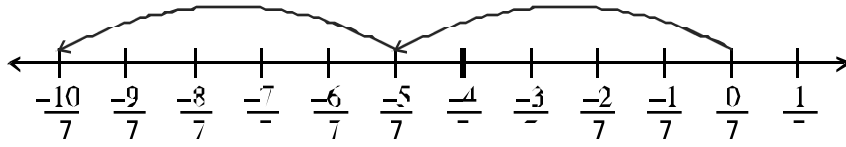
स्वयं करके देखिए

(i) $\frac{9}{7} - \left(\frac{-5}{17}\right)$ (ii) $\frac{5}{18} - \left(\frac{-7}{24}\right)$

12.8.3 परिमेय संख्याओं का गुणन (Multiplication of Rational Numbers):

हमने अध्याय 2 में भिन्न संख्याओं का गुणन सीखा था।

आइए, परिमेय संख्या $\frac{-5}{7}$ और 2 के गुणनफल यानी $\left(\frac{-5}{7} \times 2\right)$ पर विचार करते हैं।



$$\frac{-5}{7} \times 2 \text{ का अर्थ है } \frac{-5}{7} \text{ के बार अर्थात् } \left(\frac{-5}{7}\right) - \left(\frac{-5}{7}\right) = \frac{-5}{7} - \frac{5}{7}$$

$$\text{अतः } \frac{-5}{7} \text{ पर खड़े होकर दई ओर } \frac{5}{7} \text{ चलना अर्थात् } \frac{-10}{7}$$

$$\text{आइए हम इसे दूसरी प्रकार से हल ज्ञात करें :- } \frac{-5}{7} \times 2 = \frac{-5 \times 2}{7} = \frac{-10}{7}$$

इस प्रकार हम उसी परिमेय संख्या पर पहुँचते हैं। अतः हम देखते हैं कि एक परिमेय संख्या को एक धनात्मक पूर्णांक से गुणा करने पर अंश को पूर्णांक से गुणा कर देते हैं तथा हर को वही रखते हैं।

$$\text{निम्न को देखें - } \frac{-5}{8} \times -3 = \frac{-5 \times -3}{8} = \frac{15}{8}$$

इस प्रकार भी हल किया जा सकता है।

$$\frac{-5}{8} \times \frac{-3}{1} \text{ (क्योंकि } -3 = \frac{-3}{1} \text{ लिखा जा सकता है।)}$$

$$= \frac{-5 \times -3}{8 \times 1} = \frac{15}{8} \text{ है।}$$

$$\text{इसी प्रकार } \frac{-8}{7} \times -4 = \frac{-8}{7} \times \frac{-4}{1} = \frac{-8 \times -4}{7 \times 1} = \frac{32}{7} \text{ है।}$$

$$\text{अतः उपर्युक्त प्रेरणा के आधार पर हम ज्ञात करते हैं कि } \frac{-11}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{-11 \times 3}{5 \times 4} = \frac{-33}{20}$$

है।

$$\text{निम्न को देखें- } \frac{-2}{5} \times \frac{3}{10} \times \frac{-3}{4} = \frac{-2 \times 3 \times -3}{5 \times 10 \times 4} = \frac{18}{200} = \frac{9}{100}$$

कार्यविधि-

- परिमेय संख्याओं के अंश का गुणा करें।
- परिमेय संख्याओं के हरों का गुण करते हैं।
- अंशों का गुणफल
हरों का गुणफल

रवयं कीजिए

निम्नलिखित का गुणफल ज्ञात करें।

(i) $\frac{-11}{7} \times 1$ (ii) $\frac{-1}{5} \times \frac{-8}{11}$

12.8.4 परिमेय संख्याओं का भाग

हमने भिन्न संख्याओं का व्युत्क्रम के बारे में देखा है। $\frac{5}{4}$ का व्युत्क्रम क्या है? यह

$\frac{4}{5}$ है। यह अवधारणा परिमेय संख्याओं के व्युत्क्रमों के लिए भी लागू है। इस प्रकार $\frac{-3}{4}$ का

व्युत्क्रम $\frac{4}{-5}$ या $\frac{-4}{5}$ होगा तथा $\frac{-8}{9}$ का व्युत्क्रम $\frac{-9}{8}$ या $\frac{9}{-8}$ होगा।

आइए निम्नलिखित को देखें- हम जानते हैं कि $4 \times 5 = 20$

इसे दो तरीके से भाग के रूप में लिखा जा सकता है :- $20 \div 4 = 5$ या $20 \div 5 = 4$

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{20}{4} &= 5 & \left| \begin{array}{l} \frac{20}{5} = 4 \\ \frac{20}{4} = 5 \end{array} \right. \\ \Rightarrow 20 \times \frac{1}{4} &= 5 & \quad 20 \times \frac{1}{5} = 4 \end{aligned}$$

उपर्युक्त प्रेरणों से निष्कर्ष निकलता है कि भाज्य में भाजक से भाग करते हैं तो भागफल प्राप्त होता है तथा भाज्य में भाजक के व्युत्क्रम से गुणा करते हैं तो भी भागफल के ही बराबर संख्या प्राप्त होता है। अतः स्पष्ट होता है कि भाग की क्रिया गुणा के रूप में बदला जा सकता है।

आइए इसे देखें - $\frac{-25}{14} \div \frac{7}{5} = \frac{-25}{14} \times \frac{5}{7}$ ($\because \frac{7}{5}$ का व्युत्क्रम $\frac{5}{7}$ है)

$= \frac{-125}{98}$ Ans.

निकल पर विचार करें-

$$(i) \quad \frac{-5}{4} : \frac{-5}{4} = \frac{-5}{4} \times \frac{4}{-5} = \frac{-20}{-20} = 1$$

दुनः एक अन्य उदहरण लेते हैं-

$$(ii) \quad \frac{-20}{8} \div \frac{-20}{8} = \frac{\cancel{-20}}{\cancel{8}} \times \frac{\cancel{8}}{\cancel{-20}} = 1$$

अतः उपर्युक्त उदहरणों से स्पष्ट होता है कि किसी परिमेय संख्या में उसी परिमेय संख्या से भाग करते हैं तो योगफल सदैव 1 प्राप्त होता है अथवा किसी संख्या का उसके व्युत्क्रम से गुणनफल भी सदैव 1 होता है।

निकल को देखें और समझें-

$$\frac{-15}{8} \div \frac{4}{7} \div \frac{-2}{5} \quad \text{या} \quad \frac{-15}{8} \times \frac{7}{4} \times \frac{-5}{2} = \frac{-15 \times 7 \times -5}{8 \times 4 \times 2} = \frac{525}{64}$$

स्वयं करके देखिए

और कीजिए-

$$(i) \quad \frac{-11}{7} \times 4 \quad (ii) \quad \frac{-4}{5} \times \frac{-8}{11}$$

प्रश्नावली-12.2

1. नीचे दी गई परिमेय संख्याओं का योगफल ज्ञात कीजिए-

$$(i) \quad \frac{15}{4} + \frac{5}{4}$$

$$(ii) \quad \frac{13}{5} + \left(\frac{-2}{5}\right)$$

$$(iii) \quad \frac{-8}{15} - \frac{-16}{30}$$

$$(iv) \quad \frac{-3}{2} + \left(\frac{-3}{4}\right)$$

$$(v) \quad \frac{-8}{19} + \frac{3}{76}$$

$$(vi) \quad \frac{5}{4} - \left(\frac{-3}{8}\right) - \frac{5}{6}$$

$$(vii) \quad \frac{-8}{-} + 0$$

$$(viii) \quad -2\frac{1}{2} + \left(-3\frac{1}{2}\right)$$

2. ज्ञात करें-

$$(i) \quad \frac{5}{2} - \frac{7}{4}$$

$$(ii) \quad \frac{5}{8} - \left(\frac{-4}{5}\right)$$

$$(iii) \quad \frac{-12}{13} - \frac{5}{26}$$

$$(iv) \quad \frac{-8}{3} - \frac{7}{6}$$

$$(v) \quad -2\frac{1}{2} - 4$$

$$(vi) \quad 5 - \frac{1}{2} - \left(\frac{-3}{4}\right)$$

3. गुणनफल ज्ञात कीजिए—

(i) $\frac{12}{17} \times 5$

(ii) $\frac{8}{7} \times -7$

(iii) $\frac{-5}{4} \times \frac{7}{3}$

(iv) $\frac{-25}{16} \times \frac{2}{3}$

(v) $\frac{-4}{5} \times \frac{-3}{5}$

(vi) $\frac{-15}{18} \times \frac{5}{6} \times \frac{21}{5}$

4. निम्नलिखित क्र मान ज्ञात करें—

(i) $\frac{-5}{4} : 2$

(ii) $\frac{-12}{9} + \left(\frac{-2}{6}\right)$

(iii) $\frac{19}{21} \div \left(\frac{-3}{38}\right)$

(iv) $-5 : \left(\frac{-25}{7}\right)$

(v) $\frac{-27}{5} : \left(\frac{-54}{10}\right)$

(vi) $\frac{-1}{2} : \frac{4}{3}$

(vii) $\frac{-5}{4} \div \frac{15}{8} \div \frac{7}{16}$

(viii) $\frac{5}{16} \div \frac{-20}{32} \div \frac{4}{15} \div \frac{1}{2}$

12.9 परिमेय संख्याओं का दशमलव निरूपण

12.9.1 सांत दशमलव

हम जानते हैं कि $\frac{p}{q}$ का रूप की संख्याएँ जहाँ $q \neq 0$ एवं p, q पूर्ण संख्याएँ

कहलायी हैं। $\frac{p}{q}$ का अर्थ है p को q से भाग देना अर्थात् $\frac{p}{q}$ वह संख्या है जो p को q से विभाजित करने पर प्राप्त होती है।

अतः $\frac{5}{8}$ परिमेय संख्या का अर्थ है 5 को 8 से भाग देना, यह 5 को 8 से विभाजित करने पर प्राप्त होती है—

अतएव $\frac{5}{8} = 0.625$

$$\begin{array}{r} 0.625 \\ 8 \overline{) 50} \\ \underline{48} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 00 \end{array}$$

आइए, एक और उदाहरण लें—

$$4 \overline{) 2.25}$$

अतएव $\frac{9}{4} = 2.25$

अतः एक उदाहरणों से स्पष्ट होता है कि परिमेय संख्याओं $\frac{5}{8}$ और $\frac{9}{4}$ को क्रमशः 0.625 और 2.25 के रूप में निरूपित किया जा सकता है, जिसे दशमलव निरूपण कहते हैं।

Lo; adjdsnf[k,

निम्नलिखित परिमेय संख्याओं को दशमलव में निरूपित करें—

- (i) $\frac{5}{6}$ (ii) $\frac{19}{4}$ (iii) $\frac{20}{3}$ (iv) $\frac{15}{8}$ (v) $\frac{16}{9}$

12.9.2 असांत दशमलव

इन उदाहरणों पर गौर करें

$\frac{16}{3}$ और $\frac{17}{4}$ को दशमलव में निरूपित करते हैं।

$$3 \overline{) 16.000000}$$

$$\begin{array}{r} 5.333... \\ -15 \\ \hline 10 \\ -09 \\ \hline 10 \\ -09 \\ \hline 10 \\ -09 \\ \hline 10 \\ -09 \\ \hline \times 1 \end{array}$$

अतः $\frac{16}{3} = 5.333...$

$$4 \overline{) 17.0000}$$

$$\begin{array}{r} 4.25 \\ -16 \\ \hline 10 \\ -08 \\ \hline 20 \\ -20 \\ \hline \times \times \end{array}$$

इसी प्रकार $\frac{17}{4} = 4.25$

उपरोक्त उदाहरण को देखना सपता चलता है कि परिमेय संख्या $\frac{16}{3}$ का दशमलव

निरूपण 5.333... होता है, फिर भी यह पूरी तरह 3 से विभाजित नहीं हो पाता है। इसे अनंत तक भाग देते रहे तो भी भाग की क्रिया पूरी नहीं होती है। अतः इस प्रकार के दशमलव निरूपण को असांत दशमलव कहते हैं।

परिमेय संख्या $\frac{17}{4}$ का दशमलव निरूपण 4.25 है। जो कुछ ही पदों में भाग की क्रिया पूरी हो जाती है। इसे सांत दशमलव कहते हैं।

Lo; adj ds nf[k,

निम्नलिखित में से असांत निरूपण वाली परिमेय संख्या छाँटिएँ :

- (i) $\frac{1}{6}$ (ii) $\frac{24}{9}$ (iii) $\frac{31}{11}$ (iv) $\frac{31}{4}$ (v) $\frac{5}{8}$

12.9.3 असांत आवर्ती दशमलव का निरूपण-

$$(i) \quad \frac{1}{7} = \begin{array}{r} 0.14285714... \\ 7 \overline{)10} \\ \underline{-7} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{14} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{35} \\ 50 \\ \underline{49} \\ 10 \\ \underline{7} \\ 30 \\ \underline{-28} \\ 2 \end{array}$$

$$(ii) \quad \frac{2}{9} = \begin{array}{r} 0.222... \\ 9 \overline{)20} \\ \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 2 \end{array}$$

अतः $\frac{2}{9} = 0.222...$ असांत दशमलव है।

अतः $\frac{1}{7} = 0.14285714...$ असांत दशमलव है।

उपरोक्त उदाहरणों को देखने से पता चलता है कि दशमलव के बाद क-अंक या अंक

समूह दोहराया जा रहा है यह क्रिया अनन्त तक चलती है। इनमें भाग की क्रिया कभी पूर्ण नहीं होती है। चूँकि एक या एक से अधिक अंकों के समूह की पुनरावृत्ति बार-बार होती है इसलिए इन्हें असांत आवर्ती दशमलव संख्याएँ भी कहते हैं।

दशमलव के बाद यदि संख्याओं के अंक दोहराए जाते हैं तब उन अंक दोहराये जाते हैं उनके ऊपर “-” या $(\bar{\quad})$ का चिह्न लगा देते हैं। जैसे—

$$\frac{1}{7} = 0.14285714... = 0.\overline{142857} \quad \text{या} \quad 0.1\overline{42857}$$

$$\frac{2}{9} = 0.222... = 0.\overline{2}$$

Lo; adjdsnf[k,

निम्न क असांत आवर्ती दशमलव को संकेतिक रूप में लिखें—

(i) $\frac{2}{11} = 0.1818...$

(ii) $\frac{1}{6} = 0.1\overline{666}$

(iii) $\frac{7}{13} = 0.5384615...$

12.84 निम्नलिखित उदाहरणों को ध्यान से देखें

$\frac{5}{8}, \frac{24}{25}, \frac{3}{10}, \frac{9}{4}, \frac{17}{4}$ इनका प्रत्येक निरूपण सांत है।

$\frac{16}{3}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{2}{11}, \frac{7}{13}, \frac{1}{15}$ इनका प्रत्येक निरूपण असांत है।

(इन परिमेय संख्याओं का हल ऊपर के उदाहरणों में किया है।)

निम्न सांत भिन्न के हरों के अभाज्य गुणखण्ड देखें—

उपरोक्त सांत दशमलव निरूपण के भिन्नों के हरों का अभाज्य गुण खण्ड है—

8 = $2 \times 2 \times 2$

25 = 5×5

10 = 2×5

4 = 2×2

इन हराँ के सनी अभाज्य गुणखण्ड र ता 5 या 2 र दोनॉँ हँ।

क्या कोई ऐसी राँत दशमलव संख्या आप सोच सकते हँ जेस की परिमेय संख्या (र रलम रूप) के हर में 2 या 5 के अलावा और कोई गुणखण्ड हँ ?

उपर्युक्त उदाहरणों नं साँत दशमलव के परिमेय संख्याओं के हराँ के अभाज्य गुणखण्डों को देखने स पता चलता है कि इनके अभाज्य गुणखण्ड नं 2 या 5 या दोनों हँ।

पुनः उपर्युक्त उदाहरणों में अतंत दशमलव के परिमेय संख्याओं के हराँ के अभाज्य गुणखण्ड हँ-

$$5 = -3 \times 1$$

$$7 = -7 \times 1$$

$$6 = -2 \times 3$$

$$11 = 1 \times 11$$

$$13 = 1 \times 13$$

$$15 = -3 \times 5$$

इनके अभाज्य गुणखण्ड में 2 या 5 के अतिरिक्त अन्य अभाज्य गुणखण्ड भी हँ।

अतः स्पष्ट है कि जिन परिमेय संख्याओं के हराँ के अभाज्य गुणखण्डों नं सिर्फ 2 या 5 या दोनों हो तो उस परिमेय संख्या का दशमलव निरूपण संत दशमलव निरूपण होता है। तथा जिन परिमेय संख्याओं के हराँ के अभाज्य गुणखण्डों में 2 र 5 के अतिरिक्त अन्य अभाज्य संख्याएं भी हँ तो उस परिमेय संख्या का दशमलव निरूपण असाँत दशमलव निरूपण होता है।

स्वयं करके देखिए

निम्न में जिन परिमेय संख्याओं का दशमलव निरूपण संत है उर किन परिमेय संख्याओं का अतंत।

(हराँ के अभाज्य गुणखण्ड के आधार पर बताएँ)

$$(i) \frac{16}{125} \quad (ii) \frac{4}{15} \quad (iii) \frac{5}{18} \quad (iv) \frac{11}{8} \quad (v) \frac{4}{9}$$

$\frac{-5}{4}$ को दशमलव में निरूपित करें।

$\frac{-5}{4}$ का दशमलव निरूपण के लिए पहले $\frac{5}{4}$ का दशमलव निरूपण करते हैं।

$$\begin{array}{r} 1.25 \\ 4 \overline{) 5} \\ \underline{-4} \\ 10 \\ \underline{-8} \\ 20 \\ \underline{-20} \\ \times \times \end{array}$$

या, $\frac{5}{4} = 1.25$

अतः $\frac{-5}{4} = -1.25$

इसी प्रकार अन्य त्रुणात्मक संख्याओं का दशमलव निरूपण करते हैं।

आइए निम्न उदाहरणों को देखें—

$$0.24 = \frac{0.24 \times 100}{100} = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$$

$$2.235 = \frac{2.235 \times 1000}{1000} = \frac{2235}{1000} = \frac{447}{200}$$

$$2.4 = \frac{2.4 \times 10}{10} = \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$$

$$4.625 = \frac{4.625 \times 1000}{1000} = \frac{4625}{1000} = \frac{37}{8}$$

उपरोक्त उदाहरणों से यह स्पष्ट है कि यदि दशमलव संख्याओं के परिमेय संख्या में परिवर्तित करने के लिए संख्या के हर में 1 के बाद इतने शून्य लिखे हैं जितने दशमलव के बाद संख्याएं हैं तथा अंश में से दशमलव हटा दें तब परिमेय संख्याएँ प्राप्त हो जाएँगी। जैसे—

$$5.426 = \frac{5426}{1000}$$

$$5.24 = \frac{524}{100} \text{ अदि।}$$

रवरी कीजिए

नीचे दी गई दशमलव संख्याओं को परिमेय संख्याओं में बदलिए—

- (i) 2.48 (ii) 7.326 (iii) 8.35 (iv) 0.2548

आइए निम्न उदाहरण को देखें—

उदाहरण-14. $0.\overline{4}$ का परिन्त संख्या के रूप में लिखें।

हल : माना $x = 0.\overline{4}$

या $x = 0.444\ldots$ (i)

दोनों पक्षों में 10 से गुणा करने पर

$$10x = 4.444\ldots \text{ (ii)}$$

समीकरण (ii) में से समीकरण (i) का घटाने पर

$$10x = 4.444$$

$$x = 0.444$$

$$9x = 4$$

$$\therefore x = \frac{4}{9}$$

अतः $0.\overline{4} = \frac{4}{9}$

उदाहरण-15. $0.\overline{345}$ को परिन्त संख्या के रूप में लिखें।

हल : माना कि $x = 0.\overline{345}$

या, $x = 0.345345345\ldots$ (i)

दोनों पक्षों में 1000 से गुणा करने पर

$$1000x = 345.345345345\ldots \text{ (ii)}$$

समीकरण (ii) में से समीकरण (i) को घटाने पर

$$1000x = 345.345345345\ldots$$

$$x = 0.345345345\ldots$$

$$999x = 345$$

कार्य विधि- उपयुक्त उदाहरणों को हल करके लें लिए निम्न विधि अपनाई गई-

- दी गई दशमलव संख्या को x के बराबर माना
- दशमलव के बाद जिस अंक की पुनरवृत्ति हो रही है, उसे दो या तीन बार लिखेंगे हैं। इसे समीकरण (ii) कहते हैं।
- पुनरवृत्ति वाले अंकों (आवर्तकों) को गिनकर 1 के बाद उतने

$$\therefore x = \frac{345}{999}$$

$$\text{अतः } 0.\overline{345} = \frac{345}{999} = \frac{115}{333}$$

है शून्य लगाकर दोनों पक्षों में गुणा करते हैं तथा इसे समीकरण (ii) लिखते हैं।

(d) समीकरण (ii) में से समीकरण (i) को घटकर x का मान प्राप्त करते हैं।

☒ इस असांत आवर्ति दशमलव का सन्निकट परिमेय प्राप्त होता है।

निम्न उदाहरणों को देखें—

उदाहरण—16. $4.3\overline{25}$ को परिमेय संख्या में परिवर्तित करें—

हल : माना कि $x = 4.3\overline{25}$

$$\text{या } x = 4.32555... \text{ (i)}$$

दोनों पक्षों में 100 से गुणा करने पर (1 के बाद उठना शुरू करते हैं, जिसका दशमलव के बाद अनन्तवर्ती है और उठने से दोनों पक्ष में गुणा करते हैं।)

$$100x = 432.555... \text{ (ii)}$$

पुनः समीकरण (i) में 1000 से गुणा करने पर

$$1000x = 4325.555... \text{ (iii)}$$

समीकरण (iii) में से समीकरण (ii) को घटने पर

$$\begin{array}{r} 1000x = 4325.555 \\ 100x = 432.555 \\ \hline 900x = 4325 - 432 \end{array}$$

$$x = \frac{4325 - 432}{900}$$

$$\text{अतः } 4.3\overline{25} = \frac{4325 - 432}{900} = \frac{3893}{900}$$

उदाहरण—17. $0.15\overline{23}$ को परिमेय संख्या में परिवर्तित करें।

हल : माना कि $x = 0.15\overline{23}$

$$\text{या } x = 0.15232323... \text{ (i)}$$

दोनों पक्षों में 100 से गुणा करने पर

$$100x = 15.232323... \text{ (ii)}$$

पुनः समीकरण (i) में 10000 से गुणा करने पर

$$10000x = 1523.232323... \text{ (iii)}$$

समीकरण (iii) में से समीकरण (ii) को घटाने पर

$$10000x = 1523.232323$$

$$\underline{100x = 15.232323}$$

$$9900x = 1523 - 15$$

$$x = \frac{1523-15}{9900} = \frac{1508}{9900} = \frac{377}{2475}$$

$$\text{अतः } 0.1523\overline{23} = \frac{1523-15}{9900} = \frac{377}{2475}$$

कार्यविधि-

1. सबसे पहले दी गई दशमलव आवर्तक संख्या को x माना।
2. दशमलव के बाद आवर्तक की संख्या तीन बार लिखते हैं। इसे समीकरण (i) मानते हैं।
3. दशमलव के बाद आए अनावर्तक को गिनकर उतना शून्य 1 (एक) पर डालकर समीकरण (i) के दोनों पक्षों में गुणा कर लिखते हैं, इस समीकरण (ii) मानते हैं।
4. पुनः दशमलव के बाद आए कुल अंकों (आवर्तक और अनावर्तक) को गिनकर उतना शून्य 1 (एक) पर डालकर समीकरण (i) के दोनों पक्षों में गुणा कर लिखते हैं। इस समीकरण (iii) मानते हैं।
5. उपर्युक्त समीकरण (iii) में से समीकरण (ii) को घटाकर x का मान ज्ञात करते हैं।

उपर्युक्त उदाहरणों से स्पष्ट होता है कि आवर्तक वाला दशमलव संख्या का संक्षेप में अथवा शीघ्र परिमेय संख्या में परिणत करने के लिए दी गयी आवर्तक दशमलव संख्या को बिना आवर्तक चिह्न के एवं बिना दशमलव के उदा संख्या को लिखते हैं, फिर उसमें से पूर्णांक और अनावर्तकों से बनी संख्या को घटाकर उसके बट्ट में जोड़ना आवर्तक है उतना 9 और दशमलव के दाहिने तरफ उतना अनावर्तक है उतना 0 (शून्य) लिखते हैं।

$$\text{जैसे— } 4.3\overline{256} = \frac{43256 - 432}{9900} = \frac{42824}{9900}$$

$$5.4\overline{2} = \frac{542 - 54}{90} = \frac{488}{90}$$

स्वयं कीजिए

निम्नलिखित को परिमेय संख्याओं में निरूपित करें।

(i) $4.38\overline{6}$ (ii) $0.32\overline{56}$ (iii) $5.84\overline{65}$

इन्हें पहले विस्तार से परिमेय संख्या में बदलें फिर संक्षेप विधि से भी परिमेय संख्या में बदलें।

प्रश्नावली—12.3

1. निम्नलिखित को दशमलव में बदलिए।

(i) $\frac{5}{4}$ (ii) $\frac{8}{7}$ (iii) $\frac{15}{16}$ (iv) $\frac{25}{24}$

2. निम्नलिखित दशमलव संख्या को परिमेय संख्या में बदलें।

(i) 4.32 (ii) ~~12.32~~ (iii) 5.486 (iv) 2.842

3. निम्न को दशमलव में बदलें।

(i) $\frac{-5}{8}$ (ii) $\frac{-25}{16}$

4. निम्न भिन्न संख्याओं को दशमलव में बदले बिना बताइए कि कौन-कौन सांत दशमलव है और कौन-कौन असांत दशमलव है।

(i) $\frac{5}{3}$ (ii) $\frac{7}{6}$ (iii) $\frac{8}{5}$ (iv) $\frac{17}{24}$ (v) $\frac{15}{8}$

5. निम्नलिखित को परिमेय संख्या के रूप में विस्तार से लिखिये—

(i) $4.3\overline{2}$ (ii) $5.34\overline{56}$ (iii) $8.2\overline{4}$ (iv) $0.\overline{2}$

6. निम्न को परिमेय संख्या के रूप में संक्षेप में लिखें—

- (i) $5.1\overline{36}$ (ii) $12.3\overline{25}$ (iii) $9.3\overline{865}$ (iv) $0.3\overline{25}$

7. निम्न अज्ञात दशमलव संख्या को संकेत में लिखें।

- (i) 1.3151515... (ii) 32.325655...
 (iii) 0.2543543543... (iv) 2.32145145145...

हमने सीखा

- वैसी संख्या जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त की जा सके, जहाँ p और q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ है, परिमेय संख्या कहलाती है। जैसे : $\frac{-2}{9}, \frac{3}{4}, \frac{5}{2}, \sqrt{4}$ इत्यादि परिमेय संख्या हैं।
- सभी प्राकृत संख्याएँ, सभी पूर्ण संख्या, सभी पूर्णांक संख्याएँ और सभी भिन्न संख्या परिमेय संख्याएँ हैं।
- सभी परिमेय संख्याएँ निम्न संख्याएँ नहीं हैं।
- किसी भी परिमेय संख्या में ऊपर की संख्या को अंश तथा नीचे की संख्या को हर कहते हैं। जैसे— $\frac{-5}{8}$ में अंश -5 , हर 8 है।
- यदि परिमेय संख्या का अंश और हर दोनों घनात्मक पूर्णांक हों अथवा दोनों ऋणात्मक पूर्णांक हों, तो वह परिमेय संख्या, घनात्मक परिमेय संख्या कहलाती है।
 जैसे— $\frac{5}{4}, \frac{-4}{-9}$ आदि।
- यदि परिमेय संख्या का अंश और हर दोनों में से कोई एक ऋणात्मक पूर्णांक हो तो वह परिमेय संख्या, ऋणात्मक परिमेय संख्या कहलाती है। जैसे— $\frac{-12}{5}, \frac{7}{-4}$ आदि।

7. यदि किसी परिमेय संख्या के अंश और हर को एक शून्येतर पूर्णक से गुण किया जाय या भाग दिया जाय तो हमें एक परिमेय संख्या प्राप्त होती है, जो दी हुई परिमेय संख्या के तुल्य समतुल्य परिमेय संख्या होती जाती है। जैसे : $\frac{-9}{5} = \frac{-9 \times 2}{5 \times 2} = \frac{-18}{10}$ है। अतः हम कहते हैं कि $\frac{-18}{10}$ संख्या $\frac{-9}{5}$ का एक समतुल्य परिमेय संख्या है। साथ ही, $\frac{-18}{10} = \frac{-18 \div 2}{10 \div 2} = \frac{-9}{5}$ है, तो $\frac{-9}{5}$ संख्या $\frac{-18}{10}$ का समतुल्य परिमेय संख्या है।
8. संख्या 0 न तो धनात्मक परिमेय है और न ही एक ऋणात्मक परिमेय संख्या है।
9. एक परिमेय संख्या को अपने मानक रूप (सरलतम रूप) या Standard form में रूपांतरित माना जाता है, जब उसके हर धनात्मक पूर्णांक हो तथा अंश और हर में कोई सांख्यिक गुणनखंड न हो। जैसे : $\frac{-5}{4} : \frac{2}{7}$ इसके मानक रूप में हैं।
10. दो परिमेय संख्याओं के बीच असंमित परिमेय संख्याएँ होती हैं।
11. दो परिमेय संख्याओं के बीच की परिमेय संख्या निकालने के तरीके को सीखें।
12. समान हर वाली दो परिमेय संख्याओं का योग इत करने के लिए उनके अंशों को जोड़ा जाता है तथा हर वही रखकर योगफल इत किया जाता है। भिन्न-भिन्न हरों वाली दो परिमेय संख्याओं को जोड़ने के लिए, पहले दोनों हरों का लघु स० ज्ञात किया जाता है और फिर दोनों परिमेय संख्याओं को लघु स० के बराबर समान हर वाली दो समतुल्य परिमेय संख्याओं में बदलकर जोड़ लिया जाता है। जैसे : $\frac{-5}{2} + \frac{6}{4} = \frac{-10}{4} + \frac{6}{4} = \frac{-10+6}{4} = \frac{-4}{4} = -1$ है। यहाँ 2 और 4 का लघु स० = 4 है।
13. दो परिमेय संख्याओं का व्यवकलन करने के लिए हम घटाई जानेवाली परिमेय संख्या का योज्य प्रतिलोम को अन्य परिमेय संख्या में जोड़ते हैं। जैसे—
 $\frac{6}{7} - \frac{5}{14} = \frac{6}{7} - \left(\frac{-5}{14}\right) = \frac{12}{14} + \frac{5}{14} = \frac{17}{14}$ है।
14. दो परिमेय संख्याओं का गुण के लिए अंशों को अंशों के साथ तथा हरों को हरों के

साथ गुणा कर अभीष्ट गुणनफल - $\frac{\text{उत्तों का गुणनफल}}{\text{एसे का गुणनफल}}$ प्राप्त कर लेते हैं। जैसे-

$$\frac{-5}{4} \times \frac{-2}{3} = \frac{-5 \times -2}{4 \times 3} = \frac{-10}{12} = \frac{-5}{6} \quad |$$

15. एक परिमेय संख्या को एक अन्य शून्येतर परिमेय संख्या से भाग देने के लिए, हम उभरती परिमेय संख्या को अन्य परिमेय संख्या के व्युत्क्रम से गुणा करते हैं। इस प्रकार

से परिमेय संख्याओं का अभाज्य भग्नफल प्राप्त कर लेते हैं। जैसे: $\frac{-15}{8} \div \frac{30}{24} = \frac{-15}{8} \times \frac{24}{30}$

$$= \frac{-3}{2}$$

16. परिमेय संख्याओं को दशमलव में निरूपण।
17. दशमलव संख्या को परिमेय संख्या में निरूपण।
18. सांत दशमलव एवं असांत दशमलव की जानकारी।
19. असांत आवर्ती दशमलव संख्या को सांकेतिक आवर्ती निरूपण जैसे- 4.23545454... को सांकेतिक रूप में $4.2\overline{354}$ लिखा जाता है।
20. निश्च परिमेय संख्या के हरों का अभाज्य गुणखंड सिर्फ 2 या 5 हो तब उक्त परिमेय संख्या का दशमलव निरूपण सांत दशमलव निरूपण होता है।
21. निश्च परिमेय संख्या के हरों का अभाज्य गुणखंड 2 या 5 के अतिरिक्त अन्य अभाज्य संख्याएँ भी हैं तब उक्त परिमेय संख्या का दशमलव निरूपण असांत दशमलव निरूपण होता है।
22. ऋणात्मक परिमेय संख्या का दशमलव निरूपण।
23. असांत आवर्ती दशमलव (Recurring Decimal number) को परिमेय संख्या में निरूपण (गिरगूत रूप से तथा सांकेतिक रूप से)।

