

**मूमिका**

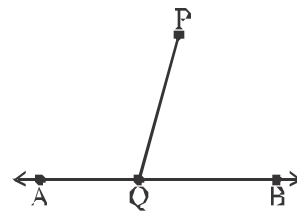
अभी तक आप विभिन्न आकृतियों एवं आकारों से परिचित हुए हैं। कुछ आकृतियों की रचना जिनमें रेखाखंड खींचना तथा उन्हें समझाजित करना, लम्बवत् रेखा खींचना, कोण बनाना, कण समद्विभाजित करना तथा वृत्त आदि की रचना करना आप सीख चुके हैं। इस अध्याय में हम एक रेखा के समान्तर रेखा खींचने एवं विभिन्न त्रिभुजों की रचना परस्कार एवं स्कैल की सहायता से करना सीखेंगे।

**13.1 दी गई रेखा के बहा स्थित किसी बिन्दु से उस रेखा के समान्तर दूसरी रेखा खींचना।**

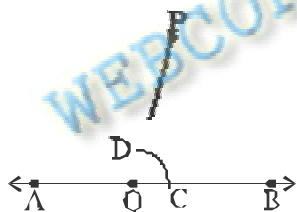
$\overline{AB}$  एक सरल रेखा है। इस सरल रेखा  $\overline{AB}$  से बाहर स्थित एक बिन्दु P दिया है। अब इसी P बिन्दु से गुजरती  $\overline{AB}$  के समान्तर एक सरल रेखा खींचनी है।

**रचना के चरण-**

**चरण-1 :** रेखा  $\overline{AB}$  पर कोई बिन्दु Q लीजिए तथा इसे P बिन्दु से मिलाएँ।



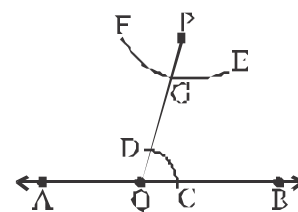
चित्र-13.1



चित्र-13.2

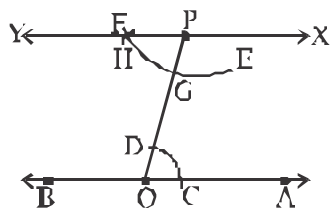
**चरण-2 :** बिन्दु Q को केन्द्र मानकर किसी भी त्रिज्य का चाप खींचिए। यह चाप रेखा  $\overline{AB}$  को जहाँ काटता है उसे C तथा  $\overline{PQ}$  को जहाँ काटता उसे D नाम देंजिए।

**चरण-3 :** अब P बिन्दु को केन्द्र मानते हुए उसी त्रिज्य का एक चाप EF खींचिए। यह चाप PQ को जैसा बिन्दु पर काटता है उसे G नाम देंजिए।



चित्र-13.3

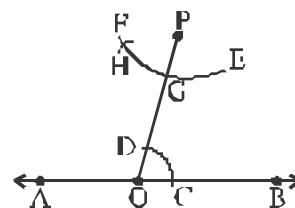
**चरण-4 :** CD चाप की लम्बाई के बराबर एक चाप G बिन्दु को केन्द्र मानकर (एकांतर क्रम में) खींचिए जो EF चाप को जिस बिन्दु पर काटे उसे H नाम दीजिए।



चित्र-13.5

**चरण-5 :** अब P व H को मिलात हुए एक रखा XY खींचिए। (चित्र-13.5) यहाँ

$\angle PQA = \angle QPY$  जो अंतःएकांतर कोण है तथा हम जानते हैं कि जब अंतःएकांतर कोण बराबर होते हैं तो रेखाएँ समांतर होती हैं, अतः  $AB \parallel XY$



चित्र-13.4

### कृष्ण करें

1. चित्र-13.5 में P बिन्दु से गुजरने वाली कुछ और रेखाओं को खींचिए। बताइए  $\overline{XY}$  रेखा के अतिरिक्त आपने क्या और कोई और रेखा खींची जो  $\overline{AB}$  के समांतर है, यदि नहीं तो  $\overline{XY}$  के अतिरिक्त P बिन्दु से गुजरने वाली रेखाएँ रेखा  $\overline{AB}$  के लिए कैसी रेखाएँ हंगी?
2. उपर की रचना में एकांतर अंतःकोण के अलावा और कौन-कौन कोण बनाकर  $\overline{AB}$  के समांतर रेखा खींच सकते हैं?

### प्रश्नावली-13.1

1.  $R$   $\overline{MN}$  रेखा के बाहर स्थित एक बिन्दु है।  $R$  से गुजरती  $\overline{MN}$  के समांतर एक दूसरी रेखा खींचिए।
2. परकार एवं ज्कोल की सहायता से  $60^\circ$  का एक कोण  $\angle ABC$  बनाइए। कोण के शीर्ष B से भुजा AB पर 4 सेमी. दूर भुजा BC के समांतर एक रखा खींचिए।
3.  $l$  एक रेखा खींचिए। इसके A बिन्दु पर  $m$  एक लम्बवत् रेखा खींचिए। पुनः  $m$  पर स्थित किसी B पर एक लम्बवत् रेखा  $n$  खींचिए, बताइए  $l$  रेखा  $n$  रेखा  $l$  के समांतर है यदि हाँ तो कैसे?
4. AB एक रेखा खींचिए। AB से 5 सेमी. दूर एक ऐसी रेखा CD खींचिए जो AB के समांतर हो।

### 13.2 त्रिभुज की रचना

रचनीयता में हमने पढ़ा है कि त्रिभुज के कोई तीन लक्ष्य ज्ञात होने पर सर्वांगसम त्रिभुज बनाया जा सकता है। इस अनुक्रम में हम उन्हीं प्रतिबन्धों के साथ त्रिभुज की रचना करेंगे। पहले एक बार उन्हें पुनः बत कर लें—

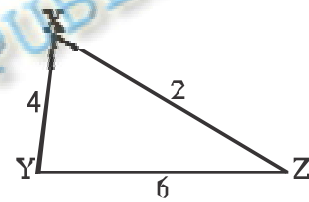
- (i) त्रिभुज की तीनों भुजाओं की लम्बाई (SSS प्रतिबन्ध)
- (ii) दो भुजाओं की लम्बाई व इनके बीच का कोण (SAS प्रतिबन्ध)
- (iii) एक भुजा और उस पर बनने वाले दोनों कोण (ASA प्रतिबन्ध)
- (iv) समकोण त्रिभुज में कोण व कोई अन्य एक भुजा (RHS प्रतिबन्ध)

हमने यह भी देखा था कि इन प्रतिबन्धों के अतिरिक्त अन्य प्रतिबन्धों में एक अद्वितीय रचनीय त्रिभुज नहीं बनाया जा सकता है। अतः इन्हें अवधारणों के आधार पर त्रिभुज की रचना करेंगे।

#### 13.2.1 एक त्रिभुज की रचना जब तीनों भुजाओं की लम्बाइयाँ दी गई हों। (SSS प्रतिबन्ध)

**उदाहरण-1.** एक त्रिभुज XYZ की रचना कीजिए जिसमें  $XY = 4$  सेमी.,  $YZ = 6$  सेमी., तथा  $XZ = 7$  सेमी. दिया हो।

**हल :** चरण-1 : पहले हम दी गई भुजाओं के आधार पर एक एक आकृति खींचते हैं।



चित्र-13.6

**चरण-2 :** 6 सेमी. लम्बाई का एक रेखाखण्ड खींचिए।

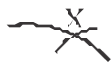
चित्र-13.7

**चरण-3 :** Y के लिए एक बिन्दु में X, Y से 4 सेमी. दूर के रूप में

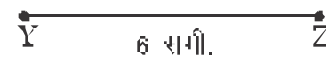
एक केंद्र मानकर 4 सेमी. त्रिज्या का चाप खींचिए। X

बिन्दु इसी चाप पर कहीं स्थित होगा। X बिन्दु चाप

पर कहीं स्थित है इसका पता लगाने हेतु आगे चरण



की ओर बढ़ेंगे।



चित्र-13.8

**चरण-4 :** X बिन्दु इस चाप पर कहीं है, इसके पता करने हेतु

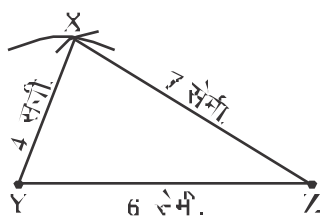
Z को केंद्र मानकर 7 सेमी. का चाप खींचिए (क्योंकि बिन्दु X,

Z से 7 सेमी. दूर है) जो पूर्व में बना चाप का एक बिन्दु पर

प्रतिच्छेद करेगा। यही X बिन्दु है।



चित्र-13.9



चित्र-13.10

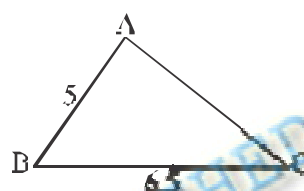
चरण-5 : अब बिन्दु X को क्रमशः Y एवं Z से मिलाइए। यह असीम त्रिभुज XYZ है।

(SSS प्रतिबंध के अन्तर्गत त्रिभुज की रचना करते समय हमें यह हमेशा ध्यान रखना होगा कि किसी त्रिभुज में दो भुजाओं की लम्बाई का योग हमेशा तीसरी भुजा से ज्यादा होता है, अन्यथा त्रिभुज की रचना संभव नहीं है।)

### 13.2.2 जब दो भुजाएँ एवं उनके बीच के कोण की माप ज्ञात हो (SAS प्रतिबंध)

**उदाहरण-2.** एक त्रिभुज ABC की रचना करें जब AB = 5 सेमी, BC = 6.5 सेमी, तथा  $\angle B = 75^\circ$  दिया है।

**हल :** चरण-1 : सर्वप्रथम एक एक चित्र बनाएँ।



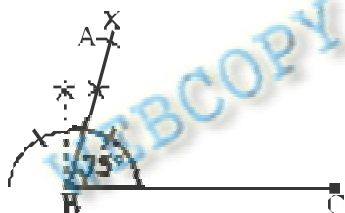
चित्र-13.11



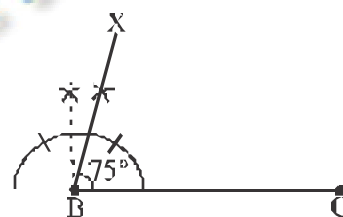
चित्र-13.12

चरण-2 : सबसे पहले 6.5 सेमी लम्बाई का एक रेखाखंड BC खींचिए।

चरण-3 : फिर रेखाखंड के B बिन्दु पर  $75^\circ$  का कोण बनाते हैं। त्रिभुज का A बिन्दु कोण बनाए वाली इसी भुजा BX पर स्थित होगा।



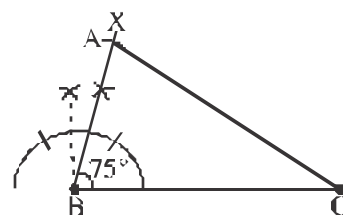
चित्र-13.14



चित्र-13.13

चरण-4 : कोण बनने वाली इस भुजा पर स्थित बिन्दु A का पता लगाने के लिए B को केन्द्र मानकर 5 सेमी का वाक खींचा। रेखा BX के जिस बिन्दु पर काटता है वही बिन्दु A है।

चरण-5 : बिन्दु A को बिन्दु C से मिलाइए। इस प्रकार असीम त्रिभुज ABC बना।



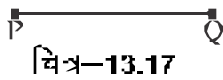
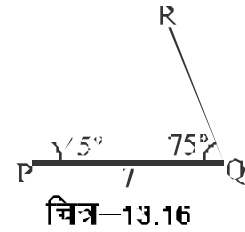
चित्र-13.15

13.2.3 त्रिभुज की रचना जब उसके दो कोण एवं उनके बीच की गुजा की माप दी गई है। (ASA प्रतिबंध)

**उदाहरण-3** एक त्रिभुज PQR की रचना कीजिए, जहाँ  $\overline{PQ} = 7$  सेमी,  $\angle P = 45^\circ$  तथा  $\angle Q = 75^\circ$  हों।

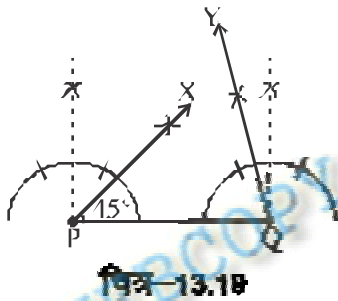
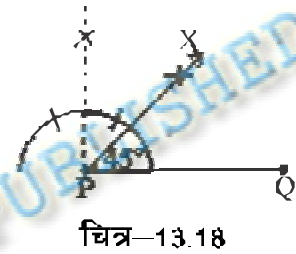
त्रिभुज PQR की रचना के निम्न चरण हो सकते हैं-

**चरण-1** : एक एक चिन् बनएँ।



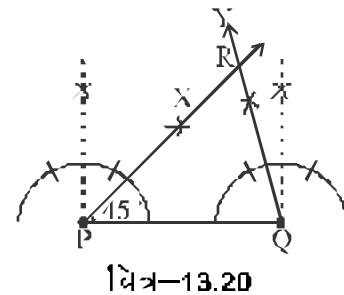
**चरण-2** : 7 सेमी. की लम्बाई का एक रेख खंड  $\overline{PQ}$  खींचिए।

**चरण-3** : रेख खंड PQ के P बिन्दु पर  $45^\circ$  का कोण बनाइए। कोण बनाने वाली किरण  $\overline{PX}$  पर ही बिन्दु R होगा।



**चरण-4** : PQ रेखाखंड के Q बिन्दु पर  $75^\circ$  का कोण बनाइए। कोण बनाने वाली किरण  $\overline{QY}$  पर ही बिन्दु R स्थित होगा।

**चरण-5** : R बिन्दु कोण बनाने वाली दोनों किरणों पर स्थित है अर्थात् यह उनके प्रतिच्छेद बिन्दु पर स्थित है। प्रतिच्छेद बिन्दु प्राप्त करने के लिए  $\overline{PX}$  और  $\overline{QY}$  को आवश्यकतानुसार बढ़ाइए। उनका प्रतिच्छेद बिन्दु ही R है। इस प्रकार अर्न्ध त्रिभुज PQR की रचना हुई।

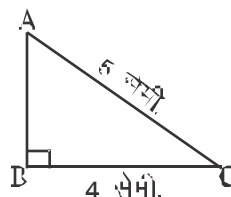


13.2.4 एक समकोण त्रिभुज की रचना जिसमें उराले कर्ण एवं समकोण बनाने वाली किसी एक भुजा की लंबाई दी हो। (RHS प्रतिबंध)

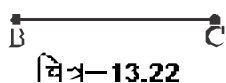
**उदाहरण-4.** एक समकोण  $\triangle ABC$  की रचना कीजिए जिसमें  $\angle B$  समकोण है तथा समकोण बनाने वाली दो भुजाओं में से एक भुजा  $BC = 4$  सेमी. तथा कर्ण  $AC = 5$  सेमी. है।

समकोण  $\triangle ABC$  की रचना के निम्न चरण हो सकते हैं।

**चरण-1 :** पहले हम दिए गए मापों के आधार पर एक रेखा आकृति बनाते हैं।



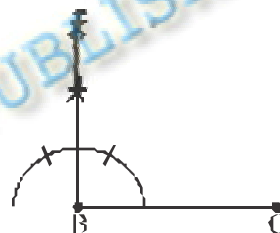
चित्र-13.21



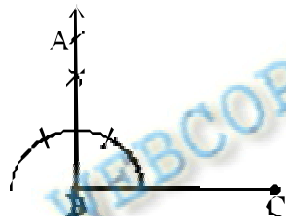
चित्र-13.22

**चरण-2 :** 4 सेमी. का एक रेखाखंड BC खींचिए।

**चरण-3 :** रेखाखंड BC के B बिन्दु पर  $90^\circ$  का कोण बनाइए। कागज बनाने वाले इसी भुजा पर त्रिभुज का A बिन्दु स्थित होगा।



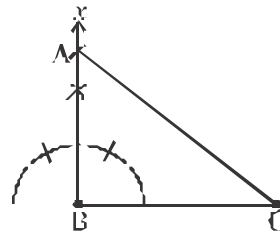
चित्र-13.23



चित्र-13.24

**चरण-4 :** अब C बिन्दु को केन्द्र मानकर AC = 5 सेमी. का एक चाप खींचिए। चूँकि A बिन्दु इसी चाप पर कहीं स्थित होगा। अर्थात् यह चाप एवं समकोण बनाने वाले रेखा BX के प्रतिच्छेद बिन्दु पर होगा।



**चरण-5 :** बिन्दु A को बिन्दु C से मिलाने। इस प्रकार अभीष्ट समकोण  $\triangle ABC$  की रचना हुई।



चित्र-13.25

## प्रश्नावली — 13.2

1. एक त्रिभुज ABC की रचना करें जिसमें भुजा AB = 3 सेमी, भुजा BC = 4 सेमी, तथा भुजा AC = 5 सेमी. हो।
2. एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें भुजा BC = CA = 5 सेमी, तथा AB = 6 सेमी. हो।
3. एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी तीनों भुजाएँ 5.5 सेमी. हों।
4. एक त्रिभुज PQR की रचना कीजिए जिसमें  $\angle R = 30^\circ$ , भुजा QR = 4 सेमी, तथा RP = 5 सेमी. हो।
5. ABC त्रिभुज की रचना कीजिए जिसमें भुजा AB = AC = 6 सेमी. **है तथा**  $\angle BAC = 60^\circ$  हो।
6. एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी दो भुजाएँ क्रमशः 7 सेमी. **एवं 5 सेमी.** हों तथा उनके बीच का कोण  $120^\circ$  हो।
7. त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें  $\angle B = \angle C = 40^\circ$  एवं भुजा BC = 8 सेमी. हो।
8. त्रिभुज PQR की रचना कीजिए जिसमें  $\angle P = 40^\circ$ ,  $\angle Q = 60^\circ$  तथा भुजा PQ = 7 सेमी. हो।
9. त्रिभुज XYZ की रचना कीजिए जहाँ  $\angle X = 30^\circ$ ,  $\angle Y = 40^\circ$  एवं भुजा XY = 7 सेमी. हो।
10. त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसकी भुजा BC = 8 सेमी, तथा कोण  $\angle B = 60^\circ$ ,  $\angle C = 60^\circ$  हों।
11. त्रिभुज DEF की रचना कीजिए जिसमें  $\angle D = 45^\circ$ ,  $\angle E = 45^\circ$  तथा DF = 10 सेमी. हो।
12. एक ऐसे समकोण त्रिभुज की रचना कीजिए जिसका कर्ण 5 सेमी. तथा समकोण बनाने वाली दो भुजाओं में से एक की लंबाई 3 सेमी. हो।
13. समकोण त्रिभुज APQR बनाये जिसमें कर्ण PQ = 10 सेमी., QR = 6 सेमी.।

14. समकोण त्रिभुज  $\triangle ABC$  की रचना कीजिए जिसमें समकोण बनने वाली दानों भुजाओं की लम्बाइयें क्रमशः 6 सेमी. एवं 8 सेमी. हैं।
15. एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज की रचना कीजिए जिसमें समान भुजाओं की लम्बाई 6 सेमी. है।
16.  $\triangle ABC$  की रचना करें जिसमें  $\angle$   एक  सेमी.।

## हमने सीखा

इस अध्याय में हमने पैमाना (स्केल) और परस्पर की सहायता से कुछ रचनाओं की विधियों का अध्ययन किया है।

1. किसी रेखा के बाहर स्थित किसी बिंदु से उस रेखा के समान्तर रेखा खींचने के लिए समान एकांतर कोणों की अवधारणा का उपयोग किया है।
2. त्रिभुजों की रचना में हमने त्रिभुजों की सर्वांगसमता की संकल्पना का अप्रत्यक्ष रूप से उपयोग किया है। संकल्पनाएँ निम्नवत् हैं।
  - (i) SSS : त्रिभुज की तीन भुजाओं की लम्बाई दी हुई हों।
  - (ii) SAS : किन्हीं दो भुजाओं की लम्बाई और इन भुजाओं के मध्य स्थित कोण का माप दिया हुआ हो।
  - (iii) ASA : दो कोणों की माप और उनके मध्य स्थित भुजा की लम्बाई दी हुई हो।
  - (iv) RHS : समकोण त्रिभुज के कर्ण एवं शेष दो भुजाओं में से एक भुजा की लम्बाई दी हुई हो।

