

अध्याय-2

भिन्न

2.1 भूगिका

पिछली कक्षाओं में, आप भिन्न और उसके जोड़ एवं घटाव का अध्ययन कर चुके हैं। आपने भिन्नों की तुलना, तुल्य भिन्न, भिन्नो को संख्या रेखा पर निरूपित करना और भिन्नो को क्रमबद्ध करना आदि के बारे में भी अध्ययन किया है। इस अध्याय में हम इसी के भिन्नो के गुणन एवं भाग के बारे में अध्ययन करेंगे।

2.2 पुनरावलोकन

हमने पिछले कक्षाओं में पढ़ा है कि भिन्न $\frac{a}{b}$ संख्याएँ हैं जिन्हें $\frac{a}{b}$ रूप में लिख जा सकता है। जहाँ a और b पूर्ण संख्याएँ हैं तथा $b \neq 0$, तथा $1\frac{2}{3}$ एक भिन्न है? उचित भिन्न (समभिन्न) क्या भिन्न होती है जो संपूर्ण के एक भाग को निरूपित करती है। क्या $\frac{5}{3}$ एक उचित भिन्न है? इसके अंश तथा हर में कौन बड़ा है?

विषम भिन्न में, सम्पूर्ण एवं सम्पूर्ण का एक भाग (उचित भिन्न) का संयोजन होता है। क्या $\frac{5}{3}$ एक विषम भिन्न है? यहाँ अंश अथवा हर में कौन बड़ा है? विषम भिन्न $\frac{5}{3}$ को $1\frac{2}{3}$ के रूप में लिखा जा सकता है। यह एक मिश्रित भिन्न है। आप उचित, विषम एवं मिश्रित भिन्न के पाँच-पाँच उदाहरण लिखिए। क्या $\frac{4}{7}$ और $\frac{8}{14}$ तुल्य भिन्न हैं? दो भिन्न तुल्य भिन्न कहलाती है, यदि वे समान मन्त्रा को निरूपित करती है।

$\frac{4}{7}$ और $\frac{8}{14}$ में सन्निह का सरलतम रूप कौन है? जिस भिन्न के हर और अंश में 1 के अलावा कोई दूसरा उभरनिष्ठ गुणनखण्ड न हो, वह भिन्न को सरलतम रूप (lowest form) होता है।

उदाहरण-1. $\frac{6}{7}$ और $\frac{4}{5}$ में कौन बड़ा है?

हल : 7 और 5 का सार्वगुणक (L.C.M.) 35

$$\text{इस लिए } \frac{6}{7} = \frac{6 \times 5}{7 \times 5} = \frac{30}{35} \quad \text{और} \quad \frac{4}{5} = \frac{4 \times 7}{5 \times 7} = \frac{28}{35}$$

$$\text{दूकै } \frac{30}{35} > \frac{28}{35} \quad \text{अतः } \frac{6}{7} > \frac{4}{5}$$

उदाहरण-2. गिटू ने $4\frac{1}{2}$ किलोग्राम आलू और $2\frac{3}{4}$ किलोग्राम लीची खरीदे। गिटू द्वारा खरीदे गये फलों का कुल भार कितना है?

हल : फलों का कुल भार $= 4\frac{1}{2}$ किलोग्राम + $2\frac{3}{4}$ किलोग्राम

$$= \left(\frac{9}{2} + \frac{11}{4} \right) \text{ किलोग्राम}$$

$$= \left(\frac{18}{4} + \frac{11}{4} \right) \text{ किलोग्राम} \quad \left(\frac{9}{2} = \frac{18}{4} \text{ तुल्य भिन्न} \right)$$

$$= \frac{29}{4} \text{ किलोग्राम} \quad = 7\frac{1}{4} \text{ किलोग्राम।}$$

उदाहरण-3. रोहित प्रतिदिन $3\frac{2}{3}$ घंटे खेलता है। वह अपने इस समय में रो $1\frac{4}{5}$ घंटे गति के साथ खेलता है तो दूसरे साथियों के साथ वह कितना समय खेलता है?

हल : रोहित का खल्लन क कुल समय $3\frac{2}{3}$ घंटे $\frac{11}{3}$ घंटे

रोहित क नरहित के साथ खेलने में लगा समय $1\frac{4}{5}$ घंटे $-\frac{9}{5}$ घंटे

अतः रोहित का दूसरे र थियों के साथ लगा समय $\left(\frac{11}{3}-\frac{9}{5}\right)$ घंटे

$$-\left(\frac{55}{15}-\frac{27}{15}\right) \text{ घंटे} \quad \left(\frac{11}{3}=\frac{55}{15} \text{ तथा } \frac{9}{5}=\frac{27}{15}\right)$$

$$-\frac{28}{15} \text{ घंटे} \quad -1\frac{13}{15} \text{ घंटे}$$

प्रश्नावली-2.1

1. निम्न के चार-चार तुल्य भिन्न लिखिए-

(i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{6}{7}$ (iii) $\frac{3}{17}$

2. नीचे दिए गए भिन्न संख्या के जोड़ों की तुलना कीजिए और बताइए कि दोनों में से कौन सी भिन्न संख्या छोटी है?

(i) $\frac{3}{5}$ और $\frac{4}{3}$ (ii) $\frac{6}{7}$ और $\frac{7}{6}$

(iii) $\frac{21}{5}$ और $\frac{18}{4}$ (iv) $\frac{7}{15}$ और $\frac{9}{20}$

3. हल कीजिए-

(i) $\frac{2}{5}-0$ (ii) $4+1\frac{7}{8}$ (iii) $\frac{3}{2}+\frac{2}{7}$ (iv) $\frac{5}{9}+\frac{4}{7}$

(v) $\frac{4}{5}+1\frac{9}{15}$ (vi) $\frac{2}{15}-\frac{1}{20}$ (vii) $\frac{9}{11}-\frac{4}{15}$

(viii) $7\frac{1}{2}-4\frac{1}{5}$ (ix) $4\frac{1}{2}-1\frac{1}{5}-\frac{2}{5}$ (x) $2\frac{1}{5}+1\frac{1}{4}-\frac{1}{2}$

4. एक 'जादुई वर्ग' में प्रत्येक पंक्ति, प्रत्येक स्तम्भ एवं प्रत्येक विकर्ण की संख्याओं का योग समान होता है। क्या यह एक जादुई वर्ग है?

$\frac{4}{13}$	$\frac{9}{13}$	$\frac{2}{13}$
$\frac{3}{13}$	$\frac{5}{13}$	$\frac{7}{13}$
$\frac{8}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{6}{13}$

(प्रथम पंक्ति का योग $\frac{4}{13} + \frac{9}{13} + \frac{2}{13} = \frac{15}{13}$)

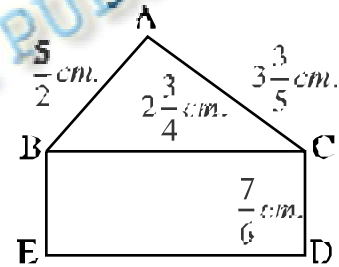
5. निम्नलिखित भिन्न संख्याओं को आरोही क्रम (बढ़ते क्रम) में लिखिए—

(i) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}$

(ii) $\frac{3}{7}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}$

6. एक आयताकार ध्यानपट्ट की लम्बाई $3\frac{1}{2}$ मी. और चौड़ाई $2\frac{2}{3}$ मी. है। इस पट्टी का परिमाण ज्ञान कीजिए।

7. चित्र में दी हुई आकृति में (i) ΔABC का
(ii) आयत BCDE का परिमाण ज्ञान कीजिए तथा
(iii) बताइए किसका परिमाण ज्यादा है?



8. रामू ने एक घण्टे के पढ़ने में $\frac{11}{16}$ घंटे का समय लिया। रबीन ने उसी घण्टे को पढ़ने में $\frac{3}{4}$ घंटे का समय लिया। कौन ने ज्यादा समय लिया। यह समय कितना ज्यादा था?

9. खाली स्थानों में सही अंक भरिए—

(i) $\frac{5}{7} + \frac{\square}{7} = \frac{6}{7}$

(ii) $\frac{8}{15} - \frac{2}{15} = \frac{\square}{\square}$

(iii) $\frac{7}{9} + \frac{\square}{\square} = \frac{7}{9}$

(iv) $\frac{3}{5} - \frac{\square}{5} = \frac{1}{5}$

(v) $1 - \frac{1}{2} = \frac{\square}{\square}$

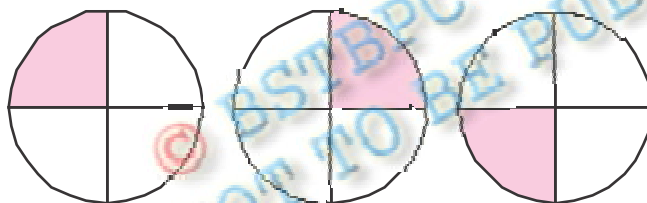
2.3 भिन्नों का गुणन

हम जानते हैं कि यदि किसी आयत की लम्बाई एवं चौड़ाई क्रमशः 9 सेमी. और 5 सेमी. हों तो इसका क्षेत्रफल 9 सेमी. × 5 सेमी. = 45 सेमी.² होगा।

अब यदि आयत की लम्बाई एवं चौड़ाई क्रमशः $9\frac{1}{2}$ सेमी. एवं $5\frac{1}{2}$ सेमी. है तो इसका क्षेत्रफल क्या होगा? आप कहेंगे कि यह $9\frac{1}{2}$ सेमी. × $5\frac{1}{2}$ सेमी. = $\left(\frac{19}{2} \times \frac{11}{2}\right)$ सेमी.² है। $\frac{19}{2} \times \frac{11}{2}$ भिन्नों का गुणन है। आइए भिन्नों का गुणा कैसे होता है देखिए—

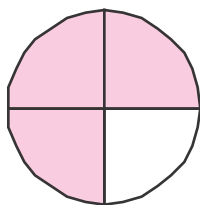
2.3.1 पूर्ण संख्या एवं भिन्न का गुणन

आकृति 2.1 को देखिए। प्रत्येक छायांकित (Shaded) भाग, वृत्त का $\frac{1}{4}$ भाग है।



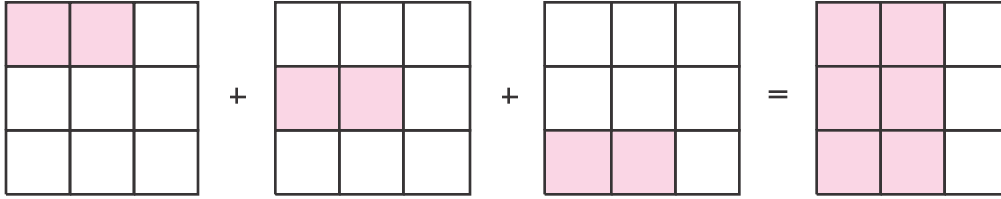
आकृति-2.1

इस प्रकार तीन छायांकित भाग मिलकर वृत्त के $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 3 \times \frac{1}{4}$ को निरूपित करेंगे। इन तीन छायांकित भागों को संयोजित करने पर हमें आकृति 2.2 प्राप्त होती है, जो वृत्त के $\frac{3}{4}$ भाग को निरूपित करता है, अर्थात् $3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$



आकृति-2.2

क्या अब आप बता सकते हैं कि आकृति 2.3 किसे निरूपित करेगी?



आकृति-2.3

यहाँ प्रत्येक में छायांकित भाग $\frac{2}{9}$ है। अतः अब हम $3 \times \frac{2}{9}$ ज्ञात करते हैं।

$$3 \times \frac{2}{9} = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{2+2+2}{9} = \frac{3 \times 2}{9} = \frac{6}{9}$$

इसी प्रकार $5 \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{3} = \frac{10}{3}$

क्या आप बता सकते हैं (i) $3 \times \frac{1}{5} = ?$ (ii) $4 \times \frac{2}{7} = ?$

ऊपर हमने $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{3}$ यदि उचित भिन्नों का पूर्ण सं गुणन की सर्वा की, लेकिन यह विषम भिन्न के लिए भी लागू होता है।

उदाहरणार्थ $2 \times \frac{5}{3} = \frac{2 \times 5}{3} = \frac{10}{3}$

प्रयास कीजिए (i) $4 \times \frac{12}{7} = ?$ (ii) $3 \times \frac{8}{5} = ?$

अतः किसी पूर्ण संख्या का किसी उचित अथवा विषम भिन्न से गुणा करने के लिए हम—

- (1) पूर्ण संख्या के भिन्न के अंश के साथ गुणा करते हैं और
- (2) भिन्न के हर को अपरिवर्तित या समान (same) रखते हैं।

स्वयं करके देखिए

1. $3 \times \frac{1}{3} = \frac{3}{3}$ को सदिश निरूपित कीजिए।

2. ज्ञात कीजिए

(i) $3 \times \frac{3}{8}$ (ii) $\frac{3}{7} \times 4$ (iii) $\frac{13}{9} \times 7$ (iv) $\frac{16}{7} \times 3$

ध्यान दें कि किसी मिश्रित भिन्न को एक पूर्ण संख्या से गुणा करने के लिए सर्वप्रथम मिश्रित भिन्न को निम्न भिन्न में परिवर्तित कीजिए और तब गुणा कीजिए।

जैसे $5 \times 2\frac{3}{7} = 5 \times \frac{17}{7} = \frac{85}{7} = 12\frac{1}{7}$

प्रकार कीजिए (i) $3 \times 2\frac{5}{7} = ?$ (ii) $2 \times 4\frac{2}{5} = ?$

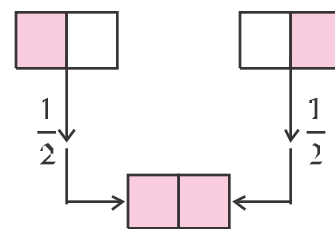
गिन, प्रचालक (operator) 'का' के रूप में

विचार कीजिए—

(i) 2 का अर्धा (ii) 3 का अर्धा

आकृति 2.4 में प्रत्येक छायांकित टुकड़ा 1 के $\frac{1}{2}$ (अर्धे) को निरूपित करता है।

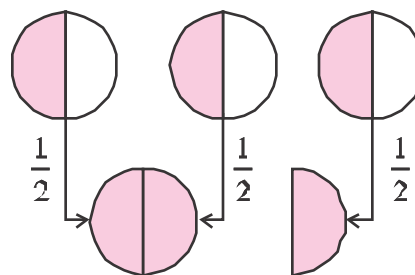
अब 2 छायांकित आधे भागों को मिलाने पर दोनों छायांकित टुकड़े मिलकर 2 के $\frac{1}{2}$ को निरूपित करते हैं।



आकृति-2.4

अतः 2 का $\frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{2} = 1$

अब आकृति 2.5 में तीन छायांकित टुकड़े मिलकर 3 के $\frac{1}{2}$ (अर्धे) भाग को निरूपित करते हैं।



आकृति-2.5

तथा इन्हें गिलाने पर वह $1\frac{1}{2}$ अर्थात् $\frac{3}{2}$ को निरूपित करता है।

इसलिए 3 का $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}$ अतः $3 \times \frac{1}{2} - \frac{3}{2}$

इस प्रकार हम देखते हैं कि 'का' गुण का निरूपित करता है।

उदाहरण-4. शुभम के पास 30 रुपये हैं। शकीला के पास शुभम के रुपये का $\frac{1}{5}$ है तो शकीला के पास कितने रुपये हैं?

हल : शुभम के पास 30 रुपये हैं। शकीला के पास 30 का $\frac{1}{5}$ रुपये हैं, अर्थात् $30 \times \frac{1}{5} = 6$ रुपये।

प्रयास कीजिए: (i) 16 का $\frac{1}{2} - ?$ (ii) 25 का $\frac{2}{5} - ?$

उदाहरण-5. 60 विद्यार्थियों की एक कक्षा में कुल विद्यार्थियों की संख्या का $\frac{1}{4}$ अंग्रेजी

पढ़ना पसंद करते हैं, कुल संख्या का $\frac{1}{2}$ गणित पढ़ना पसंद करते हैं और शेष विद्यार्थी विज्ञान पढ़ना पसंद करते हैं। सो बताइए कितने विद्यार्थी अंग्रेजी पढ़ना पसंद करते हैं? कितने विद्यार्थी गणित पढ़ना पसंद करते हैं? कुल विद्यार्थियों की संख्या का कितना भाग विज्ञान पढ़ना पसंद करते हैं?

हल : कक्षा में कुल विद्यार्थियों की संख्या = 60

इनमें से कुल का $\frac{1}{4}$ अंग्रेजी पढ़ना पसंद करते हैं। अतः अंग्रेजी पढ़ना पसंद करने

वाले विद्यार्थियों की संख्या = 60 का $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 60 = 15$

गणित पढ़ना पसंद करनेवाले विद्यार्थियों की संख्या = 60 का $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 60 = 30$

शेष विद्यार्थी विज्ञान पढ़ना पसंद करते हैं अतः विज्ञान पसंद करनेवाले विद्यार्थियों की

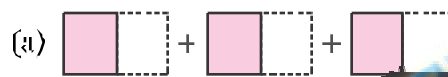
संख्या कुल विद्यार्थी— (अंग्रेजी पढ़ना पसंद करनेवाले विद्यार्थी - गणित पढ़ना पसंद करनेवाले विद्यार्थी)
 $= 60 - (15 - 30) = 60 - 45 = 15$

अतः वांछित गि— $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ है।

प्रश्नावली 2.2

1. नीचे कुछ भिन्न संख्याओं के गुणा के लिए चित्र बनाए गए हैं, प्रत्येक गुणा को उसके सही चित्र से मिलाइए—

(i) $3 \times \frac{1}{5}$



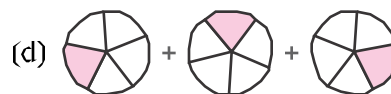
(ii) $3 \times \frac{1}{2}$



(iii) $2 \times \frac{2}{3}$



(iv) $3 \times \frac{1}{4}$



2. नीचे दी गई भिन्न संख्याओं का गुणन कीजिए व सरलतम रूप में लिखिए—

(i) $7 \times \frac{1}{5}$

(ii) $3 \times \frac{2}{3}$

(iii) $7 \times \frac{2}{9}$

(iv) $\frac{1}{3} \times 4$

(v) $2 \times \frac{6}{7}$

(vi) $\frac{7}{2} \times 6$

(vii) $11 \times \frac{3}{7}$

(viii) $15 \times \frac{3}{5}$

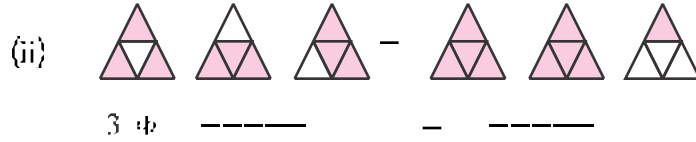
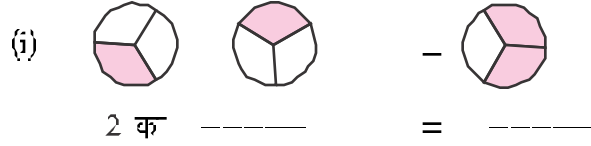
(ix) $11 \times \frac{1}{3}$

(x) $10 \times \frac{3}{5}$

(xi) $5 \times \frac{3}{2}$

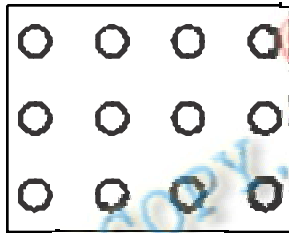
(xii) $6 \times \frac{1}{6}$

3. निम्नलिखित चित्रों के लिए निम्न लिखिए—

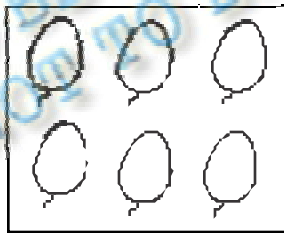


4. छायांकित कीजिए—

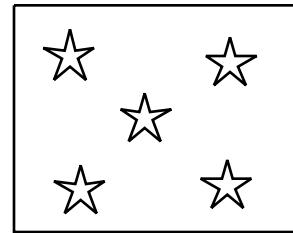
(i) वृत्तों का $\frac{1}{2}$ भाग।



(ii) बैलूनों का $\frac{2}{3}$ भाग



(iii) तारों का $\frac{3}{5}$ भाग



5. हल कीजिए—

(i) 26 ल $\frac{1}{2}$

(ii) 38 ल $\frac{1}{2}$

(iii) 21 का $\frac{2}{3}$

(iv) 24 ल $\frac{2}{3}$

(v) 20 ल $\frac{3}{4}$

(vi) 36 का $\frac{3}{4}$

(vii) 25 ल $\frac{4}{5}$

(viii) 30 ल $\frac{4}{5}$

(ix) 81 किलोग्राम का $\frac{7}{9}$

(x) 14 रुपया का $\frac{4}{7}$

6. गुणा करीजिए और मिश्रित भिन्न के रूप में व्यक्त करीजिए—

- (i) $3 \times 5\frac{1}{5}$ (ii) $4 \times 6\frac{1}{2}$ (iii) $7\frac{1}{5} \times 5$
 (iv) $4\frac{1}{7} \times 21$ (v) $3\frac{1}{4} \times 6$ (vi) $\frac{5}{8} \times 108$

7. रीया और राहुल पिछले पिकनिक पर गए। उनकी माँ ने उन्हें 5 लीटर पानी वाली एक बोतल दे दी। रीया ने कुल पानी का $\frac{3}{5}$ उपयोग किया। शन पनी राहुल ने पिया।

- (i) रीया ने कितना पानी पिया?
 (ii) पानी की कुल मात्रा का कितना हिस्सा राहुल ने पिया?

8. ज्ञात करें—

- (i) एक दिन का $\frac{5}{6}$ (घंटों में) (ii) एक घंटे का $\frac{2}{3}$ (मिनट में)
 (iii) एक सप्ताह का $\frac{2}{7}$ (दिन में) (iv) एक किलोग्राम का $\frac{3}{5}$ (ग्राम में)
 (v) एक वर्ष का $\frac{3}{5}$ (दिन में)

9. एक आयताकार आंगन $5\frac{1}{4}$ मीटर लम्बा और $1\frac{1}{7}$ मीटर चौड़ा है। त आंगन का परिमाप ज्ञात करें।

2.3.2 भिन्न का भिन्न से गुणन

आइए देखते हैं कि दो भिन्नों का गुणनफल जैसे $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ कैसे ज्ञात किया जाए?

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ का अर्थ है $\frac{1}{3}$ का $\frac{1}{2}$ या $\frac{1}{3}$ का आधा। इसे साझने के लिए

एक वृत्त का $\frac{1}{3}$ भाग लेते हैं। (आकृति-2.6)



आकृति-2.6

गुण $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ के लिए इस तिहाई भाग का आधा करत हैं। (आकृति 2.7)



यह आधा हिस्सा (A) पूरे वृत्त का कितना हिस्सा है?


आकृति-2.7

याद पता करने के लिए पूरे वृत्त को A के बराबर हिस्सों में बाँटन पड़ेगा। हम पाते हैं

कि इस छह हिस्स हाते हैं तथा A उसमें से एक है। अतः $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$



आकृति-2.8


 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

क्यों $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ भी $\frac{1}{6}$ होगा। चित्र बनाकर देखिए।

इस प्रकार हम पाते हैं कि दो भिन्नों का गुणनफल = $\frac{\text{अंशों का गुणनफल}}{\text{हरों का गुणनफल}}$

उदाहरणार्थ $\frac{2}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{2 \times 4}{3 \times 7} = \frac{8}{21}$

प्रयास करें: (i) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = ?$ (ii) $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = ?$

गुणनफल का मान

हम जानते हैं कि दो पूर्ण संख्याओं का गुणनफल उन दोनों संख्याओं से बड़ा होता है। उदाहरणार्थ $2 \times 3 = 6$ और $6 > 3, 6 > 2$

दो भिन्नों का गुणा कर गुणनफल के मान को दिए गए भिन्नों से तुलना कीजिए।

भिन्नों का गुणन	गुणनफल की दोनों भिन्नों से तुलना	निष्कर्ष
$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$	$\frac{8}{15} < \frac{2}{3}, \frac{8}{15} < \frac{4}{5}$	गुणनफल प्रत्येक भिन्ना से कम है।
$\frac{1}{4} \times \frac{3}{7}$	$\frac{3}{28} < \frac{1}{4}, \frac{3}{28} < \frac{3}{7}$	

$\frac{1}{4} \times \frac{3}{7}$		
$\frac{7}{8} \times \frac{2}{5}$		

हम पते हैं कि दो उचित भिन्नों के गुणफल का मान दोनों भिन्न में से प्रत्येक से छोटा होता है। सरणी को पूरा कर इसकी जाँच कीजिए।

आइए अब हम दो विषम भिन्नों के गुणफल की चर्चा करते हैं।

$\frac{7}{4} \times \frac{7}{3} = \frac{49}{12}$	$\frac{49}{12} > \frac{7}{3}, \frac{49}{12} > \frac{7}{4}$	गुणफल प्रत्येक भिन्न से बड़ा है।
$\frac{4}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{28}{15}$		
$\frac{7}{2} \times \frac{9}{2} = \frac{63}{4}$		
$\frac{3}{2} \times \frac{7}{6} = \frac{21}{12}$		

हम पाते हैं कि दो विषम भिन्नों के गुणफल का मान उनमें से प्रत्येक भिन्न से अधिक है। ऐसे पाँच और उदाहरणों को बनाएँ और उपरोक्त कथन को सत्यपि कीजिए।

आइए अब हम एक विषम और एक उचित भिन्न को गुण करते हैं।

मान लीजिए $\frac{3}{2}$ और $\frac{8}{5}$ को गुणा करना है।

$$\text{हम पाते हैं } \frac{3}{4} \times \frac{8}{5} = \frac{24}{20} \quad \text{याँ } \frac{24}{20} < \frac{8}{5} \text{ और } \frac{24}{20} > \frac{3}{4}$$

अर्थात् प्राप्त गुणफल, गुणन की विषम भिन्न से कम और उचित भिन्न से बड़ा है।

$\frac{7}{5} \times \frac{2}{7}, \frac{10}{3} \times \frac{3}{5}$ के लिए भी गुणफल की जाँच कीजिए।

प्रश्नावली-2.3

1. निम्न का मान ज्ञात कीजिए-

- (i) $\frac{1}{2}$ का $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{2}{5}$ का $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{5}{4}$ का $\frac{1}{4}$
 (iv) $\frac{12}{5}$ का $\frac{1}{5}$ (v) $\frac{6}{4} \times \frac{3}{8}$ (vi) $2\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$
 (vii) $\frac{3}{5} \times 3\frac{4}{7}$ (viii) $9 \times \frac{7}{2}$ (ix) $5\frac{1}{4} \times \frac{2}{5}$
 (x) $\frac{7}{9} \times 6\frac{2}{5}$

2. कौन बड़ा है-

- (i) $\frac{1}{2}$ का $\frac{2}{7}$ अथवा $\frac{3}{4}$ का $\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{5}{8}$ का $\frac{3}{5}$ अथवा $\frac{3}{4}$ का $\frac{1}{6}$

3. बुधवार को अमन चगोचे में गाँव छोटे पीछे एक पवित्र में लगती है। दो क्रमागत छोर पैथे के बीच की दूरी $\frac{3}{4}$ मी. है। प्रथम एवं अंतिम पीछे के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।
4. शिवाजी एक पुस्तक को प्रतिदिन $1\frac{2}{7}$ घंटे पढ़ती है। वह सम्पूर्ण पुस्तक को एक सप्ताह में पढ़ती है। उस पुस्तक को पढ़ने में उसने कुल कितने घंटे लगए?
5. एक स्कूटर 1 लीटर पेट्रोल में 35 किमी. दूरी तय करता है। $3\frac{4}{5}$ लीटर पेट्रोल में यह स्कूटर कुल कितनी दूरी तय करेगा?

2.4 भिन्नों का भाग

जयहर के पास 9 रोमी, लंबी लागाज की एक मर्दी है। वह इस मर्दी को 3 रोमी, लंबी छोटी परिदियों में काटा है। तो वह $9 \div 3 = 3$ परिदियों प्राप्त करेगा।

अब अगर जयहर 9 रोमी, लंबे ई 6 ली एक दूसरी मर्दी के $\frac{3}{2}$ रोमी, लंबाई वाली

छोटी पट्टियों में कटना चाहता है तो उस $9 \div \frac{3}{2}$ पट्टियाँ प्राप्त होगी। इसी प्रकार $\frac{21}{2}$ सेमी.

लम्बाई वाली पट्टी का $\frac{3}{2}$ सेमी. लम्बाई वाली छोटी पट्टियाँ में कटने पर हमें $\frac{21}{2} \div \frac{3}{2}$ टुकड़े प्राप्त होंगे। इसे हल करने के लिए हमें एक पूर्ण संख्या को किसी निम्न से सघना एक निम्न को दूसरे निम्न से भाग देने की आवश्यकता पड़ती है। आइए इसे हल करने का तरीका देखें।

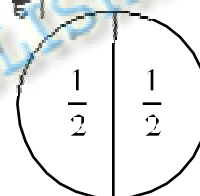
2.4.1 निम्न से पूर्ण संख्या का भाग

आइए $1 \div \frac{1}{2}$ हल करते हैं। यदि 1 सेमी. लम्बी पट्टी हो तो जवाहर उसमें आधे सेमी.

की कितनी पट्टियाँ काट सकते हैं (आकृति 2.9)। एक आध भागों की संख्या $1 \div \frac{1}{2} = 2$ होगी। अर्थात् ऐसे दो आधे भाग हैं। अतः एक इकाई में आधे-आधे दो भाग होते हैं।

इसलिए $1 \times \frac{2}{1} = 2$ होगा

साथ ही $1 \times \frac{2}{1} = 1 \times 2 = 2$



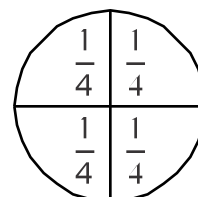
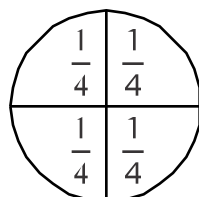
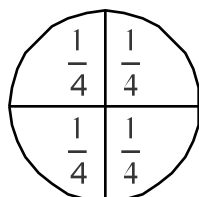
आकृति - 2.9

अतः $1 \div \frac{1}{2} = 1 \times \frac{2}{1}$ होगा।

इसी प्रकार $3 \div \frac{1}{4}$ भागों 3 सम्पूर्ण में कितने $\frac{1}{4}$ भाग हैं यह जानने के लिए हम 3

इकाइयों का $\frac{1}{4}$ भागों में बाँटेंगे व गिनेंगे।

$\frac{1}{4}$ भागों की संख्या = 12 (सूत्र-2.10)



आकृति - 2.10

गुण: इन जागत हैं $3 + \frac{1}{4} = 12$ तथा $3 \times \frac{4}{1} = 12$

इसी प्रकार $3 : \frac{1}{3}$ और $3 \times \frac{3}{1}$ ज्ञात कीजिए। हम पाते हैं कि भिन्न से पूर्ण संख्या को भाग देने पर वही भागफल प्राप्त होता है जो इस पूर्ण संख्या को भिन्न के व्युत्क्रम (Reciprocal) से गुणा करने पर मिलता है।

$\frac{1}{4}$ का अंश एवं हर का परस्पर बदलने पर $\frac{4}{1}$ प्राप्त होता है। यही $\frac{1}{4}$ का व्युत्क्रम है। इसी प्रकार किसी भी भिन्न के अंश-हर को परस्पर बदलने से उस भिन्न का व्युत्क्रम प्राप्त होता है।

निम्नलिखित गुणनफलों को देखिए और रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए—

$8 \times \frac{1}{8} = 1$ $\frac{7}{3} \times \frac{3}{7} = \dots\dots\dots$
 $\frac{1}{7} \times 7 = \dots\dots\dots$ $\frac{3}{7} \times \dots\dots\dots = 1$
 $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$ $\dots\dots\dots \times \frac{4}{9} = 1$

सोचिए,

1. क्या एक उचित भिन्न का व्युत्क्रम भी उचित भिन्न होगा?
2. क्या एक विषम भिन्न का व्युत्क्रम भी विषम भिन्न होगा?

स्वयं करके देखिए : ज्ञात कीजिए

(i) $8 + \frac{2}{5}$	(ii) $12 + \frac{4}{7}$	(iii) $1 + \frac{8}{9}$
(iv) $5 + 5\frac{1}{3}$	(v) $9 + 2\frac{4}{7}$	

ध्यान दें— किसी पूर्ण संख्या को एक मिश्रित भिन्न से भाग करते समय, सर्वप्रथम मिश्रित भिन्न को विषम भिन्न में बदलते हैं, तब हल करते हैं।

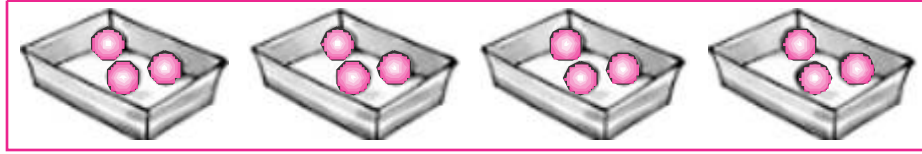
उदाहरणार्थ $3 + \frac{12}{5} = 3 + \frac{12}{5}$

$= 3 \times \frac{5}{12} = \frac{5}{4}$

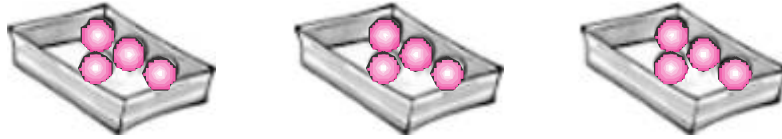
2.4.2 पूर्ण संख्या से भिन्न का भाग

एक भाग को दो तरफ से समझ सकते हैं: $12 \div 3$

1. 12 में तीन-तीन ले कितने समूह हैं?



2. 12 बॉन्डों को तीन लोगों में बँटने पर प्रत्येक को मिलनेवाला हिस्सा ?



अब $\frac{3}{4} \div 5$ की चर्चा करें।

$\frac{3}{4} \div 5$ अर्थात् $\frac{3}{4}$ को 5 भागों में बाँटना तथा प्रत्येक हिस्सा कितना है यह पता लगाना है।



यदि हिस्सा पूर्ण का कितना भाग है, पता करने के लिए पूर्ण के इतने ही बरबर छोटे हिस्से किए गए हैं। इस प्रकार कुल हिस्से 20 तथा छायांकित हिस्से 3 हैं। अतः $\frac{3}{4}$ के 5 हिस्से

करने पर हमें $\frac{3}{20}$ हिस्सा मिलेगा अर्थात् $\frac{3}{4} \div 5 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{20}$

इसी प्रकार $\frac{5}{4} \div 5$ का नतीजा होगा $-\frac{5}{4} \div 5 = -\frac{5}{4} \times \frac{1}{5} = -\frac{1}{4}$

इसी प्रकार $\frac{2}{3} : 5 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$ होगा।

किन्तु $2\frac{1}{4} \div 3 = ?$

यहाँ मिश्रित न्तिन को पूर्ण से भाग करने के लिए मिश्रित न्तिन को विगन भिन्न में बदलना होगा अर्थात्

$$2\frac{1}{4} \div 3 = \frac{9}{4} \div 3 = \frac{9}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{4}$$

प्रयास करें:

$$1. \quad 2\frac{2}{5} : 4 = ?$$

$$2. \quad 3\frac{2}{5} \div 3 = ?$$

2.4.3 एक भिन्न का दूसरी भिन्न से योग

उदाहरणार्थ $\frac{2}{3} : \frac{5}{6}$

$$= \frac{2}{3} \times \left(\frac{5}{6} \text{ का व्युत्क्रम}\right)$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{4}{5}$$

इसी प्रकार $\frac{9}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{9}{5} \times \left(\frac{2}{3} \text{ का व्युत्क्रम}\right)$

$$= \frac{9}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{10}$$

रवयं करके देखें:

$$(i) \quad \frac{2}{5} + \frac{1}{2} = ?$$

$$(ii) \quad 2\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = ?$$

$$(iii) \quad 5\frac{1}{3} + \frac{9}{2} = ?$$

प्रश्नावली-2.4

1. ज्ञात कीजिए-

$$(i) \quad 15 \div \frac{3}{4}$$

$$(ii) \quad 12 \div \frac{5}{6}$$

$$(iii) \quad 9 \div \frac{7}{3}$$

$$(iv) \quad 8 \div \frac{8}{3}$$

$$(v) \quad 3 \div 2\frac{2}{3}$$

$$(vi) \quad 7 \div 3\frac{2}{7}$$

2. निम्नलिखित भिन्नों में से प्रत्येक का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए। व्युत्क्रमों को उचित भिन्न, विषम भिन्न एवं पूर्ण संख्या के रूप में वर्गीकृत कीजिए।

(i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{1}{5}$ (iii) $\frac{9}{7}$ (iv) $\frac{7}{5}$
 (v) $\frac{15}{8}$ (vi) $\frac{1}{5}$ (vii) $\frac{1}{13}$

3. ज्ञात कीजिए—

(i) $\frac{5}{3} + 2$ (ii) $\frac{7}{9} + 5$ (iii) $\frac{7}{13} + 7$ (iv) $2\frac{1}{3} + 3$
 (v) $4\frac{1}{2} + 4$ (vi) $3\frac{3}{7} + 7$ (vii) $5\frac{3}{4} + 7$ (viii) $3\frac{2}{3} + 11$

4. ज्ञात कीजिए—

(i) $\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{2}{7} + \frac{7}{3}$ (iii) $\frac{3}{7} \div \frac{6}{7}$ (iv) $2\frac{1}{3} \div \frac{2}{5}$
 (v) $5\frac{1}{2} + \frac{11}{3}$ (vi) $\frac{2}{5} + 2\frac{1}{2}$ (vii) $2\frac{1}{5} + 3\frac{2}{3}$ (viii) $3\frac{1}{5} + 2\frac{1}{5}$

5. आधुनिक काल के लिये $7\frac{1}{2}$ रुपया है तो 1 कल का मूल्य ज्ञात कीजिए।
6. एक छात्रावास में औसतन प्रत्येक छात्र प्रतिदिन $1\frac{5}{6}$ लिटर दूध लेता है। प्रत्येक दिन कुल 308 लिटर दूध छात्रावास में उपयोग होता है, तो छात्रों की संख्या ज्ञात कीजिए।
7. एक $15\frac{1}{5}$ मी. लम्बे रस्ते के 4 बराबर हिस्से किये जाते हैं, तो प्रत्येक हिस्से की लम्बाई क्या होगी?
8. $3\frac{1}{4}$ किग्रा. सब्जी का मूल्य 130 रुपया है, तो 1 किलोग्राम सब्जी का मूल्य क्या होगा?

हमने क्या सीखा

1. दो भिन्नो को गुणा करने के लिए उनके अंश एवं हर को क्रमशः गुणा किया जाता है और फिर गुणनफल को $\frac{\text{अंशों का गुणनफल}}{\text{हरों का गुणनफल}}$ के रूप में लिखते हैं।
2. भिन्न, प्रवाचक 'का' के रूप में काम करती है। जैसे 2 का $\frac{1}{2}$ होता है $2 \times \frac{1}{2} = 1$
3. (अ) दो उचित भिन्नो का गुणनफल, गुणा किए गए प्रत्येक भिन्न से कम होता है।
(ब) दो विषम भिन्नो का गुणनफल, गुणा किए गए दोनों भिन्नो में से प्रत्येक से बड़ा होता है।
(स) एक उचित और एक विषम भिन्न का गुणनफल जिस भिन्न से कम तथा उचित भिन्न से अधिक होता है।
4. एक भिन्न का व्युत्क्रम अंश और हर को परस्पर बदलने से प्राप्त होता है।
5. ऐसे शून्येतर संख्याएँ जिनका परस्पर गुणनफल 1 है, एक दूसरे की व्युत्क्रम संख्या कहलती है। जैसे, 5 का $\frac{1}{5}$ या $\frac{2}{3}$ और $\frac{3}{2}$ ।
6. किसी पूर्ण या भिन्न संख्या को दूसरी पूर्ण या भिन्न संख्या से भाग करने के लिए हम पाठ्य संख्या को दूसरी संख्या के व्युत्क्रम से गुणा करते हैं।
 - (1) पूर्ण का भिन्न से भाग $2 \div \frac{5}{3} = 2 \times \frac{3}{5}$
 - (2) भिन्न का पूर्ण से भाग $\frac{2}{3} \div 7 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{7}$
 - (3) भिन्न का भिन्न से भाग $\frac{2}{3} \div \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{5}$

