

अध्याय-9

बीजीय व्यंजक

9.1 भूमिका

हम $x-3$, $y-5$, $4x-5$, $10y-5$, इत्यादि जस सरल बीजीय व्यंजक स परिचित हो चुक हैं। कक्षा-6 में, हमने देखा था कि ये व्यंजक किस प्रकार गोलियों और सनत्थाओं को एक सुव्यवस्थित प्रकार से प्रस्तुत करने में सहायक होते हैं। हम सरल समीकरणों वाले अध्याय में भी व्यंजकों के अनेक उदाहरणों को देख चुके हैं।

बीजगणित में व्यंजकों (Expressions) को एक केंद्रीय अवधारणा माना जाता है। यह अध्याय बीजीय व्यंजकों से संबंधित है। इस अध्याय में हम अध्ययन करेंगे कि बीजीय व्यंजक किस प्रकार बनते हैं, इन्हें किस प्रकार संयोजित किया (निलाया) जाता है, इनके मान का कैसी ज्ञात कर सकते हैं तथा इनका किस प्रकार उपयोग किया जा सकता है।

9.2 बीजीय व्यंजक

पिछली कक्षा में हमने देखा कि कुछ चर एवं अक्षर को संयोजित (निलाकर) कर बड़ा व्यंजक बनाया गया है। इन बड़े संकेतों को बनाने के लिए चर एवं अक्षर को जोड़, घटाव, गुणा एवं भाग संक्रियाओं द्वारा संयोजित किया जाता है। जैसे—

उदाहरण (a) $x+1$ में चर x में 1 जोड़कर $x+1$ प्राप्त किया गया है।

(b) $x-1$ में चर x में 1 घटकर $x-1$ प्राप्त किया गया है।

(c) $2x+1$ अक्षर 2 में चर x से गुणा करके $2x$ बनाया गया है फिर $2x$ में 1 जोड़कर $2x+1$ बनाया गया है।

अतः हम कह सकते हैं कि $x+1$, $x-1$ एवं $2x+1$ बीजीय व्यंजक हैं।

9.2.1 बीजीय व्यंजक के पदः

एक व्यंजक $9x+7$ पर विचार कीजिए। इस बनाने के लिए पहले x एवं 9 का गुणा करके $9x$ बनाया गया है फिर $9x$ में 7 को जोड़ देया गया है।

व्यंजक $3x+7y$ में 3, x और x को गुणा करके $3x$ बनाया गया है फिर 7 को y से गुणा करके $7y$ बनाया गया है और अंत में $3x$ को $7y$ से जोड़कर $3x+7y$ व्यंजक बनाया गया है। एक अन्य उदाहरण लें $7xy-3x^2$, इस व्यंजक में क्या किया गया है?

इस प्रकार हम जाते हैं कि किसी व्यंजक के छोटे-छोटे भाग होते हैं जो अलग से बनाये जाते हैं फिर आपस में वे छोटे-छोटे भाग जोड़ दिये जाते हैं और व्यंजक बन जाता है। व्यंजक के ये छोटे-छोटे भाग जो पहले अलग से बनाये जाते हैं और फिर जोड़ दिये जाते हैं, व्यंजक के पद कहलाते हैं। उपरोक्त पहले उदाहरण में $9x^2$ एवं -3 दो पद हैं, दूसरे उदाहरण में $3x^2$ एवं $7y$ पद हैं और तीसरे उदाहरण में $7xy$ एवं $(-3x^2)$ पद हैं।

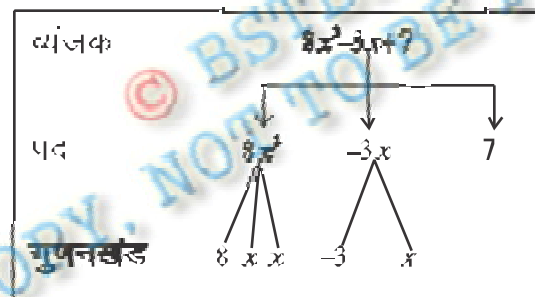
आइए कुछ करके देखें

व्यंजक	पद
$9x^2 - 2x - 3$	$9x^2, 2x, -3$
$6x^2$	
$8x - 7y$	
6	
0	
$7(x-y) + 9$	

9.2.2 पद के गुणनखंड:

हमने देखा कि $(4x^2 - 7xy)$ में दो पद हैं $4x^2$ और $-7xy$ । पद $4x^2$ में $4, x$ और x का गुणनफल है। यहाँ $4, x$ और x पद $4x^2$ का गुणनखंड है। अतः हम जाते हैं कि कोई पद अपने गुणनखंडों का गुणनफल होता है।

व्यंजक के पदों का गुणनखंड हम सौजक रूप में पढ़ आरेख विधि के द्वारा दिखा सकते हैं।



प्रयास कीजिए

व्यंजक	पद	पद के गुणनखंड	घर	अघर
$3x^2 + 2xy - 9y^2$	$3x^2, 2xy, 9y^2$	$3x^2 = 3 \times x \times x$ $2xy = 2 \times x \times y$ $9y^2 = 9 \times y \times y$	x, y	$3, 2, 9$
$11x^2 - 7x + 5$				
$a^2 - b^2$				

9.2.3 गुणांक

हमने देखा कि व्यंजक के पद को उनके गुणखंड के गुणनफल के रूप में लिख सकते हैं। आपने यह भी देखा कि पद के गुणखंड कोई अक्षर हो सकता है तथा उसको ऊपर या कोई बीजीय चर हो सकता है जैसे $9x^2$ एक पद है जिसका गुणखंड $9 \times x \times x$ है। इसमें 9 ऊपर है और शेष x^2 चर है। किसी पद के संख्यात्मक (अथवा) गुणखंड को पद का संख्यात्मक गुणांक या केवल गुणांक कहते हैं। इसी शेष बीजीय पदों का गुणांक भी कहते हैं। जैसे $-9xyz$ में xyz का गुणांक 9 है। $-8x^2y^2$ में x^2y^2 का गुणांक -8 है।

किसी पद का गुणांक 1 हो तो पद लिखते समय उसे नहीं लिखा जाता है। जैसे— $2x^2$, $1y$ को x^2 , y लिख जाते हैं। लेकिन यदि गुणांक -1 हो तो उसे केवल ऋण चिह्न, $(-)$ के साथ दिखाया जाता है। जैसे— $-1x$ को $-x$ लिखते हैं।

9.2.4 समान एवं असमान पद

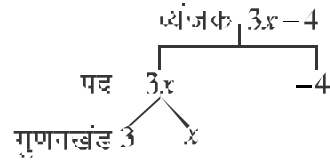
जब पदों के बीजीय गुणखंड एक जैसे हों, तो वे पद **समान पद (Like Terms)** कहलाते हैं। जब पदों के बीजीय गुणखंड भिन्न-भिन्न हों, तो वे **असमान पद (Unlike Terms)** कहलाते हैं। जैसे— व्यंजक $2xy - 3x + 5xy - 4$, में पदों $2xy$ और $5xy$ को देखिए। $2xy$ के गुणखंड $2, x$ और y हैं। $5xy$ के गुणखंड $5, x$ और y हैं। इस प्रकार, इनका बीजीय गुणखंड एक ही हैं और इतलिए **ये समान पद हैं।** इसके विपरीत, पदों $2xy$ और $-3x$ में भिन्न-भिन्न बीजीय गुणखंड हैं। **ये असमान पद हैं।** इसी प्रकार, पद $2xy$ और 4 उत्तमान पद हैं। साथ ही, $-3x$ और 4 भी असमान पद हैं।

9.2.5 व्यंजकों के प्रकार

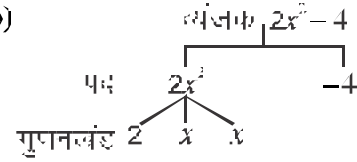
1. **एकपदी व्यंजक**— वैसे व्यंजक जिसमें केवल एक पद हो एकपदी व्यंजक कहलाता है। जैसे $-9x$, $3x^2$, y , $8xy$, 8 , 0 , $3(x+y)$ आदि।
2. **द्विपदी व्यंजक**— वैसे व्यंजक जिसमें केवल दो पद हों, द्विपदी व्यंजक कहलाते हैं। जैसे— $3x+2y$, x^2-9 , a^2-ab आदि।
3. **त्रिपदी व्यंजक**— वैसे व्यंजक जिसमें केवल तीन पद हों, त्रिपदी व्यंजक कहलाते हैं। जैसे— $9x^2-3x+2$, $x+y+z$ आदि।
4. **बहुपद व्यंजक**— सामान्यतः वैसे व्यंजक जिसमें एक से अधिक पद होते हैं, बहुपद कहलाते हैं।

उदाहरण-1. पेड़ आरेख विधि द्वारा (a) $(3x-4)$ एवं (b) $2x^2-4$ का गुणखंड ज्ञात करें।

हल : (a)

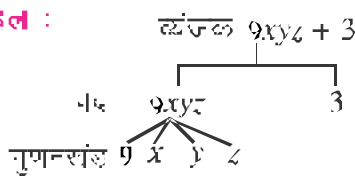


(b)



उदाहरण-2. $9xyz + 3$ में $x, xy, xyz, 9xy, 9xz, 9yz$ गुणांक इत कीजिए।

हल :



(a) x का गुणांक $= x$ को छोड़कर शेष पद $= 9yz$

(b) xy का गुणांक $= xy$ को छोड़कर शेष पद $= 9z$

(c) xyz का गुणांक $= xyz$ को छोड़कर शेष पद $= 9$

(d) $9xy$ का गुणांक $= 9xy$ को छोड़कर शेष पद $= z$

(e) $9xz$ का गुणांक $= 9xz$ को छोड़कर शेष पद $= y$

(f) $9yz$ का गुणांक $= 9yz$ को छोड़कर शेष पद $= x$

उदाहरण-3. कारण सहित बताइए कि पदों के निम्नलिखित युग्मों के कौन-कौन से युग्म समान पदों के हैं तथा कौन-कौन से युग्म असमान पदों के हैं—

(i) $3ab, 3b$

(ii) $3a, -21b$

(iii) $17a, -6a$

(iv) $3^2b, 2ab^2$

हल :

क्र.	पद युग्म	गुणखंड	बीजीय गुणखंड	समान/असमान	कारण
(i)	$3ab, 3b$	$3 \times a \times b$ $3 \times b$	भिन्न-भिन्न	असमान	यस a दूसरे पद में नहीं है
(ii)	$3a, -21b$	$3 \times a$ $-21 \times b$	भिन्न-भिन्न	असमान	बीजीय गुणखंड भिन्न-भिन्न है
(iii)	$17a, -6a$	$17 \times a$ $-6 \times a$	समन्	समन्	दोनों बीजीय गुणखंड समन्
(iv)	$3a^2b, 3ab^2$	$3 \times a \times a \times b$ $3 \times a \times b \times b$	भिन्न-भिन्न	असमान	हर ता एक जेसी हे किन्तु उनकी घाते असमान है।

उदाहरण-4. निम्नलिखित व्यंजकों में से एकपदी, द्विपदी, त्रिपदी व्यंजकों को उलग करे।

$$6x+9, x+y+1, 9x, 8x^2+7x+2, 2, -5x-y, 4-x, 4-x^2, 8y^2, 2xy, 3x^2y-1$$

हल : एकपदी व्यंजक = $9x, 2, 8y^2, 2xy$

द्विपदी व्यंजक = $6x+9, -5x-y, 4-x, 4-x^2, 3x^2y-1$

त्रिपदी व्यंजक = $x+y+1, 8x^2+7x+2$

प्रश्नावली-9.1

1. निम्नलिखित व्यंजकों में से चर एवं अचर राशियाँ ज्ञात करें।

(a) $5x+2$ (b) $2ab+1$ (c) $2x^2y-1+2x$
 (d) m^2-n^2-1 (e) $9x^2yz$

2. निम्नांकित व्यंजकों के पदों को पहचानिए।

(a) x^2+2x+1 (b) $8x^2+11ab-2b^2$ (c) $9p^2-4q$
 (d) a^2b^2-9 (e) $5ab-3b$

उपर्युक्त प्रश्न में दिये गये सभी व्यंजकों के पदों का गुणनखंड पेट्टु आरेख विधि से प्राप्त करें। प्रत्येक स्थिति में वे भी बताइये कि व्यंजक का निर्माण कैसे किया गया है?

3. $12x^2y$ में (i) x^2y , (ii) x तथा y का गुणक बताइए।

4. निम्नांकित पद युग्मों में से समान पदों के समूह लिखिए-

$9x^2y, 8xy^2, 3ab, -7ba, 7ab^2, -4b^2, 7a, 7, 11a, -11a^2, 2xy, -2xy, 8ab, -2a, -2, 1, -x, 3x, 8x, 8$

5. नीचे दी गई स्थितियों में चरों, अचरों और गणितीय संक्रियाओं का प्रयोग करते हुए बीजीय व्यंजक प्राप्त कीजिए। यह भी बताइये कि बना व्यंजक एकपदी है, द्विपदी है या त्रिपदी?

(a) x के दुगुने से y कम
 (b) a में $2a$ से गुण करके 3 घटाया गया है तथा फिर उस में से a का तीन गुणा घटाया गया है।

- (c) m एवं n के गुणफल का तीन गुना
 (d) a का स्वर्य से गुणा करके b से गुणा किए गए और उसमें a का सात गुना घटाकर उसमें b का जोड़ा गया है।
 (e) a^2 का तीन गुना a का दो गुना घटाया गया है।

9.3 बीजीय व्यंजकों पर संक्रियाएँ

सपना के पास छलम के तीन डिब्बे हैं, यदि प्रत्येक डिब्बे में 2 कलमें हों तो कलमें की

$$\begin{aligned} \text{संख्या} &= 2 + 2 + 2 \quad \boxed{\text{///}} \quad - \quad \boxed{\text{///}} \quad + \quad \boxed{\text{///}} \\ &= 2 \times 3 \quad \quad \quad 3 \quad \times \quad \boxed{\text{///}} \\ &= 6 \quad \quad \quad \boxed{\text{///}} \quad - \quad \boxed{\text{///}} \quad + \quad \boxed{\text{///}} \end{aligned}$$

यदि डिब्बों की संख्या 5 हो तो कलमों की कुल

$$\begin{aligned} \text{संख्या} &= 2 + 2 + 2 + 2 + 2 \quad \boxed{\text{///}} + \boxed{\text{///}} + \boxed{\text{///}} + \boxed{\text{///}} + \boxed{\text{///}} \\ &= 2 \times 5 \\ &= 10 \end{aligned}$$

यदि डिब्बों की संख्या n हो तो कलमों की

$$\begin{aligned} \text{कुल संख्या} &= 2 + 2 + 2 + \dots + n \text{ बार} \\ &= 2 \times n \end{aligned}$$

$$2n \quad \therefore (2n \text{ का गुणखंड } 2 \times n \text{ है})$$

इसी प्रकार यदि एक डिब्बे में n कलम हों तो 8 डिब्बे में कलमों की कुल संख्या $8n$

अब यदि प्रत्येक डिब्बे में n कलम वाले 3 डिब्बों एवं प्रत्येक डिब्बे में n कलम वाले 8 डिब्बों के कुल कलमों को जोड़ा जाए तो,

$$\begin{aligned} \text{कुल कलमों की संख्या} &= 3n + 8n \\ &= (n + n + n) + (n + n + n + n + n + n + n) \\ &= 11 \times n \\ &= 11n \end{aligned}$$

यहाँ समान पदों $3n$ एवं $8n$ को जोड़ने पर योगफल $11n$ आता है। यहाँ $3n$ का 3, $8n$ का 8 एवं योगफल $11n$ का गुणांक 11 है। हम देखते हैं कि पदों के गुणांकों का जोड़ $(3+8)$, योगफल के गुणांक 11 के बराबर होता है, इससे यह स्पष्ट होता है कि बीजगणित व्यंजक के योगफल में समान पदों के गुणांक आस में जुड़ जाते हैं। इसी प्रकार बीजीय व्यंजक के घटाने में समान पदों के गुणांक घट जाते हैं। जैसे— $7x$ में से $3x$ घटाने के लिए $7x$ के गुणांक 7 में से $3x$ के गुणांक 3 को घटाकर जाये मान को बीजगणित गुणनखंड के साथ लिखते हैं। यानी $7x - 3x = 4x$

किसी पद को घटाने का अर्थ होना है उसके बीजगणित प्रतिलोम को जोड़ना। ऊपर हम कह सकते हैं कि घटाना सामान्यतः जोड़ने की ही क्रिया है।

उदाहरण-5. (i) $7x$ में $-3x$ को घटावें (ii) $-7x$ में से $-3x$ को घटावें

हल : $7x - (-3x)$
 $\because -1 \times (-3) = 3$
 $= 7x + 3x$
 $= 10x$

हल : $-7x - (-3x)$
 $= -7x + 3x$
 $(\because -1 + 3 = -4)$
 $= -4x$
 $(-3x) का बीजगणित प्रतिलोम = +3x$ है।

(iii) $-7x$ में $-3x$ को जोड़िये।

हल : $-7x + (-3x)$
 $\because +1 \times (-3) = -3$
 $= -7x - 3x$
 $= -7 - 3 = -10$
 $= -10x$

(iv) $8x - 3x, 7x$ को जोड़िये।

हल : $8x - (-3x) + 7x$
 $= 8x + 3x + 7x$
 $= 8x + 7x + 3x$
 $= 15x + 3x$
 $= 12x$

(v) $-12m, 6m, -7m$ एवं $4m$ को जोड़िये।

हल : $-12m - 6m + (-7m) + 4m$
 $= -12m + 6m - 7m + 4m$
 $= -12m - 7m + 6m + 4m$
 $= -19m + 10m$ ($\because -12m - 7m = -19m$)
 $= -9m$ ($6m - 4m = 10m$)

अभी तक हमने समान पदों वाले व्यंजकों के जोड़ एवं घटाव को जाना। अब जरा बताइये यदि संज्ञा के पर 3 गायें एवं 2 भैंस हो, शौकत के पास 4 गायें एवं 5 भैंस हो तो, संज्ञा एवं शौकत के पास कुल जानवरों की संख्या

$$\begin{aligned} & \text{संज्ञा के जानवर} - \text{शौकत के जानवर} \\ & = (3 \text{ गायें} + 2 \text{ भैंस}) + (4 \text{ गायें} + 5 \text{ भैंस}) \\ & = 3 \text{ गायें} + 2 \text{ भैंस} + 4 \text{ गायें} + 5 \text{ भैंस} \\ & = 3 \text{ गायें} + 4 \text{ गायें} + 2 \text{ भैंस} + 5 \text{ भैंस} \\ & = 7 \text{ गायें} + 7 \text{ भैंस} \end{aligned}$$

यह स्पष्ट है कि संज्ञा एवं शौकत के पास कुल 14 जानवर हैं जिनमें 7 गाय एवं 7 भैंस हैं। हम यह नहीं कह सकते कि उनके पास 14 गायें हैं या 14 भैंस हैं।

इस उदाहरण से यह स्पष्ट होता है कि संज्ञा एवं शौकत की किया समान पदों के बीच ही होती है। असमान पद हान पर जोड़ एवं घटाव के लिए पदों को जोड़ के चिह्न या घटाव के चिह्न के साथ लिखते हैं।

बीजीय व्यंजकों को जोड़ने-घटाने में

1. समान एवं असमान पदों को पहचान करते हैं।
2. समान पदों को उनके चिह्न के साथ एक साथ लिखते हैं।
3. समान्य पूर्णांकों की तरह इन समान पदों को एक साथ जोड़ते-घटते हैं।
4. फिर यदि एक या अधिक असमान पद बचते हैं तो उन्हें उनके गुणांक के चिह्न के साथ संयोजित कर लिख देते हैं।

उदाहरण-5 (i) $5x + 6y$ में $8x + 9y$ को जोड़िये।

$$\begin{aligned} \text{हल : } & (5x + 6y) + (8x + 9y) \\ & = 5x + 6y + 8x + 9y \\ & = 5x + 8x + 6y + 9y \quad (\text{समान पदों को एक साथ लिखकर पुनर्व्यवस्थित किया गया}) \\ & = 13x + 15y \quad \text{हल प्राप्त हुआ।} \end{aligned}$$

इन व्यंजकों को हम समान्य स्तम्भ वाले जेडों की तरह भी जोड़ सकते हैं। इसके लिए इन व्यंजकों को एक के नीचे एक करके इस प्रकार रखते हैं कि समान पद एक ही स्तम्भ में हों।

$$\begin{array}{r} 5x + 6y \\ 8x + 9y \\ \hline 13x + 15y \end{array}$$

(ii) $7ab + 4a$ में $a + 8ba$ को जोड़ें।

हल : $(7ab + 4a) + (a + 8ba)$
 $= 7ab - 4a + a + 8ba$
 $= 7ab - 4a + a + 8ab$ $(\because ab = a \times b = b \times a = ba)$
 $= 7ab - 8ab + 4a + a$ $(a - 1a)$
 $= -15ab - 5a$

दूसरी विधि,

$\frac{7ab + 4a}{a + 8ba}$	या	$\frac{7ab + 4a}{8ba + a}$	या	$\frac{7ab + 4a}{8ab + a}$
				$15ab + 5a$

(iii) $13m^2 - 4xy$ में $12xy + 4m^2$ को घटाएँ

हल : $(13m^2 - 4xy) - (12xy + 4m^2)$
 $= 13m^2 - 4xy - 12xy - 4m^2$ $[\because$ कोष्ठक के पहले चिह्न ऋण है। कोष्ठक
 $= 13m^2 - 4m^2 - 4xy - 12xy$ $खुलने पर प्रत्येक पद में -1 से गुणा
 $= 9m^2 - 16xy$ $होता है जिससे पदों के चिह्न बदल जाते हैं।]$$

दूसरी विधि : $\frac{13m^2 - 4xy}{4m^2 + 12xy}$
 $= \frac{9m^2 - 16xy}{9m^2 - 16xy}$

चिह्न बदलने पर

(iv) $3x - y + 6$ में से $x - y$ घटाइये।

हल : $(3x - y + 6) - (x - y)$
 $= 3x - y + 6 - x + y$ \because कोष्ठक के पहले चिह्न ऋण है इसलिए
 $= 3x - x - y + y + 6$ $कोष्ठक खुलने पर पदों के चिह्न बदल गये।$
 $= 2x + 6$ $(-y + y = 0)$

(v) $3a + 4b - 7$ व $8a^2 + 4b^2$ को जोड़िए।

हल : $(3a + 4b - 7) + (8a^2 + 4b^2)$

$$= 3a + 4b - 7 + 8a^2 + 4b^2$$

$$= 3a + 4b - 7 + 8a^2 + 4b^2 = 8a^2 + 4b^2 + 3a + 4b - 7$$

यहाँ दोनों व्यंजकों में कोई पद समान नहीं है। अतः संक्रिय क बाद पदों की संख्या बढ़ जाती है।

प्रश्नावली-9.2

1. निम्नलिखित व्यंजकों को जोड़ें-

(a) $6ab$ व $7ba$

(b) $8x^2y$ व $-4x^2y$

(c) x व $y - 1$

(d) $x - y, y - z$ व $z - x$

(e) $5ab - b$ व $3b - ab$

(f) $x^2 + y^2$ व $y^2 - x^2$

(g) $a^2 + 2ab + b^2$ व $a^2 - 2ab + b^2$

(h) $a^2b + ab + ab^2$ व $-ab + 2ba + 2ab^2$

(i) $3x + 11$ व $8x$ व $5x - 7$

(j) $x^2 - y^2 - 1, y^2 - 1 - x^2$ व $1 - x^2 - y^2$

2. घटाइये-

(a) $3a^2$ में से $-1/a^2$

(b) $a^2 + b^2$ में से $a^2 - b^2$

(c) $a^2 + 2ab + b^2$ में से $a^2 - 2ab + b^2$

(d) $b(8 - a)$ में से $a(b - 3)$

(e) $3xy - 2x^2 - 2y^2$ में से $5x^2 - 7xy - 5y^2$

3. सरल करें-

(a) $4xy - 7x^2y - 6xy + 2yz^2 - 4y^2z - 3yz^2$

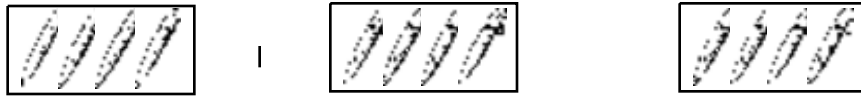
(b) $a^2 + ab + b^2 + a^2 + b^2 - ab + 3$

4. $x^2 + y^2$ प्राप्त करने के लिए $2x^2 + y^2 - 3$ में क्या जोड़ें।

5. $a + b + c$ प्राप्त करने के लिए $7a - 8b$ में क्या घटाना चाहिए।
6. यदि सुनील ने a रु. की दर से 5 कलम b रु. की दर से 7 पेंसिलें एवं पुनः a रु. की दर से 10 कलम एवं b रु. की दर से 3 पेंसिलें खरीदीं तो उसने कुल कलम एवं पेंसिल खरीदने में कितने रुपये खर्च किये?

9.4 बीजीय व्यंजकों का गुणा

शालिनी के पास 3 डिब्बे हैं प्रत्येक में 4 कलम है तो कुल कलमों की संख्या क्या होगी?



$$= 4 \quad | \quad 4 \quad | \quad 4$$

$$= 3 \times 4$$

$$= \text{डिब्बों की संख्या} \times \text{प्रत्येक डिब्बे में कलमों की संख्या}$$

यदि शालिनी के पास डिब्बों की संख्या x हो एवं प्रत्येक डिब्बे में y कलम हो तो कुल कलम

$$= x \times y$$

पुन यदि मान लें कि शालिनी के पास 2x डिब्बे हैं एवं प्रत्येक डिब्बे में 3y कलम है तो कुल कलम

$$= 2x \times 3y$$

$$= 2 \times 3 \times x \times y$$

$$= 6xy$$

फिर यदि मान लें कि शालिनी के पास 2m डिब्बे हैं एवं प्रत्येक डिब्बे में 3m कलम हो तो कुल कलम

$$= 2m \times 3m$$

$$= 2 \times 3 \times m \times m$$

$$= 6m^2$$

इस प्रकार हमने देखा कि व्यंजकों का गुण वास्तव में उनके पदों का गुण होता है जिसमें पदों के गुणांकों का गुणा आपस में एवं चरों के गुणा आपस में होता है।

- अब जरूरी दिखे कि इन बीजीय व्यंजकों के गुणा का उपयोग हम कहाँ-कहाँ कर सकते हैं?

आइए कुछ करें

नीचे दिय गये व्यंजकों के गुणनफल पैटर्न के आधार पर रिक्त स्थानों में भरें—

क्र.	प्रथम व्यंजक	द्वितीय व्यंजक	प्रथम व्यंजक × द्वितीय व्यंजक	द्वितीय व्यंजक × प्रथम व्यंजक	गुणनफल
1.	x	y	$x \times y$	$y \times x$	xy
2.	x	5			
3.	a	$2a$			
4.	-3	$3m$			

उपर्युक्त उदाहरण के आधार पर हम यह समझ सकते हैं कि व्यंजकों का गुणा पूर्णाकों के गुण के ही समान है एवं इसी गुण के सामान्य नियमों का जालन होता है।

व्यंजकों के गुणा करने समय पूर्णाकों के गुणा की निम्न बातों पर ध्यान दिया जाना चाहिए।

(i) धन पूर्णाकों को धन पूर्णाक से गुणा करने पर धन पूर्णाक प्राप्त होता है—

$$(+a) \times (+b) = +ab$$

(ii) धन पूर्णाक को ऋण पूर्णाक से गुणा करने पर ऋण पूर्णाक प्राप्त होता है—

$$(+a) \times (-b) = -ab$$

(iii) ऋण पूर्णाक को ऋण पूर्णाक से गुणा करने पर धन पूर्णाक प्राप्त होता है।

यदि ऋण पूर्णाक है तो $(-a) \times (-b) = +ab$

पहले व्यंजक के प्रत्येक पद से दूसरे व्यंजक के प्रत्येक पद में गुणा किया जाना चाहिए।

$a \times (b+c)$ है तो a से व्यंजक $(b+c)$ के दोनों पदों b एवं c में गुणा किया जाना चाहिए।

उदाहरण—1. गुणा करें—

- (a) a एवं $(b+c)$ का (b) a एवं $(b-c)$ का (c) $-3m$ एवं $(-6m-7n)$ का
(d) xy एवं $(9+8x)$ का (e) $-x$ एवं $(4x-y)$ का

- हल :**
- (a) $(a) \times (b + c) = a \times b + a \times c$
 $= ab + ac$
- (b) $(a) \times (b - c) = a \times b - a \times c$
 $= ab - ac$
- (c) $(-3m) \times (-6m - 7n) = (-3m) \times (-6m) - (-3m) \times 7n$
 $= -18m^2 - 21mn$
 $= 18m^2 + 21mn$
- (d) $(xy) \times (9 + 8x) = xy \times 9 + xy \times 8x$
 $= 9xy + 8x^2y$
- (e) $(-x) \times (4x - y) = (-x) \times (4x) - (-x) \times y$
 $= -4x^2 + xy$

प्रश्नावली-9.3

1. नीचे दिए गए बीजीय व्यंजकों का गुणा कीजिए-

- (a) $(7a + 2b)(a + 4b)$ (b) $(x - 6)(4x - 9)$
- (c) $(5x - 1)(3y - 4)$ (d) $(a^2 - b^2)(a - b)$
- (e) $(0.7x - 0.2y)(1.5x - 3y)$ (f) $(3a^2 + 5a - 9)(3a - 9)$
- (g) $(-x - y)(-x - y)$ (h) $(x^2 - 5x + 8)(x^2 + 3)$
- (i) $(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y)(x - y)$ (j) $(3pq - 3q)(3q - 7pq)$

2. सरल करें-

- (a) $(a + b)(a - b) + (a - b)(a^2 + ab - b^2)$
- (b) $a^3 - b^3 - (a - b)(a^2 - ab + b^2)$
- (c) $m^2 - n^2 - (m - n)(m + n)$
- (d) $(2a + 5b)(3b - 4a) - (7a + 3b)(2a + b)$

हमने सीखा

1. अज्ञात संख्या क अक्षर संकेतों द्वारा लिख जात हैं जिन्हें चर कहत हैं। चरों के मान बदल सकतें हैं।
2. अक्षरों के मान निश्चित होतें हैं।
3. चरों, अक्षरों या दोनों के गणितीय संक्रियकों द्वारा बीजीय व्यंजक प्रया किये जातें हैं।
4. बीजीय व्यंजक पदों से मिलकर बने होतें हैं जो चर एवं अक्षर के गणितीय संक्रियाओं के द्वारा बने होतें हैं।
5. पदों के सांख्यिक गुणनखंड के पद का गुणांक कहतें हैं।
6. यदि पदों के बीजीय गुणनखंड समान हो तो वे समान पद होतें हैं।
7. यदि पदों का बीजीय गुणनखंड अलग हो तो वे अलग पद होतें हैं।
8. बीजीय व्यंजक में पदों की संख्या के आधार पर उन्हें एकपदी, द्विपदी, त्रिपदी या बहुपद के प्रकार में बाँटा जाता है।
9. व्यंजक को बहुपद भी कहतें हैं।
10. जिन व्यंजकों में एक चर होते हैं वे एक चर वाले व्यंजक कहलाते हैं, जिन व्यंजकों में दो चर हतें हैं वे दो चर वाले व्यंजक हतें हैं।
11. दो समान पदों का जोड़ (या घटाव) एक अन्य समान पद होता है जिसका गुणांक उन समान पदों के गुणांकों का जोड़ (या घटाव) के बराबर होता है।
12. असमान पदों का जोड़ते (या घटाते) समय उन्हें जैसे ही छड़ दिया जात है।
जैसे- $3x + 2y = 3x + 2y$
13. जब हम दो या अधिक व्यंजकों को जोड़ते या घटाते हैं तो प्रत्येक में हम उनके समान पदों को जोड़ते या घटाते हैं एवं असमान पदों को ज्यों का त्यों छोड़ देते हैं।
14. व्यंजकों के गुणा में चरों के साथ एवं अक्षरों का अक्षर के साथ गुणा करते हैं।
15. यदि किसी व्यंजक का अक्षर के साथ गुणा हो तो उन्हें अक्षरों में गुणा चिह्न के साथ लिख देतें हैं जैसे $2 \times x = 2x$

