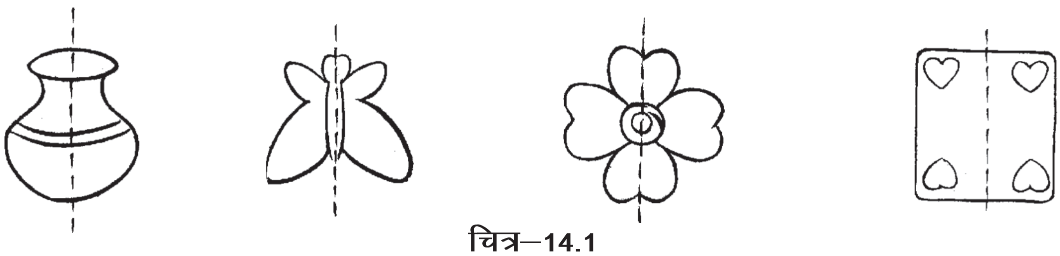
अध्याय-14 सममिति

G1K7J2

भूमिका

अपने आस–पास हम बहुत सारी वस्तुओं को देखते हैं। इन वस्तुओं में भी हमें ज्यामिति दिखाई पड़ती है, क्योंकि इनमें कोई न कोई तारतम्यता या संतुलित अनुपात हम देख पाते हैं। दिखायी पड़ने वाली कुछ आकृतियों को आप चित्र संख्या 14.1 में देखिए।



चित्र–14.1

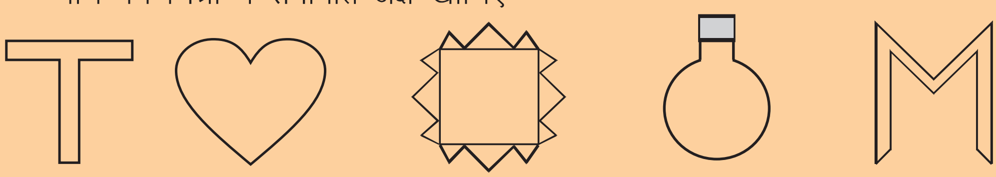
इन आकृतियों को ठीक बीचों बीच खींची गई रेखा के परितः मोड़ा जाये या काटा जाये तो दोनों हिस्से एक दूसरे को पूरी तरह से ढँक लेते हैं। इन आकृतियों को हम सममित आकृति कहते हैं। सममित आकृतियों तथा सममिति के बारे में पिछली कक्षा में हमने जाना है। इस अध्याय में हम परावर्तन सममिति तथा घूर्णन सममिति के बारे में सीखेंगे।

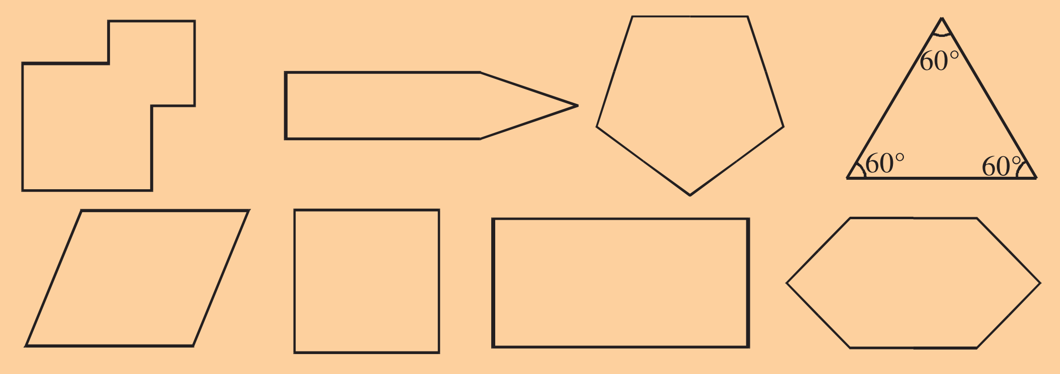
14.1 रैखिक सममिति

चित्र–14.1 में आपने सममिति देखी, यह रैखिक सममिति है। इन चित्रों में एक ऐसी सरल रेखा है जिसके अनुदिश आकृतियों को मोड़ने से आकृति के दोनों भाग संपाती हो जाते हैं।

कुछ करें

नीचे बने चित्रों में सममिति अक्ष खींचिए–

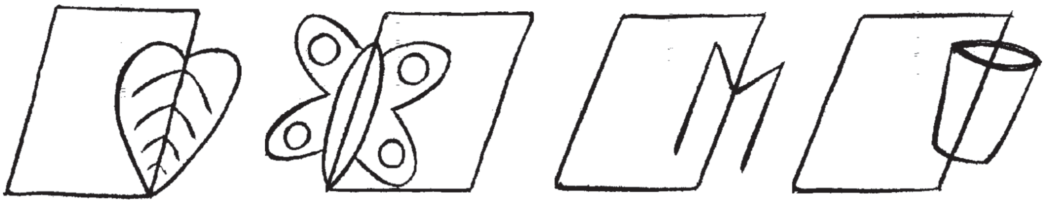




चित्र—14.2

14.2 परावर्तन सममिति

एक समतल दर्पण लीजिए तथा उसके सामने विभिन्न वस्तुओं को बारी—बारी से रखिए। आप पायेंगे वस्तुओं का प्रतिबिम्ब दर्पण में बन रहा है। कुछ बनने वाले प्रतिबिम्ब का अवलोकन चित्र संख्या 14.3 में कीजिए—



चित्र—14.3

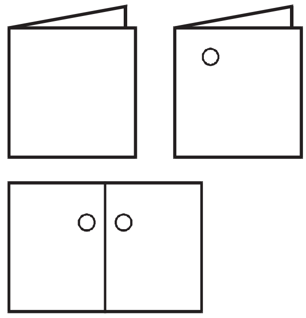
चित्र में आधा हिस्सा दर्पण के सामने है तथा आधा दर्पण में दोनों के मिलने से चित्र के पूरा होने का आकार मिलता है। यह परावर्तन सममिति है। दर्पण प्रतिबिम्ब में आधा भाग है तथा दर्पण का किनारा सममिति अक्ष के रूप में है। इस प्रकार रैखिक सममिति की अवधारणा का दर्पण परावर्तन से निकट का संबंध है। दर्पण रेखा हमें एक सममिति रेखा ज्ञात करने में सहायता करती है।

चित्र—14.4 में R और P का दर्पण परावर्तन दिखाया गया है। यहाँ आकृति के दर्पण परावर्तन में पार्श्व परिवर्तन या अभिमुखों में दायें—बायें परिवर्तन हो जाता है।

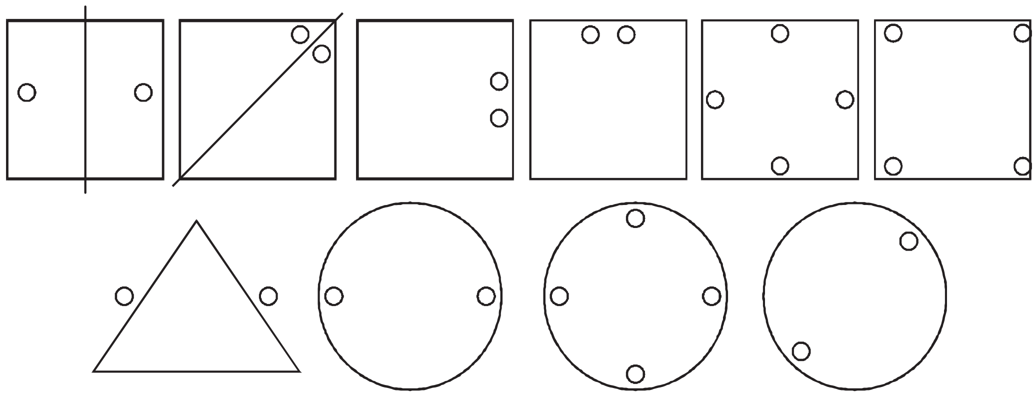
चित्र—14.4

कुछ करें

चौकोर सादा कागज लीजिए। उसे बीच से चित्र में दिखाए अनुसार मोड़िए। अब कागज में एक छेद कीजिए। अब कागज को खोलिए, कागज का मोड़ सममित रेखा है, तथा कागज में बना छेद सममित आकृति के रूप में है। आइए इस तरह बने अन्य छेद की हुई आकृतियों में सममित रेखा ढूँढ़ने का प्रयास करें।

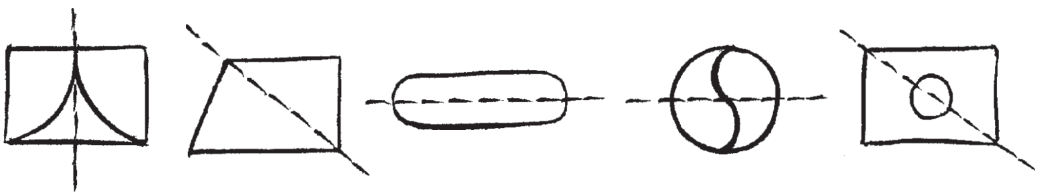


चित्र–14.5

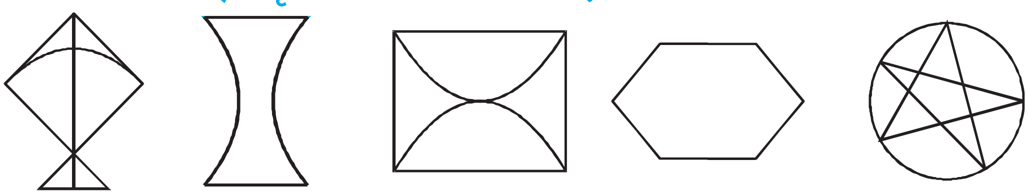


प्रश्नावली–14.1

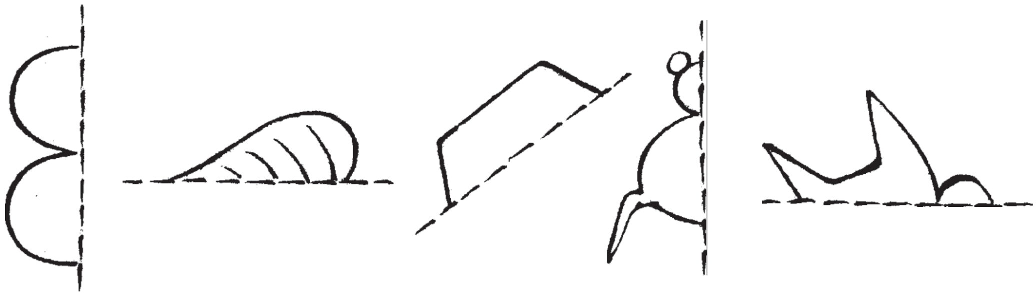
1. नीचे दी गई आकृति में जो बिंदु रेखा दर्शायी गई है, वह उस आकृति की सममित रेखा है या नहीं? बताइए।



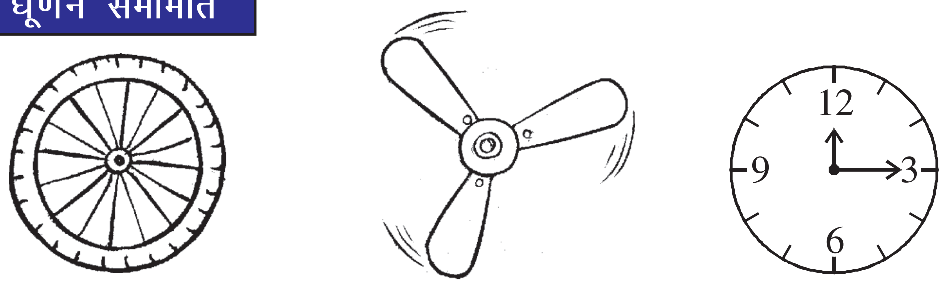
2. नीचे दी गई आकृति में सममित रेखा खींचिए।



3. नीचे दी अधूरी आकृति को सममित रेखा के अनुदिश पूरा कीजिए।



14.3 घूर्णन सममिति



चित्र–14.4

घड़ी की सूइयाँ, साइकिल का पहिया तथा छत से लगे पंखों आदि को आप तब गतिशील कहते हैं जब वे घूमते हैं या घूर्णन करते हैं। कुछ वस्तुओं में यह घूर्णन दोनों तरफ होता है, जबकि घड़ी की सुइयों में यह केवल एक दिशा में होता है। घड़ी की सुइयाँ, जिस दिशा में घूमती हैं वह घड़ी की दिशा में (दक्षिणावर्त) घूर्णन कहलाता है। शेष घूर्णनों को घड़ी की विपरीत दिशा में (वामावर्त) घूर्णन कहते हैं। साइकिल का पहिया दोनों दिशाओं में घूर्णन करता हैं।

स्वयं से करें

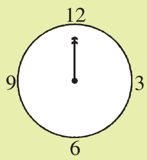
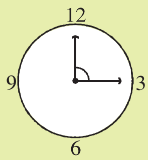
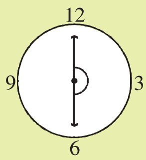
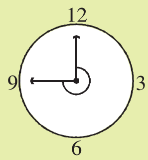
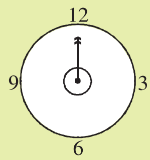
1. घड़ी की दिशा में घूर्णन के तीन उदाहरण दीजिए।

   ____

2. घड़ी की विपरीत दिशा में घूर्णन के तीन उदाहरण दीजिए।

   ____

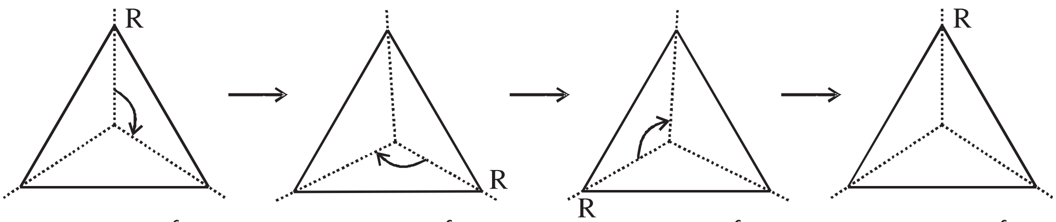
सोचिए! साइकिल का पहिया, घड़ी की सूइयाँ जैसी वस्तुएँ घूर्णन करती हैं तो क्या उनके आकार एवं माप में कोई परिवर्तन होता है? नहीं। आकार और माप में परिवर्तन हुए बिना वस्तु एक निश्चित बिंदु के चारों तरफ घूमती है। यह निश्चित बिंदु घूर्णन का केन्द्र कहलाता है। घूर्णन के दौरान घूमे गये कोण को घूर्णन कोण कहते हैं। नीचे घड़ी में घंटे की सुई द्वारा केन्द्र पर मिनट की सुई के साथ बनने वाले कोण को दिखाया गया है।

घड़ी की स्थिति					
समय	12 बजे अपराह्न	3 बजे अपराह्न	6 बजे अपराह्न	9 बजे अपराह्न	12बजे पूर्वाह्न
दोनों सुइयों के बीच का कोण एवं क्रम	0°	90° क्रम–1	180° क्रम–2	270° क्रम–3	360° क्रम–4

यहाँ हम क्या देखते हैं ? 12 बजे अपराह्न से 12 बजे पूर्वाह्न के बीच घड़ी की सूइयों के बीच की स्थिति समान है तथा दोनों स्थिति एक सममित आकृति बनाती हैं, इसे घूर्णन सममित कहते हैं। घड़ी में घंटे की सुई एक पूरे चक्कर में चार स्थितियों में दिखाई गई हैं, 90°, 180°, 270°, 360° के कोणों पर घुमाने या घूर्णन करने के बाद वह पुनः पहले जैसी दिखने लगती है। अतः हम कहते हैं कि घड़ी में घूर्णन सममिति है।

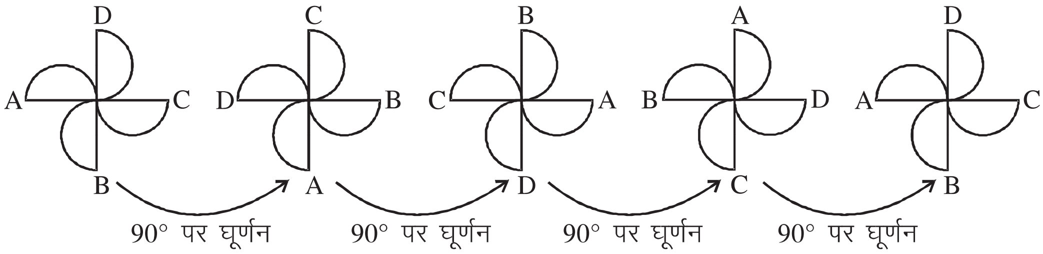
घूर्णन के कुछ उदाहरण

समबाहु त्रिभुज के लिए (दक्षिणावर्त घूर्णन) एक पूरे चक्कर में त्रिभुज तीन बार अपनी प्रारम्भिक स्थिति में आता है इसे तीन क्रम का घूर्णन कहते हैं। चूंकि त्रिभुज अपनी प्रारम्भिक स्थिति से 120° घूमने के बाद पुनः अपनी पहले वाली स्थिति में आ जाता है, अतः इसका घूर्णन कोण 120° है।



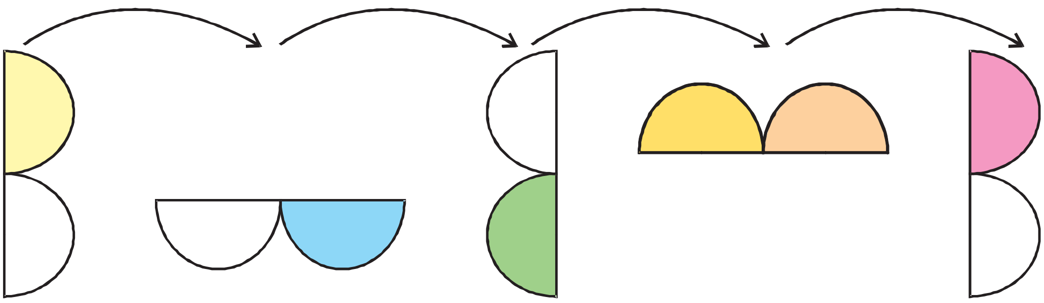
120° पर घूर्णन 120° पर घूर्णन 120° पर घूर्णन 120° पर घूर्णन

चकरी का घूर्णन– चकरी को देखें। चकरी अपने एक घूर्णन में चार बार अपने प्रारम्भिक अवस्था में आती है तथा प्रत्येक 90° पर वह अपनी पहले वाली अवस्था में आती है। अत: चकरी का घूर्णन कोण 90° है।

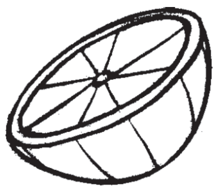


स्वयं कीजिए

B का घूर्णन की दिशा, घूर्णन कोण व घूर्णन क्रम बताइए–

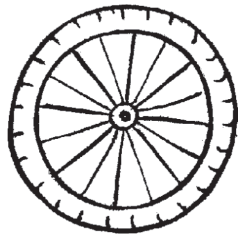


फलों के अनुप्रस्थ काट यातायात संकेत, पहिया आदि में भी घूर्णन सममिति को देखिए।



फल का अनुप्रस्थ काट

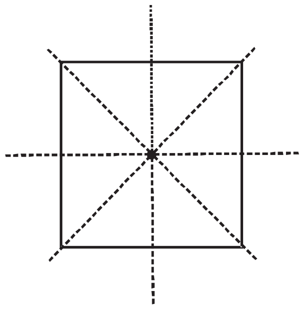
सड़क संकेत



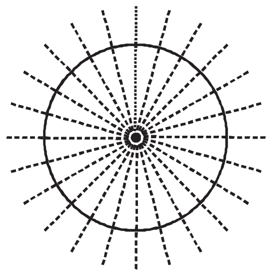
पहिया

14.4 रैखिक सममिति और घूर्णन सममिति में संबंध

विभिन्न प्रकार के आकारों एवं सममिति को हम देखते आ रहे हैं। कुछ आकारों में रैखिक सममिति तो कुछ में घूर्णन सममिति तो कुछ में रैखिक तथा घूर्णन दोनों प्रकार की सममिति होती है।



उपर वर्ग में रैखिक एवं घूर्णन दोनों प्रकार की सममिति है।

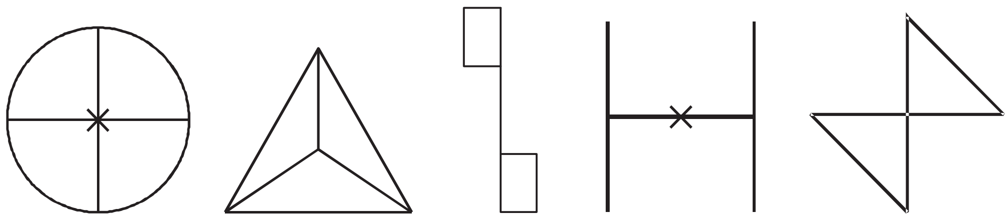


वृत्त में अपरिमित रूप से घूर्णन सममिति एवं रैखिक सममिति है। केन्द्र के परितः जहाँ प्रत्येक कोण के लिए एक घूर्णन सममिति है तथा प्रत्येक व्यास एक रैखिक सममिति है।

इस प्रकार रैखिक एवं घूर्णन सममिति में हम संबंध स्पष्ट कर सकते हैं।

प्रश्नावली – 14.2

1. **नीचे दी आकृतियों में से किन में घूर्णन सममिति का क्रम एक से अधिक है?**



(i) (ii) (iii) (iv) (v)

2. **दो वैसी आकृतियों के नाम बताइए, जिसमें रैखिक सममिति और क्रम 1 से अधिक की घूर्णन सममिति दोनों ही है।**

3. यदि किसी आकृति की दो या दो से अधिक सममित रेखाएँ हों, तो क्या यह आवश्यक है कि उसमें क्रम 1 से अधिक की घूर्णन सममिति होगा?
4. ऐसे चतुर्भुजों के नाम बताइए जिसमें रैखिक सममिति और क्रम 1 से अधिक की घूर्णन सममिति दोनों हो।
5. किसी आकृति को उसके परितः 60° के कोण पर घुमाने पर वह उसकी प्रारम्भिक स्थिति जैसी दिखाई पड़ती है। और किन–किन कोणों के लिए ऐसी स्थिति बनेगी?

हमने सीखा

1. सममिति आकृतियों के ठीक बीचों बीच खींची गई रेखा के परितः मोड़ने या काटने पर प्राप्त दोनों हिस्से एक दूसरे को पूरी तरह ढँक लेते हैं। खींची गई रेखा सममिति अक्ष कहलाती है।
2. दर्पण परावर्तन से भी रैखिक सममिति प्राप्त होती है, जिसमें दर्पण का किनारा सममिति अक्ष का कार्य करता है। दर्पण परावर्तन में पार्श्व परावर्तन या बायें–दायें अभिमुखों का ध्यान रखना होता है।
3. यदि घूर्णन के बाद वस्तु स्थिति के अनुसार पहले जैसी ही दिखाई देती है तो हम कहते हैं कि उसमें घूर्णन सममिति है। जिस बिन्दु के परित वस्तु घूर्णन करती है वह घूर्णन का केन्द्र कहलाता है। जिस कोण पर वस्तु घूमती है, उसे घूर्णन का कोण कहते हैं। पूरे चक्कर का अर्थ 360° का घूर्णन, आधा चक्कर का अर्थ 180° का घूर्णन, एक चौथाई चक्कर का अर्थ 90° का घूर्णन है।
4. घूर्णन जब घड़ी की सुई के चलने की दिशा में हो तो दक्षिणावर्त अन्यथा वामावर्त होता है।
5. एक पूरे चक्कर में एक वस्तु जितनी बार स्थिति के अनुसार, पहले जैसी ही दिखाई देती है, वह संख्या उस घूर्णन सममिति का क्रम कहलाती है। एक वर्ग की घूर्णन सममिति का क्रम 4 है तथा एक समबाहु त्रिभुज की घूर्णन सममिति का क्रम 3 है।