L4B5Q2

अध्याय-2 भिन्न संख्यायें

2.1 भूमिका

पिछली कक्षाओं में, आप भिन्न और उसके जोड़ एवं घटाव का अध्ययन कर चुके हैं। आपने भिन्नों की तुलना, तुल्य भिन्न, भिन्नों को संख्या रेखा पर निरूपित करना और भिन्नों को क्रमबद्ध करना आदि के बारे में भी अध्ययन किया है। इस अध्याय में हम इससे आगे भिन्नों के गुणन एवं भाग के बारे में अध्ययन करेंगे।

2.2 पुनरावलोकन

हमने पिछली कक्षाओं में पढ़ा है कि भिन्न वे संख्याएं है जिन्हें $\frac{a}{b}$ रूप में लिखा जा सकता है। जहाँ a और b पूर्ण संख्याएँ हैं तथा $b \neq 0$, क्या $1\frac{2}{3}$ एक भिन्न है? उचित भिन्न (समभिन्न) वह भिन्न होती है जो संपूर्ण के एक भाग को निरूपित करती है। क्या $\frac{5}{3}$ एक उचित भिन्न है? इसके अंश तथा हर में कौन बड़ा है?

विषम भिन्न में, सम्पूर्ण एवं सम्पूर्ण के एक भाग (उचित भिन्न) का संयोजन होता है। क्या $\frac{5}{3}$ एक विषम भिन्न है? यहाँ अंश अथवा हर में कौन बड़ा है? विषम भिन्न $\frac{5}{3}$ को $1\frac{2}{3}$ के रूप में लिखा जा सकता है। यह एक मिश्रित भिन्न है। आप उचित, विषम एवं मिश्रित भिन्न के पाँच–पाँच उदाहरण लिखिए। क्या $\frac{4}{7}$ और $\frac{8}{14}$ तुल्य भिन्न हैं? दो भिन्न तुल्य भिन्न कहलाती है, यदि वे समान मात्रा को निरूपित करती है।

$\frac{4}{7}$ और $\frac{8}{14}$ में से भिन्न का सरलतम रूप कौन है? जिस भिन्न के हर और अंश में 1 के अलावा कोई दूसरा उभयनिष्ठ गुणनखण्ड न हो, वह भिन्न का सरलतम रूप (lowest form) होता है।

उदाहरण–1. $\frac{6}{7}$ और $\frac{4}{5}$ में कौन बड़ा है?

हल : 7 और 5 का सार्वगुणज (L.C.M.) = 35

इसलिए $\frac{6}{7}=\frac{6\times5}{7\times5}=\frac{30}{35}$ और $\frac{4}{5}=\frac{4\times7}{5\times7}=\frac{28}{35}$

चूँकि $\frac{30}{35}>\frac{28}{35}$ अतः $\frac{6}{7}>\frac{4}{5}$

उदाहरण–2. मिट्ठू ने $4\frac{1}{2}$ किलोग्राम आम और $2\frac{3}{4}$ किलोग्राम लीची खरीदे। मिट्ठू द्वारा खरीदे गये फलों का कुल भार कितना है?

हल : फलों का कुल भार $= 4\frac{1}{2}$ किलोग्राम + $2\frac{3}{4}$ किलोग्राम

$=\left(\frac{9}{2}+\frac{11}{4}\right)$ किलोग्राम

$=\left(\frac{18}{4}+\frac{11}{4}\right)$ किलोग्राम ($\frac{9}{2}=\frac{18}{4}$ तुल्य भिन्न)

$=\frac{29}{4}$ किलोग्राम $=7\frac{1}{4}$ किलोग्राम।

उदाहरण–3. रोहित प्रतिदिन $3\frac{2}{3}$ घंटे खेलता है। वह अपने इस समय में से $1\frac{4}{5}$ घंटे मोहित के साथ खेलता है तो दूसरे साथियों के साथ वह कितना समय खेलता है?

हल : रोहित के खेलने का कुल समय $3\frac{2}{3}$ घंटे $=\frac{11}{3}$ घंटे

रोहित का मोहित के साथ खेलने में लगा समय $=1\frac{4}{5}$ घंटे $=\frac{9}{5}$ घंटे

अतः रोहित का दूसरे साथियों के साथ लगा समय $=\left(\frac{11}{3}-\frac{9}{5}\right)$ घंटे

$=\left(\frac{55}{15}-\frac{27}{15}\right)$ घंटे $\left(\frac{11}{3}=\frac{55}{15}\right.$ तथा $\left.\frac{9}{5}=\frac{27}{15}\right)$

$=\frac{28}{15}$ घंटे $=1\frac{13}{15}$ घंटे

प्रश्नावली–2.1

1. **निम्न के चार–चार तुल्य भिन्न लिखिए–**

   (i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{6}{7}$ (iii) $\frac{3}{17}$

2. **नीचे दिए गए भिन्न संख्या के जोड़ों की तुलना कीजिए और बताइए कि दोनों में से कौन सी भिन्न संख्या छोटी है?**

   (i) $\frac{3}{5}$ और $\frac{4}{3}$ (ii) $\frac{6}{7}$ और $\frac{7}{6}$

   (iii) $\frac{21}{5}$ और $\frac{18}{4}$ (iv) $\frac{7}{15}$ और $\frac{9}{20}$

3. **हल कीजिए–**

   (i) $\frac{2}{5}+0$ (ii) $4+\frac{7}{8}$ (iii) $\frac{3}{2}+\frac{2}{7}$ (iv) $\frac{5}{9}+\frac{4}{7}$

   (v) $\frac{4}{5}+\frac{9}{15}$ (vi) $\frac{2}{15}-\frac{1}{20}$ (vii) $\frac{9}{11}-\frac{4}{15}$

   (viii) $7\frac{1}{2}-4\frac{1}{5}$ (ix) $4\frac{1}{2}-1\frac{1}{5}+\frac{2}{5}$ (x) $2\frac{1}{5}+1\frac{1}{4}-\frac{1}{2}$

4. एक 'जादुई वर्ग' में प्रत्येक पंक्ति, प्रत्येक स्तम्भ एवं प्रत्येक विकर्ण की संख्याओं का योग समान होता है। क्या यह एक जादुई वर्ग है?

$\frac{4}{13}$	$\frac{9}{13}$	$\frac{2}{13}$
$\frac{3}{13}$	$\frac{5}{13}$	$\frac{7}{13}$
$\frac{8}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{6}{13}$

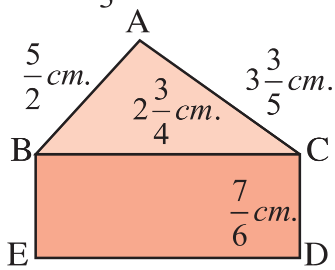
(प्रथम पंक्ति के अनुदिश $\frac{4}{13}+\frac{9}{13}+\frac{2}{13}=\frac{15}{13}$)

5. निम्नलिखित भिन्न संख्याओं को आरोही क्रम (बढ़ते क्रम) में लिखिए–

(i) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}$ (ii) $\frac{3}{7}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}$

6. एक आयताकार श्यामपट्ट की लम्बाई $3\frac{1}{2}$ मी. और चौड़ाई $2\frac{2}{3}$ मी. है। श्यामपट्ट का परिमाप ज्ञात कीजिए।

7. चित्र में दी हुई आकृति में (i) ΔABC तथा
(ii) आयत BCDE का परिमाप ज्ञात कीजिए तथा
(iii) बताइए किसका परिमाप ज्यादा है?



8. सत्यम् ने एक पाठ को पढ़ने में $\frac{11}{16}$ घंटे का समय लिया? सलीम ने उसी पाठ को पढ़ने में $\frac{3}{4}$ घंटे का समय लिया। किसने ज्यादा समय लिया? यह समय कितना ज्यादा था?

9. खाली स्थानों में सही अंक भरिए–

(i) $\frac{5}{7}+\frac{\square}{7}=\frac{6}{7}$ (ii) $\frac{8}{15}-\frac{2}{15}=\frac{\square}{\square}$ (iii) $\frac{7}{9}+\frac{\square}{\square}=\frac{7}{9}$

(iv) $\frac{3}{5}-\frac{\square}{5}=\frac{1}{5}$ (v) $1-\frac{1}{2}=\frac{\square}{\square}$

2.3 भिन्नों का गुणन

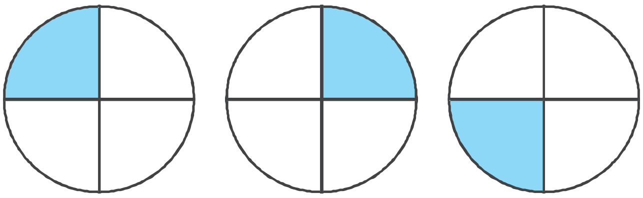
हम जानते हैं कि यदि किसी आयत की लम्बाई एवं चौड़ाई क्रमशः 9 सेमी. और 5 सेमी. है तो इसका क्षेत्रफल 9 सेमी. × 5 सेमी. = 45 सेमी.^{2} होगा।

अब यदि आयत की लम्बाई एवं चौड़ाई क्रमशः $9\frac{1}{2}$ सेमी. एवं $5\frac{1}{2}$ सेमी. है तो इसका क्षेत्रफल क्या होगा? आप कहेंगे कि यह $9\frac{1}{2}$ सेमी. × $5\frac{1}{2}$ सेमी. = $\left(\frac{19}{2}\times\frac{11}{2}\right)$ सेमी.^{2} है।

$\frac{19}{2}\times\frac{11}{2}$ भिन्नों का गुणन है। आइए भिन्नों का गुणा कैसे होता है देखिए–

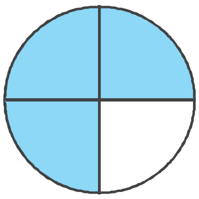
2.3.1 पूर्ण संख्या एवं भिन्न का गुणन

आकृति 2.1 को देखिए। प्रत्येक छायांकित (Shaded) भाग, वृत्त का $\frac{1}{4}$ भाग है।



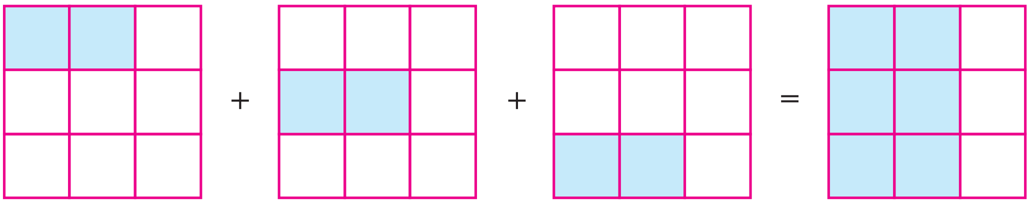
आकृति–2.1

इस प्रकार तीन छायांकित भाग मिलकर वृत्त के $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=3\times\frac{1}{4}$ को निरूपित करेंगे। इन तीन छायांकित भागों को संयोजित करने पर हमें आकृति 2.2 प्राप्त होती है, जो वृत्त के $\frac{3}{4}$ भाग को निरूपित करता है, अर्थात् $3\times\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$



आकृति–2.2

क्या अब आप बता सकते हैं कि आकृति 2.3 किसे निरूपित करेगी?



आकृति—2.3

यहाँ प्रत्येक में छायांकित भाग $\frac{2}{9}$ है। आइए अब हम $3\times\frac{2}{9}$ ज्ञात करते हैं।

$$3\times\frac{2}{9}=\frac{2}{9}+\frac{2}{9}+\frac{2}{9}=\frac{2+2+2}{9}=\frac{3\times 2}{9}=\frac{6}{9}$$

इसी प्रकार $5\times\frac{2}{3}=\frac{5\times 2}{3}=\frac{10}{3}$

क्या आप बता सकते हैं (i) $3\times\frac{1}{5}=?$ (ii) $4\times\frac{2}{7}=?$

ऊपर हमने $\frac{1}{4},\frac{2}{9},\frac{2}{3}$ आदि उचित भिन्नों का पूर्ण से गुणन की चर्चा की, किन्तु यह विषम भिन्न के लिए भी लागू होता है।

उदाहरणार्थ $2\times\frac{5}{3}=\frac{2\times 5}{3}=\frac{10}{3}$

प्रयास कीजिए (i) $4\times\frac{12}{7}=?$ (ii) $3\times\frac{8}{5}=?$

अतः किसी पूर्ण संख्या को किसी उचित अथवा विषम भिन्न से गुणा करने के लिए हम—

(1) पूर्ण संख्या को भिन्न के अंश के साथ गुणा करते हैं और

(2) भिन्न के हर को अपरिवर्तित या समान (same) रखते हैं।

स्वयं करके देखिए

1. $3\times\frac{1}{3}=\frac{3}{3}$ को सचित्र निरूपित कीजिए।

2. ज्ञात कीजिए

(i) $3\times\frac{3}{8}$ (ii) $\frac{3}{7}\times4$ (iii) $\frac{13}{9}\times7$ (iv) $\frac{16}{7}\times3$

ध्यान दें कि किसी मिश्रित भिन्न को एक पूर्ण संख्या से गुणा करने के लिए सर्वप्रथम मिश्रित भिन्न को विषम भिन्न में परिवर्तित कीजिए और तब गुणा कीजिए।

जैसे $5\times2\frac{3}{7}=5\times\frac{17}{7}=\frac{85}{7}=12\frac{1}{7}$

प्रयास कीजिए (i) $3\times2\frac{5}{7}=?$ (ii) $2\times4\frac{2}{5}=?$

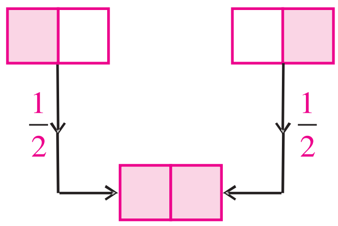
भिन्न, प्रचालक (operator) 'का' के रूप में

विचार कीजिए–

(i) 2 का आधा (ii) 3 का आधा

आकृति 2.4 में प्रत्येक छायांकित टुकड़ा 1 के $\frac{1}{2}$ (आधे) को निरूपित करता है।

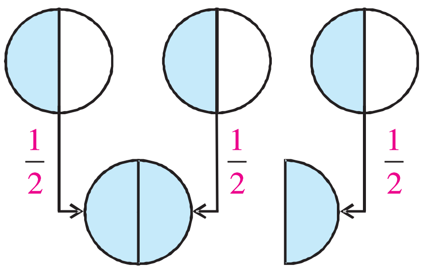
अब 2 छायांकित आधे भागों को मिलाने पर दोनों छायांकित टुकड़े मिलकर 2 के $\frac{1}{2}$ को निरूपित करते हैं।



आकृति–2.4

अतः 2 का $\frac{1}{2}=2\times\frac{1}{2}=1$

अब आकृति 2.5 में तीन छायांकित टुकड़े मिलकर 3 के $\frac{1}{2}$ (आधे) भाग को निरूपित करते हैं।



आकृति–2.5

तथा इन्हें मिलाने पर यह $1\frac{1}{2}$ अर्थात् $\frac{3}{2}$ को निरूपित करता है।

इसलिए 3 का $\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ अतः $3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

इस प्रकार हम देखते हैं कि 'का' गुणन को निरूपित करता है।

उदाहरण–4. शुभम के पास 30 रुपये हैं। शकीला के पास शुभम के रुपयों का $\frac{1}{5}$ है तो शकीला के पास कितने रुपये हैं?

हल : शुभम के पास 30 रुपये हैं। शकीला के पास 30 का $\frac{1}{5}$ रुपये है, अर्थात् $30 \times \frac{1}{5} = 6$ रुपये।

प्रयास कीजिए: (i) 16 का $\frac{1}{2} = ?$ (ii) 25 का $\frac{2}{5} = ?$

उदाहरण–5. 60 विद्यार्थियों की एक कक्षा में कुल विद्यार्थियों की संख्या का $\frac{1}{4}$ अंग्रेजी पढ़ना पसंद करते हैं, कुल संख्या का $\frac{1}{2}$ गणित पढ़ना पसंद करते हैं और शेष विद्यार्थी विज्ञान पढ़ना पसंद करते हैं। तो बताइए कितने विद्यार्थी अंग्रेजी पढ़ना पसन्द करते हैं? कितने विद्यार्थी गणित पढ़ना पसंद करते हैं? कुल विद्यार्थियों की संख्या का कितना भाग विज्ञान पढ़ना पसंद करते हैं?https://www.evidyarthi.in/

हल : कक्षा में कुल विद्यार्थियों की संख्या = 60

इनमें से कुल का $\frac{1}{4}$ अंग्रेजी पढ़ना पसंद करते हैं। अतः अंग्रेजी पढ़ना पसंद करने वाले विद्यार्थियों की संख्या = 60 का $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 60 = 15$

. गणित पढ़ना पसन्द करनेवाले विद्यार्थियों की संख्या = 60 का $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 60 = 30$

शेष विद्यार्थी विज्ञान पढ़ना पंसद करते हैं अतः विज्ञान पसंद करनेवाले विद्यार्थियों की

संख्या = कुल विद्यार्थी– (अंग्रेजी पढ़ना पंसद करनेवाले विद्यार्थी + गणित पढ़ना पसंद करनेवाले विद्यार्थी)

$= 60-(15+30) = 60-45 = 15$

अतः वांछित भिन्न $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ है।

प्रश्नावली 2.2

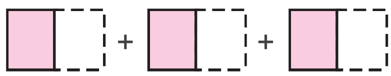
1. नीचे कुछ भिन्न संख्याओं के गुणा के लिए चित्र बनाए गए हैं, प्रत्येक गुणा को उसके सही चित्र से मिलाइए–

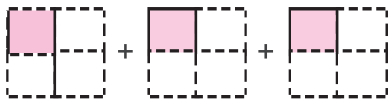
(i) $3\times\frac{1}{5}$

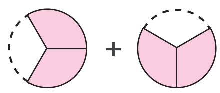
(ii) $3\times\frac{1}{2}$

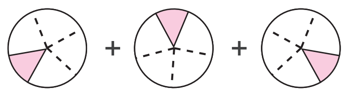
(iii) $2\times\frac{2}{3}$

(iv) $3\times\frac{1}{4}$

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

2. नीचे दी गई भिन्न संख्याओं का गुणन कीजिए व सरलतम रूप में लिखिए–

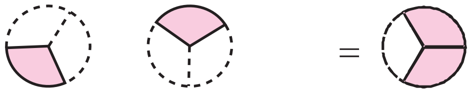
(i) $7\times\frac{4}{5}$ (ii) $3\times\frac{2}{3}$ (iii) $7\times\frac{2}{9}$

(iv) $\frac{1}{3}\times4$ (v) $2\times\frac{6}{7}$ (vi) $\frac{7}{2}\times6$

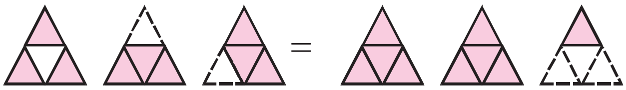
(vii) $11\times\frac{3}{7}$ (viii) $15\times\frac{3}{5}$ (ix) $11\times\frac{1}{3}$

(x) $10\times\frac{3}{5}$ (xi) $5\times\frac{3}{2}$ (xii) $6\times\frac{1}{6}$

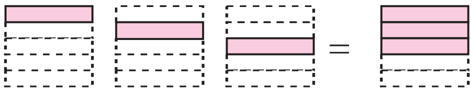
3. निम्नलिखित चित्रों के लिए भिन्न लिखिए–

(i) 

2 का ______ = ______

(ii) 

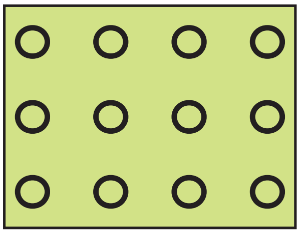
3 का ______ = ______

(iii) 

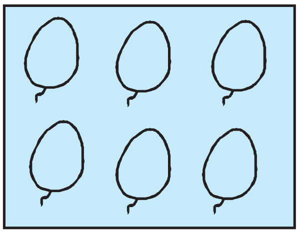
3 का ______ = ______

4. छायांकित कीजिए–

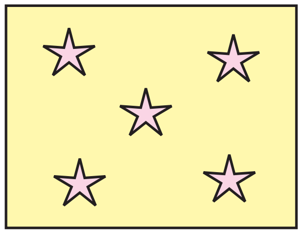
(i) वृत्तों का $\frac{1}{2}$ भाग।



(ii) बैलूनों का $\frac{2}{3}$ भाग



(iii) तारों का $\frac{3}{5}$ भाग



5. ज्ञात कीजिए–

(i) 26 का $\frac{1}{2}$ (ii) 38 का $\frac{1}{2}$ (iii) 21 का $\frac{2}{3}$

(iv) 24 का $\frac{2}{3}$ (v) 20 का $\frac{3}{4}$ (vi) 36 का $\frac{3}{4}$

(vii) 25 का $\frac{4}{5}$ (viii) 30 का $\frac{4}{5}$ (ix) 81 किलोग्राम का $\frac{7}{9}$

(x) 14 रुपया का $\frac{4}{7}$

6. **गुणा कीजिए और मिश्रित भिन्न के रूप में व्यक्त कीजिए–**

(i) $3\times5\frac{1}{5}$ (ii) $4\times6\frac{1}{2}$ (iii) $7\frac{1}{5}\times5$

(iv) $4\frac{1}{7}\times21$ (v) $3\frac{1}{4}\times6$ (vi) $\frac{5}{8}\times108$

7. रीया और राहुल पिकनिक पर गए। उनकी माँ ने उन्हें 5 लीटर पानीवाली एक बोतल दी। रीया ने कुल पानी का $\frac{3}{5}$ उपयोग किया। शेष पानी राहुल ने पिया।

(i) रीया ने कितना पानी पिया?

(ii) पानी की कुल मात्रा का कितना हिस्सा राहुल ने पिया?

8. **ज्ञात करें–**

(i) एक दिन का $\frac{5}{6}$ (घंटों में) (ii) एक घंटे का $\frac{2}{3}$ (मिनट में)

(iii) एक सप्ताह का $\frac{2}{7}$ (दिन में) (iv) एक किलोग्राम का $\frac{3}{5}$ (ग्राम में)

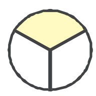
(v) एक वर्ष का $\frac{3}{5}$ (दिन में)

9. एक आयताकार आँगन $5\frac{1}{4}$ मीटर लम्बा और $1\frac{1}{7}$ मीटर चौड़ा है। तो आँगन का परिमाप ज्ञात करें।

2.3.2 भिन्न का भिन्न से गुणन

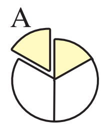
आइए देखते हैं कि दो भिन्नों का गुणनफल जैसे $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ कैसे ज्ञात किया जाए?

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ का अर्थ है $\frac{1}{3}$ का $\frac{1}{2}$ या $\frac{1}{3}$ का आधा। इसे समझने के लिए एक वृत्त का $\frac{1}{3}$ भाग लेते हैं। (आकृति–2.6)



आकृति–2.6

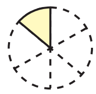
पुनः $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ के लिए इस तिहाई भाग का आधा करते हैं। (आकृति–2.7)



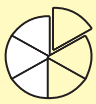
आकृति–2.7

यह आधा हिस्सा (A) पूरे वृत्त का कितना हिस्सा है?

यह पता करने के लिए पूरे वृत्त को A के बराबर हिस्सों में बाँटना पड़ेगा। हम पाते हैं कि ऐसे छह हिस्से होते हैं तथा A उसमें से एक है। अतः $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$



आकृति–2.8



$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

क्या $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ भी $\frac{1}{6}$ होगा। चित्र बनाकर देखिए।

इस प्रकार हम पाते हैं कि दो भिन्नों का गुणनफल $= \dfrac{\text{अंशों का गुणनफल}}{\text{हरों का गुणनफल}}$

उदाहरणार्थ $\frac{2}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{2 \times 4}{3 \times 7} = \frac{8}{21}$

प्रयास करें: (i) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = ?$ (ii) $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = ?$

गुणनफल का मान

हम जानते हैं कि दो पूर्ण संख्याओं का गुणनफल उन दोनों संख्याओं से बड़ा होता है। उदाहरणार्थ $2 \times 3 = 6$ और $6 > 3, 6 > 2$

दो भिन्नों को गुणा कर गुणनफल के मान को दिए गए भिन्नों से तुलना कीजिए।

भिन्नों का गुणन	गुणनफल की दोनों भिन्नों से तुलना	निष्कर्ष
$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$	$\frac{8}{15} < \frac{2}{3}, \frac{8}{15} < \frac{4}{5}$	गुणनफल प्रत्येक भिन्न से कम है
$\frac{1}{4} \times \frac{3}{7}$	$\frac{3}{28} < \frac{1}{4}, \frac{3}{28} < \frac{3}{7}$	

$\frac{1}{4}\times\frac{3}{7}$		
$\frac{7}{8}\times\frac{2}{5}$		

हम पाते हैं कि दो उचित भिन्नों के गुणनफल का मान दोनों भिन्नों में से प्रत्येक से छोटा होता है। सारणी को पूरा कर इसकी जाँच कीजिए।

आइए अब हम दो विषम भिन्नों के गुणनफल की चर्चा करते हैं।

$\frac{7}{4}\times\frac{7}{3}=\frac{49}{12}$	$\frac{49}{12}>\frac{7}{3},\frac{49}{12}>\frac{7}{4}$	गुणनफल प्रत्येक भिन्न से बड़ा है।
$\frac{4}{3}\times\frac{7}{5}=\frac{28}{15}$		
$\frac{7}{2}\times\frac{9}{2}=\frac{63}{4}$		
$\frac{3}{2}\times\frac{7}{6}=\frac{21}{12}$		

हम पाते हैं कि दो विषम भिन्नों के गुणनफल का मान उनमें से प्रत्येक भिन्न से अधिक है। ऐसे पाँच और उदाहरणों को बनाइए और उपर्युक्त कथन को सत्यापित कीजिए।

आइए, अब हम एक विषम और एक उचित भिन्न को गुणा करते हैं।

मान लीजिए $\frac{3}{4}$ और $\frac{8}{5}$ को गुणा करना है।

हम पाते हैं $\frac{3}{4}\times\frac{8}{5}=\frac{24}{20}$ यहाँ $\frac{24}{20}<\frac{8}{5}$ और $\frac{24}{20}>\frac{3}{4}$

अर्थात् प्राप्त गुणनफल, गुणन की विषम भिन्न से कम और उचित भिन्न से बड़ा है।

$\frac{7}{5}\times\frac{2}{7}$, $\frac{10}{3}\times\frac{3}{5}$ के लिए भी गुणनफल की जाँच कीजिए।

प्रश्नावली–2.3

1. निम्न का मान ज्ञात कीजिए–

(i) $\frac{1}{2}$ का $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{2}{5}$ का $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{5}{4}$ का $\frac{1}{4}$

(iv) $\frac{12}{5}$ का $\frac{1}{5}$ (v) $\frac{6}{4}\times\frac{3}{8}$ (vi) $2\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}$

(vii) $\frac{3}{5}\times3\frac{4}{7}$ (viii) $9\times\frac{7}{2}$ (ix) $5\frac{1}{4}\times\frac{2}{5}$

(x) $\frac{7}{9}\times6\frac{2}{5}$

2. कौन बड़ा है–

(i) $\frac{1}{2}$ का $\frac{2}{7}$ अथवा $\frac{3}{4}$ का $\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{5}{8}$ का $\frac{3}{5}$ अथवा $\frac{3}{4}$ का $\frac{1}{6}$

3. बुधवारी अपने बगीचे में पाँच छोटे पौधे एक पंक्ति में लगाती है। दो क्रमागत छोटे पौधे के बीच की दूरी $\frac{3}{4}$ मी. है। प्रथम एवं अंतिम पौधे के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

4. शिवानी एक पुस्तक को प्रतिदिन $1\frac{2}{7}$ घंटे पढ़ती है। वह सम्पूर्ण पुस्तक को एक सप्ताह में पढ़ती है। उस पुस्तक को पढ़ने में उसने कुल कितने घंटे लगाए?

5. एक स्कूटर 1 लीटर पेट्रोल में 35 किमी. दूरी तय करता है। $3\frac{4}{5}$ लीटर पेट्रोल में यह स्कूटर कुल कितनी दूरी तय करेगा?

2.4 भिन्नों का भाग

जवाहर के पास 9 सेमी. लंबी कागज की एक पट्टी है। वह इस पट्टी को 3 सेमी. लंबी छोटी पट्टियों में काटता है। तो वह $9 \div 3 = 3$ पट्टियाँ प्राप्त करेगा।

अब अगर जवाहर 9 सेमी. लंबाई वाली एक दूसरी पट्टी को $\frac{3}{2}$ सेमी. लंबाई वाली

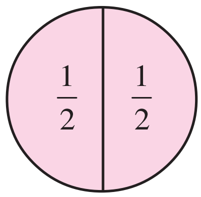
छोटी पट्टियों में काटना चाहता है तो उसे $9 \div \frac{3}{2}$ पट्टियाँ प्राप्त होगी। इसी प्रकार $\frac{21}{2}$ सेमी. लम्बाई वाली पट्टी को $\frac{3}{2}$ सेमी. लम्बाई वाली छोटी पट्टियों में काटने पर हमें $\frac{21}{2} \div \frac{3}{2}$ टुकड़े प्राप्त होंगे। इसे हल करने के लिए हमें एक पूर्ण संख्या को किसी भिन्न से अथवा एक भिन्न को दूसरे भिन्न से भाग देने की आवश्यकता पड़ती है। आइए इसे हल करने का तरीका देखें।

2.4.1 भिन्न से पूर्ण संख्या का भाग

आइए $1 \div \frac{1}{2}$ ज्ञात करते हैं। यदि 1 सेमी. लम्बी पट्टी हो तो जवाहर उसमें आधे सेमी. की कितनी पट्टियाँ काट सकता है (आकृति 2.9)। ऐसे आधे भागों की संख्या $1 \div \frac{1}{2}$ होगी। ऐसे दो आधे भाग हैं। पुनः एक इकाई में आधे–आधे दो भाग होते हैं।

इसलिए $1 \times \frac{2}{1} = 2$ होगा   साथ ही $1 \times \frac{2}{1} = 1 \times 2 = 2$

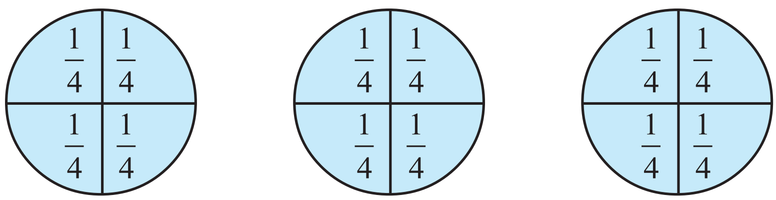
अतः $1 \div \frac{1}{2} = 1 \times \frac{2}{1}$ होगा।



आकृति – 2.9

इसी प्रकार $3 \div \frac{1}{4}$ यानी 3 सम्पूर्ण में कितने $\frac{1}{4}$ भाग हैं यह जानने के लिए हम 3 इकाइयों को $\frac{1}{4}$ भागों में बाँटेंगे व गिनेंगे।

$\frac{1}{4}$ भागों की संख्या = 12 (आकृति–2.10)



आकृति – 2.10

पुनः हम जानते हैं $3 \div \frac{1}{4} = 12$ तथा $3 \times \frac{4}{1} = 12$

इसी प्रकार $3 \div \frac{1}{3}$ और $3 \times \frac{3}{1}$ ज्ञात कीजिए। हम पाते हैं कि भिन्न से पूर्ण संख्या को भाग देने पर वही भागफल प्राप्त होता है जो हम पूर्ण संख्या को भिन्न के व्युत्क्रम (Reciprocal) से गुणा करने पर मिलता है।

$\frac{1}{4}$ के अंश एवं हर को परस्पर बदलने पर $\frac{4}{1}$ प्राप्त होता है। यही $\frac{1}{4}$ का व्युत्क्रम है। इसी प्रकार किसी भी भिन्न के अंश–हर को परस्पर बदलने से उस भिन्न का व्युत्क्रम प्राप्त होता है।

निम्नलिखित गुणनफलों को देखिए और रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए–

$8 \times \frac{1}{8} = 1$ $\frac{7}{3} \times \frac{3}{7} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$\frac{1}{7} \times 7 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\frac{3}{7} \times \ldots\ldots\ldots\ldots = 1$

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$ $\ldots\ldots\ldots\ldots \times \frac{4}{9} = 1$

सोचिए,

1. क्या एक उचित भिन्न का व्युत्क्रम भी उचित भिन्न होगी?
2. क्या एक विषम भिन्न का व्युत्क्रम भी विषम भिन्न होगा?

स्वयं करके देखिए : ज्ञात कीजिए

(i) $8 \div \frac{2}{5}$ (ii) $12 \div \frac{4}{7}$ (iii) $1 \div \frac{8}{9}$

(iv) $5 \div 5\frac{1}{3}$ (v) $9 \div 2\frac{4}{7}$

ध्यान दें– किसी पूर्ण संख्या को एक मिश्रित भिन्न से भाग करते समय, सर्वप्रथम मिश्रित भिन्न को विषम भिन्न में बदलते हैं, तब हल करते हैं।

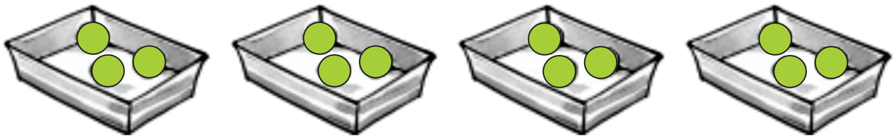
उदाहरणार्थ $3 \div \frac{12}{5} = 3 \div \frac{12}{5}$

$= 3 \times \frac{5}{12} = \frac{5}{4}$

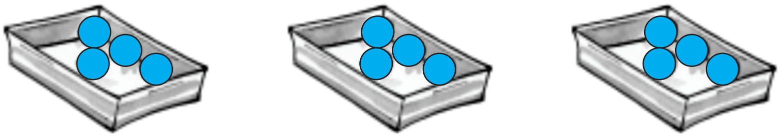
2.4.2 पूर्ण संख्या से भिन्न का भाग

हम भाग को दो तरह से समझ सकते हैं– $12 \div 3$

1. 12 में तीन–तीन के कितने समूह हैं?

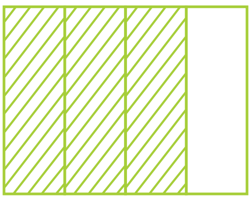
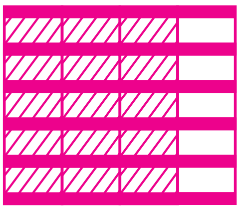
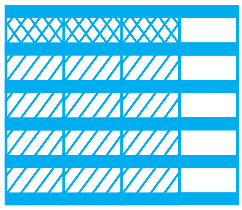


2. 12 चीजों को तीन लोगों में बाँटने पर प्रत्येक को मिलनेवाला हिस्सा?



अब $\frac{3}{4} \div 5$ की चर्चा करें।

$\frac{3}{4} \div 5$ अर्थात् $\frac{3}{4}$ को 5 भागों में बाँटना तथा प्रत्येक हिस्सा कितना है यह पता लगाना है।

 ÷  इसका एक हिस्सा = 

यह हिस्सा पूर्ण का कितना भाग है, पता करने के लिए पूर्ण के इतने ही बराबर छोटे हिस्से किए गए हैं। इस प्रकार कुल हिस्से 20 तथा छायांकित हिस्से 3 हैं। अतः $\frac{3}{4}$ के 5 हिस्से करने पर हमें $\frac{3}{20}$ हिस्सा मिलेगा।

इसी प्रकार $\frac{5}{4} \div 5$ का मान होगा $= \frac{5}{4} \div \frac{5}{1} = \frac{5}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{4}$

इसी प्रकार $\frac{2}{3} \div 5 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$ होगा।

किन्तु $2\frac{1}{4} \div 3 = ?$

यहाँ मिश्रित भिन्न को पूर्ण संख्या से भाग करने के लिए मिश्रित भिन्न को विषम भिन्न में बदलना होगा अर्थात्

$$2\frac{1}{4} \div 3 = \frac{9}{4} \div \frac{3}{1} = \frac{9}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{4}$$

प्रयास करें:

1. $2\frac{2}{5} \div 4 = ?$
2. $3\frac{2}{5} \div 3 = ?$

2.4.3 एक भिन्न का दूसरी भिन्न से भाग

उदाहरणार्थ $\frac{2}{3} \div \frac{5}{6}$

$= \frac{2}{3} \times (\frac{5}{6}$ का व्युत्क्रम)

$= \frac{2}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{4}{5}$

इसी प्रकार $\frac{9}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{9}{5} \times (\frac{2}{3}$ का व्युत्क्रम)

$= \frac{9}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{10}$

स्वयं करके देखें:

(i) $\frac{2}{5} \div \frac{1}{2} = ?$

(ii) $2\frac{1}{2} \div \frac{2}{5} = ?$

(iii) $5\frac{1}{3} \div \frac{9}{2} = ?$

प्रश्नावली–2.4

1. ज्ञात कीजिए–

(i) $15 \div \frac{3}{4}$ (ii) $12 \div \frac{5}{6}$ (iii) $9 \div \frac{7}{3}$

(iv) $8 \div \frac{8}{3}$ (v) $3 \div 2\frac{2}{3}$ (vi) $7 \div 3\frac{2}{7}$

2. **निम्नलिखित भिन्नों में से प्रत्येक का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए। व्युत्क्रमों को उचित भिन्न, विषम भिन्न एवं पूर्ण संख्या के रूप में वर्गीकृत कीजिए।**

(i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{4}{5}$ (iii) $\frac{9}{7}$ (iv) $\frac{7}{5}$

(v) $\frac{15}{8}$ (vi) $\frac{1}{5}$ (vii) $\frac{1}{13}$

3. **ज्ञात कीजिए–**

(i) $\frac{5}{3} \div 2$ (ii) $\frac{7}{9} \div 5$ (iii) $\frac{7}{13} \div 7$ (iv) $2\frac{1}{3} \div 3$

(v) $4\frac{1}{2} \div 4$ (vi) $3\frac{3}{7} \div 7$ (vii) $5\frac{3}{4} \div 7$ (viii) $3\frac{2}{3} \div 11$

4. **ज्ञात कीजिए–**

(i) $\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{2}{7} \div \frac{7}{3}$ (iii) $\frac{3}{7} \div \frac{6}{7}$ (iv) $2\frac{1}{3} \div \frac{2}{5}$

(v) $5\frac{1}{2} \div \frac{11}{3}$ (vi) $\frac{2}{5} \div 2\frac{1}{2}$ (vii) $2\frac{1}{5} \div 3\frac{2}{3}$ (viii) $3\frac{1}{5} \div 2\frac{1}{5}$

5. आधा दर्जन केलों का मूल्य $7\frac{1}{2}$ रुपया है तो 1 केला का मूल्य ज्ञात कीजिए।

6. एक छात्रावास में औसतन प्रत्येक छात्र प्रतिदिन $1\frac{5}{6}$ लिटर दूध लेता है। प्रत्येक दिन कुल 308 लीटर दूध छात्रावास में उपयोग होता है, तो छात्रों की संख्या ज्ञात कीजिए।

7. एक $15\frac{1}{5}$ मी. लम्बे रिबन के 4 बराबर हिस्से किया जाता है, तो प्रत्येक हिस्से की लम्बाई क्या होगी?

8. $3\frac{1}{4}$ किग्रा. सेब का मूल्य 130 रुपया है, तो 1 किलोग्राम सेब का मूल्य क्या होगा?

हमने क्या सीखा ?

1. दो भिन्न को गुणा करने के लिए उनके अंशों एवं हरों को पृथक–पृथक गुणा किया जाता है और फिर गुणनफल को $\frac{\text{अंशों का गुणनफल}}{\text{हरों का गुणनफल}}$ के रूप में लिखते हैं।

2. भिन्न, प्रचालक 'का' के रूप में काम करती है। जैसे 2 का $\frac{1}{2}$ होता है $2 \times \frac{1}{2} = 1$

3. (अ) दो उचित भिन्नों का गुणनफल, गुणा किए गए प्रत्येक भिन्न से कम होता है।

(ब) दो विषम भिन्नों का गुणनफल, गुणा किए गए दोनों भिन्नों में से प्रत्येक से बड़ा होता है। https://www.evidyarthi.in/

(स) एक उचित और एक विषम भिन्न का गुणनफल विषम भिन्न से कम तथा उचित भिन्न से अधिक होता है।

4. एक भिन्न का व्युत्क्रम अंश और हर को परस्पर बदलने से प्राप्त होता है।

5. ऐसे शून्येतर संख्याएँ जिनका परस्पर गुणनफल 1 है, एक दूसरे की व्युत्क्रम संख्या कहलाती है। जैसे, 5 व $\frac{1}{5}$ या $\frac{2}{3}$ और $\frac{3}{2}$ ।

6. किसी पूर्ण या भिन्न संख्या को दूसरी पूर्ण या भिन्न संख्या से भाग करने के लिए हम पहली संख्या को दूसरी संख्या के व्युत्क्रम से गुणा करते हैं।

(1) पूर्ण का भिन्न से भाग $2 \div \frac{3}{5} = 2 \times \frac{5}{3}$

(2) भिन्न का पूर्ण से भाग $\frac{2}{3} \div 7 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{7}$

(3) भिन्न का भिन्न से भाग $\frac{2}{3} \div \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{5}$