L1Y7A8

अध्याय-5 ज्यामितीय आकृतियों की समझ

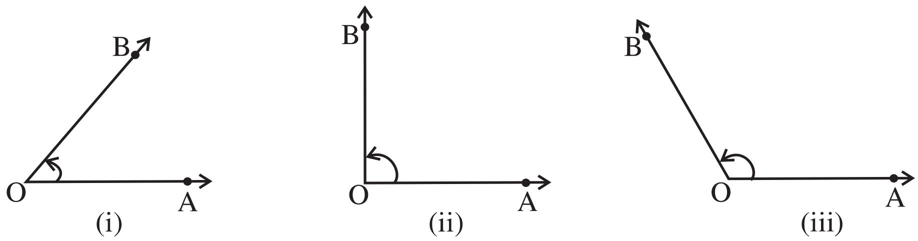
5.1 भूमिका

अभी तक हमने सीखा है कि एक रेखाखंड के दो अंत बिन्दु होते हैं। यदि हम उनके एक अंत बिन्दु को उसी दिशा में अपरिमित रूप में बढ़ाते हैं तो हमें किरण प्राप्त होती है तथा उसके दोनों अंत बिन्दुओं को अपने–अपने दिशा में अपरिमित बढ़ाते हैं तो हमें रेखा प्राप्त होती है।

चित्र–5.1

इनमें $\overline{AB}$ रेखाखंड, $\overrightarrow{AB}$ किरण तथा $\overleftrightarrow{AB}$ रेखा को दिखाया गया है।

हम यह भी सीख चुके हैं कि जब दो किरणें एक बिन्दु पर मिलती या काटती हैं तो उन किरणों के बीच के घुमाव या झुकाव को कोण कहते हैं।



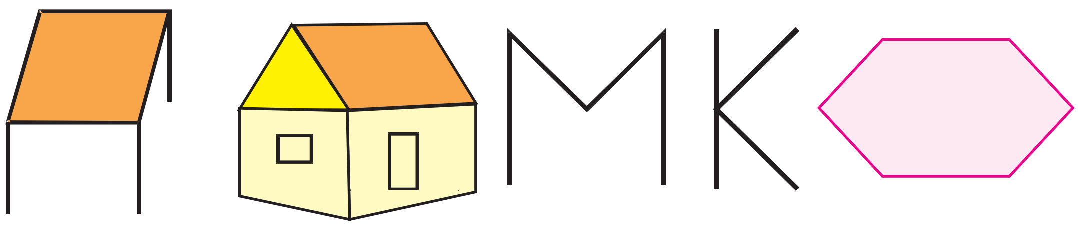
चित्र–5.2

ऊपर के चित्र में $\overrightarrow{OA}$ तथा $\overrightarrow{OB}$ एक शीर्ष बिन्दु 'O' पर मिलकर $\angle AOB$ बना रही है। चित्र (i) में न्यूनकोण चित्र (ii) में समकोण तथा चित्र (iii) में अधिक कोण को दर्शाया गया है जहाँ $\overrightarrow{OB}$ का झुकाव $\overrightarrow{OA}$ पर वामावर्त्त दिशा यानी घड़ी की सुई की विपरीत दिशा में आगे बढ़ते जा रहा है। कोणों के इसी झुकाव की माप हम प्रोटेक्टर की सहायता से करते हैं। कोण AOB की माप को हम $m\angle AOB$ लिखते हैं।

इस पाठ में हम विभिन्न कोण युग्म के बारे में सीखेंगे।

कुछ करें

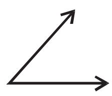
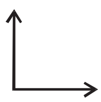
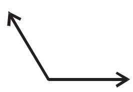
1. **चित्रों में बनने वाले विभिन्न कोणों को पहचानिए तथा उन पर गोल घेरा लगाइए–**



चित्र–5.3

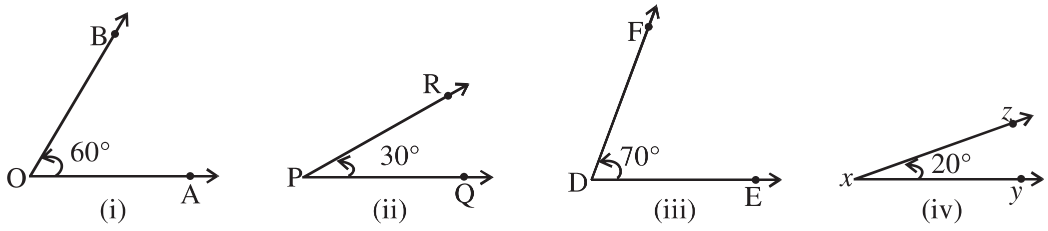
2. **नीचे के खाने में कोई ऐसी दो आकृतियाँ बनाइए, जिसमें न्यूनकोण, समकोण तथा अधिककोण का प्रयोग हुआ हो।**

3. **प्रत्येक आकृति के नीचे उनका नाम लिखिए कि वह क्या है: रेखा/किरण/रेखाखण्ड/न्यूनकोण/समकोण/अधिककोण।**

A B	A B	A B			

5.1 कोणों का युग्म

5.1.1 पूरक कोण या कोटिपूरक कोण या लम्बपूरक कोण (Complementary angle)



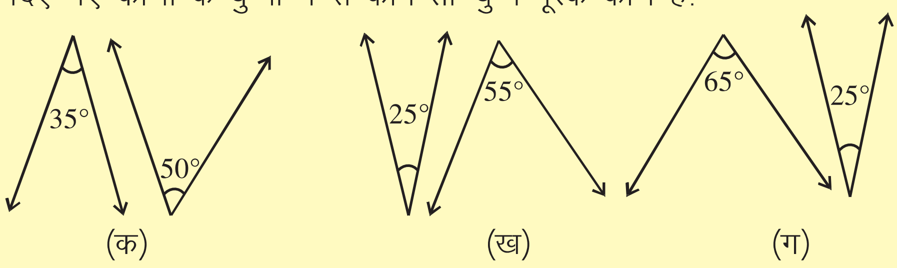
चित्र– 5.4

किन्हीं दो कोणों की माप को एक साथ मिलाकर देखें। चित्र 5.4 के (i) एवं (ii) में बने कोण की माप $= 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$ तथा (iii) एवं (iv) में बने कोण की माप $= 70^\circ + 20^\circ = 90^\circ$

यहाँ कोणों के युग्म यानी जोड़े की माप आपस में मिलकर 90° है। कोणों का ऐसा जोड़ा जिनकी मापों का जोड़ 90° हो **पूरक कोण** (Complementary Angle) कहलाता है तथा युग्म के दोनों कोण एक दूसरे के **पूरक** कहलाते हैं। चित्र–5.4 में कोण (i), कोण (ii) का पूरक है। इसी प्रकार कोण (iii), कोण (iv) का पूरक है।

स्वयं करके देखिए

1. दिए गए कोणों के युग्मों में से कौन-सा युग्म पूरक कोण है?



चित्र–5.5

(क) $35^\circ + 50^\circ = 85^\circ$ पूरक कोण नहीं है।

(ख) ------------- -------------

(ग) ------------ ------------

2. दिए गए कोणों के पूरक की माप बताइए–

क. 40° के कोण का पूरक $= 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

ख. 55° के कोण का पूरक = ...

ग. 15° के कोण का पूरक = ...

घ. 78° के कोण का पूरक = ...

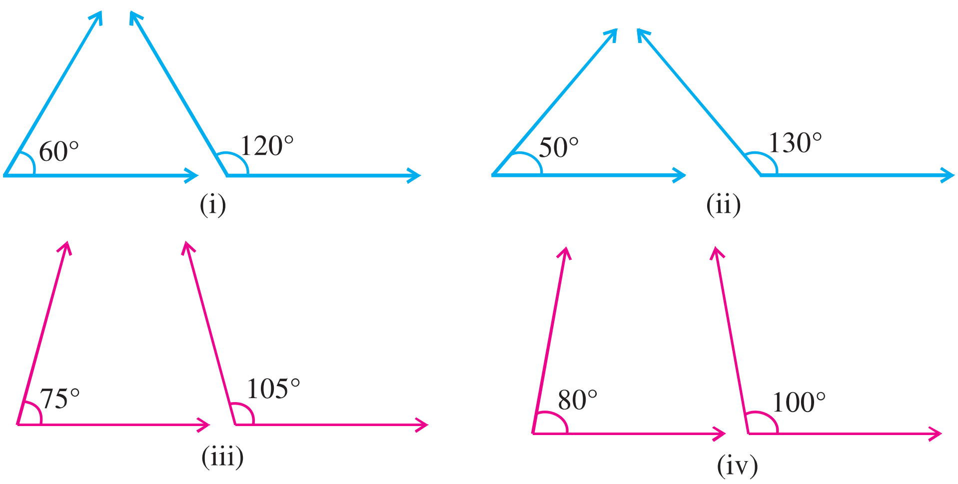
3. दो कोण एक दूसरे का पूरक होंगे यदि वे दोनों–

(i) न्यूनकोण हों (ii) समकोण हों (iii) अधिककोण हों

4. दो कोण एक दूसरे के पूरक हैं, यदि उनके मापों का अंतर 30° हो तो दोनों कोण की माप बताइए।

5.1.2 संपूरक कोण या ऋजुपूरक कोण (supplementary angle)

नीचे बने कोणयुग्मों पर विचार कीजिए तथा सारणी को पूरा कीजिए–



चित्र–5.6

सारणी

कोणों का युग्म	युग्म के पहले कोण की माप	युग्म के दूसरे कोण की माप	युग्म के दोनों कोणों की मापों का योग
(i)	60°	120°	180°
(ii)			
(iii)			
(iv)			

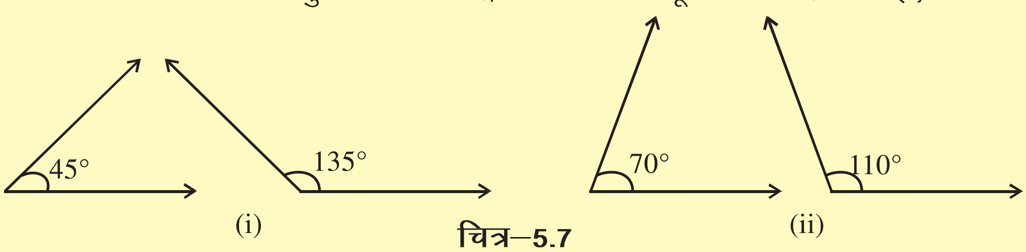
सारणी से स्पष्ट है कि कोणों के प्रत्येक युग्म यानी जोड़े के कोणों की मापों का योग 180° है। कोणों के ऐसे जोड़ा **संपूरक कोण** (Supplementary Angle) कहलाते हैं। युग्म के दोनों कोण एक दूसरे के संपूरक कहलाते हैं। सारणी में युग्म (i) में 60° का कोण, 120° के कोण का संपूरक है तथा 120° का कोण 60° के कोण का संपूरक है।

सोचिए : क्या 50° के कोण का संपूरक 130° है ?

80° का संपूरक 100° ही क्यों है ?

स्वयं करके देखिए

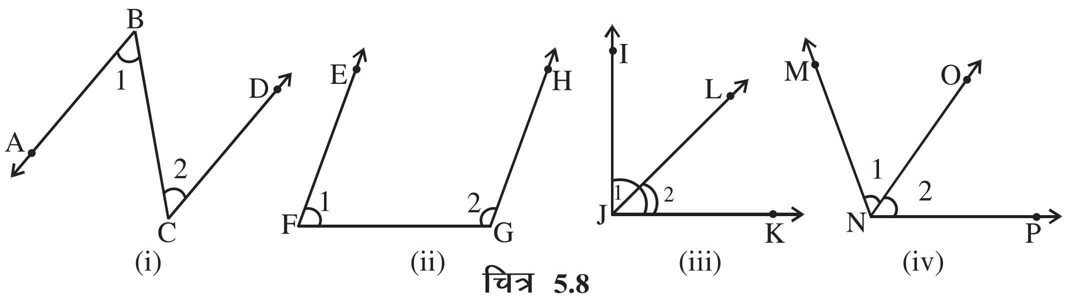
1. यदि कोणों का युग्म संपूरक कोण हो, तब नीचे के कथनों में से कौन सत्य कथन हैं तथा कौन असत्य?
   (i) युग्म के दोनों कोण न्यूनकोण हो सकते हैं (असत्य)
   (ii) युग्म के दोनों कोण समकोण हो सकते हैं ( )
   (iii) युग्म के दोनों कोण अधिककोण हो सकते हैं ( )
   (iv) युग्म के एक कोण अधिककोण तथा दूसरा न्यूनकोण हो सकता है ( )
2. नीचे कोणों के दो युग्म दिये गये हैं, उनमें कौन संपूरक कोण है? बताइए–



चित्र–5.7

3.	निम्नलिखित कोणों में से प्रत्येक के संपूरक बताइए–				
	(i)	75° $\rightarrow$ का संपूरक	(ii)	125° $\rightarrow$ का संपूरक	
	(iii)	80° $\rightarrow$ का संपूरक	(iv)	90° $\rightarrow$ का संपूरक	

5.1.3 आसन्न कोण : आइए अब चित्र–5.8 में कोण युग्मों पर विचार करें–



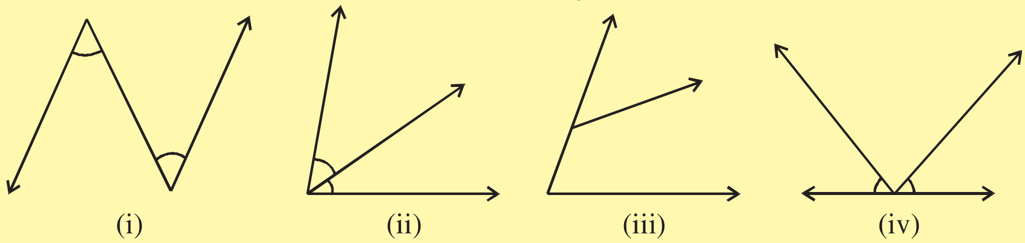
चित्र 5.8

ऊपर के सभी कोण युग्मों में कोण बनाने वाली भुजाओं में से एक भुजा उभयनिष्ठ है। चित्र (i) एवं चित्र (ii) में दो शीर्ष हैं जबकि चित्र (iii) एवं चित्र (iv) में एक ही शीर्ष है। चित्र (iii) में कोण बनाने वाली दो भुजाएँ JI तथा JL उभयनिष्ठ भुजा JK के एक ही तरफ है, जबकि चित्र (iv) में कोण बनाने वाली भुजाएँ NM तथा NP उभयनिष्ठ भुजा NO के एक–एक तरफ है। चित्र (iv) में बना कोण युग्म **आसन्न कोण** (Adjacent Angle) है। इस प्रकार हम कह सकते हैं कि कोणों का ऐसा युग्म जिसमें दोनों कोण इस प्रकार संलग्न हैं कि

(i) उनका शीर्ष उभयनिष्ठ है।
(ii) कोण बनाने वाली भुजाओं में से एक भुजा उभयनिष्ठ है, तथा
(iii) कोण बनाने वाली जो भुजाएँ उभयनिष्ठ नहीं हैं, वे उभयनिष्ठ भुजा के एक–एक तरफ हैं, **आसन्न कोण** कहलाता है।

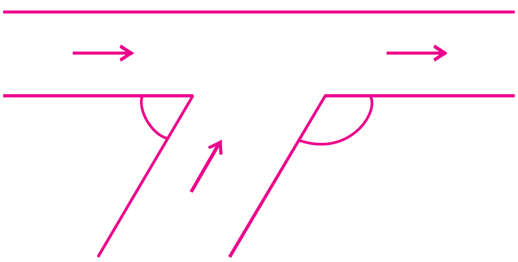
स्वयं करके देखिए

निम्न चित्रों में से कौन आसन्न कोणों का युग्म बनाते हैं?



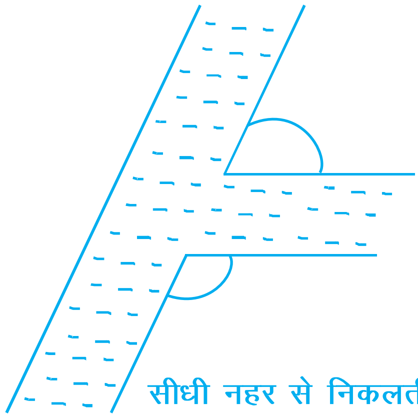
चित्र–5.9

5.1.4 रैखिक युग्मः



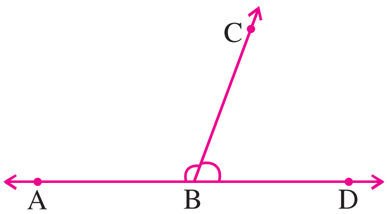
सीधी सड़क में मिलती एक दूसरी सड़क

चित्र–5.10



सीधी नहर से निकलती एक दूसरी नहर

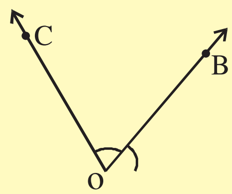
ऊपर के दोनों चित्र आसन्न कोणों के उदाहरण हैं। यहाँ कोण बनाने वाली भुजाओं में से एक भुजा उभयनिष्ठ है तथा शेष दोनों भुजाएँ उभयनिष्ठ भुजा के एक–एक तरफ इस प्रकार हैं कि वे एक दूसरे के ठीक विपरीत दिशा में हैं तथा एक सीधी रेखा बना रही हैं।



चित्र–5.11

ठीक उसी प्रकार चित्र–5.11 में $\angle ABC$ तथा $\angle DBC$ आपस में मिलकर एक आसन्न कोण बना रहे हैं तथा AB एवं BD एक सरल रेखा बना रही हैं। आसन्न कोणों का ऐसा युग्म **रैखिक युग्म** कहलाता है। अर्थात् आप कह सकते हैं कि जब आसन्न कोणों का योग 180° हो तब वे रैखिक युग्म बनाते हैं।

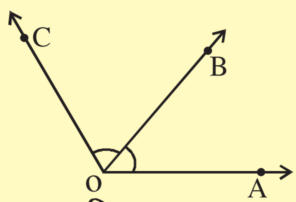
स्वयं करके देखिए



चित्र–5.12

1. चित्र–5.12 को देखकर बताइए– $\angle AOB$ तथा $\angle BOC$ एक रैखिक युग्म बनाते हैं।

2. (a) क्या $\angle AOB$ तथा $\angle BOC$ आपस में मिलकर रैखिक युग्म बनाते हैं यदि हाँ तो कैसे, नहीं तो क्यों?

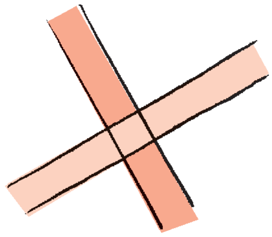


चित्र–5.13

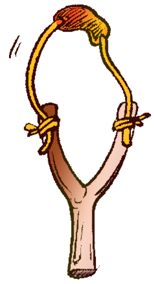
(b) रैखिक युग्म के कोण होते हैं : (i) पूरक (ii) संपूरक

(c) $\angle AOB$ तथा $\angle BOC$ आपस में मिलकर रैखिक युग्म बनाते हैं यदि $\angle AOB$ 75° हो तो $\angle BOC$ की माप बताएँ।

5.1.5 प्रतिच्छेदी रेखाएँ



चौराहे पर एक दूसरे को काटती सड़क

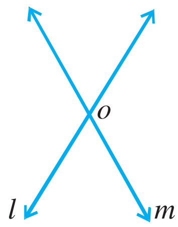


गुलेल

अंग्रेजी वर्णमाला का 24 वाँ अक्षर

चित्र–5.14

इन चित्रों को ध्यान से देखने पर आप इनमें एक समानता ढूँढ़ सकते हैं कि इनमें रेखाएँ एक दूसरे को एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती है या काटती है। चित्र 5.15 में l और m दो रेखाएँ हैं तथा एक दूसरे को O बिन्दु पर प्रतिच्छेदित करती हैं। O बिन्दु इनमें उभयनिष्ठ हैं, इसे इन दोनों रेखाओं का **प्रतिच्छेदन बिन्दु** कहते हैं तथा l तथा m **प्रतिच्छेदी रेखाएँ** कहलाती हैं।



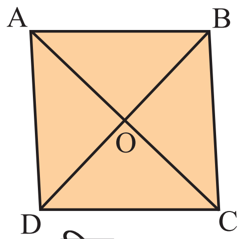
चित्र 5.15

कुछ करें

चित्र 5.16 में बताइए–

1. प्रतिच्छेदन बिन्दु ________________________
2. प्रतिच्छेदी रेखाएँ ________________________
3. रैखिक युग्म के कोण होते हैं ?

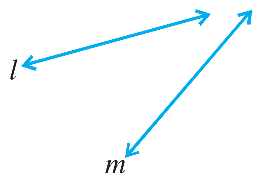
   (i) संपूरक (ii) पूरक



चित्र–5.16

4. रेखा l तथा m को आगे पीछे बढ़ाइए। क्या वे आपस में एक दूसरे को काटती हैं। यदि काटती हैं तो कितने बिन्दु पर काटती हैं ?

https://www.evidyarthi.in/



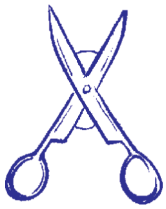
चित्र–5.17

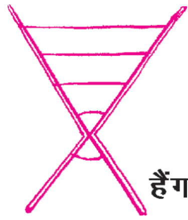
5. दो कोण आपस में मिलकर रैखिक युग्म बनाते हैं तो दोनों कोण हो सकते हैं-

   (i) न्यूनकोण (ii) समकोण

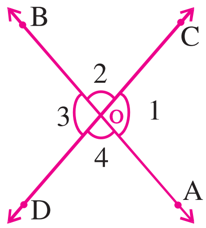
   (iii) अधिककोण (iv) एक न्यूनकोण एक अधिककोण

5.1.6 उर्ध्वाधर सम्मुख कोण *(Verticaly opposite angle)*





चित्र 5.18



चित्र 5.19

चित्र–5.18 में एक सरल रेखा को एक दूसरी सरल रेखा काट रही है। अगर इस समानता को हम दो रेखाओं द्वारा देखना चाहें तो वह चित्र–5.19 के समान ही होगी जिसमें AB और CD दो रेखाएँ एक दूसरे को O बिन्दु पर काट रही है। इसमें चार कोण बन रहे हैं। इनमें $\angle 1$ तथा $\angle 3$ एवं $\angle 2$ तथा $\angle 4$ ऊर्ध्वाधर सम्मुख कोणों के युग्म हैं। आइए अब इन कोणों की माप पर विचार किया जाये। $\angle 1$ एवं $\angle 2$ मिलकर एक रैखिक युग्म बनातें हैं।

तब, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \quad \therefore \angle 1 = 180^\circ - \angle 2$.........................(i)

उसी प्रकार $\angle 2$ एवं $\angle 3$ मिलकर एक रैखिक युग्म बनाते हैं।

तब, $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \quad \therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle 2$.........................(ii)

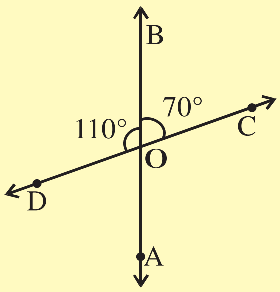
समीकरण (i) और (ii) से हम पाते हैं कि $\angle 1 = \angle 3$

इसी प्रकार हम दिखा सकते हैं $\angle 2 = \angle 4$

हम कह सकते हैं कि जब दो सरल रेखाएँ एक दूसरे को काटती हैं तो ऊर्ध्वाधर सम्मुख कोणों के दो युग्म बनते हैं तथा प्रत्येक युग्म के दोनों कोण समान माप के होते हैं।

स्वयं करके देखिए

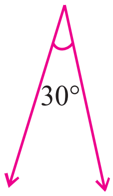
1. चित्र–5.20 में AB और CD एक दूसरे को O बिन्दु पर काटते हैं। $\angle BOC = 70^\circ$ तथा $\angle BOD = 110^\circ$ हैं तब $\angle AOC$ एवं $\angle AOD$ की माप बताइए।
2. अपने आस–पास से ऊर्ध्वाधर सम्मुख कोणों का दो उदाहरण प्रस्तुत कीजिए।



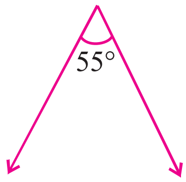
चित्र 5.20

प्रश्नावली 5.1

1. **नीचे दिये गये कोणों का पूरक चाँद की सहायता से बनाइए–**



....

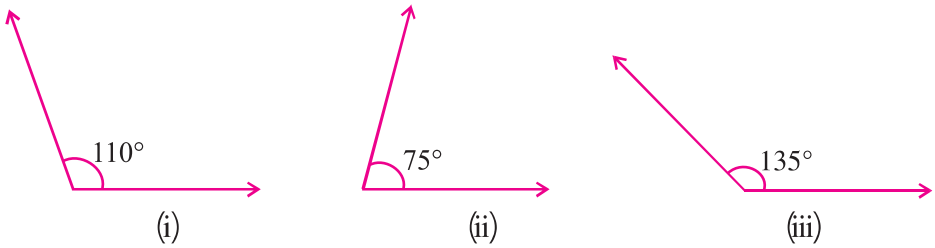


....

2. **निम्न कोणों का पूरक ज्ञात कीजिए–**

(i) 35° (ii) 54° (iii) 45° (iv) 78°

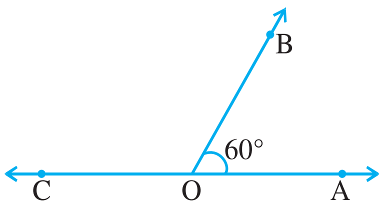
3. **निम्न कोणों के संपूरक ज्ञात कीजिए–**



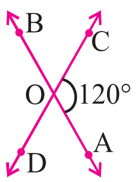
4. एक कोण तथा उसके पूरक की माप समान है दोनों की माप बताइए।

5. संपूरक कोणों के युग्म में यदि एक कोण न्यूनकोण है तो उसका संपूरक अधिक कोण होगा या न्यूनकोण? कारण सहित बताइए।

6. संलग्न चित्र में $\angle AOB$ तथा $\angle BOC$ एक रैखिक युग्म बना रहे हैं। यदि $\angle AOB = 60^\circ$ हो तब $\angle BOC$ की माप क्या क्या होगी?



चित्र–5.21

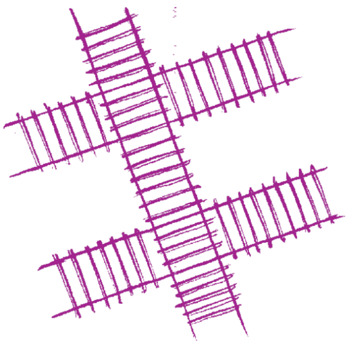
7. 

चित्र–5.22

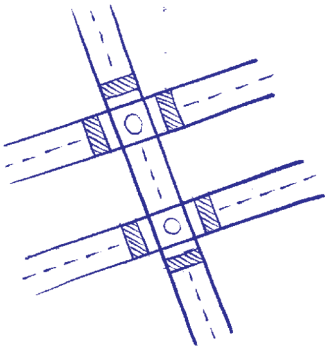
दिए गए चित्र में $\angle AOC = 120^\circ$ है, तब $\angle BOC$, $\angle BOD$ तथा $\angle AOD$ का मान ज्ञात कीजिए।

5.2 तिर्यक रेखा के गुण

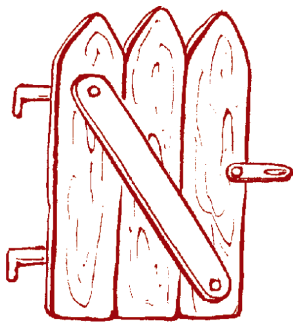
5.2.1. तिर्यक छेदी रेखाः



दो रेलवे लाइन को पार करती एक दूसरी रेलवे लाइन



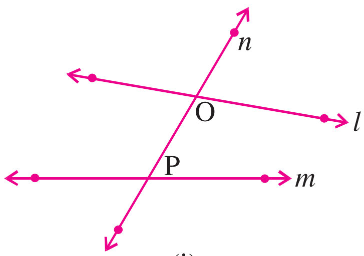
दो सड़कों को पार करती एक सड़क



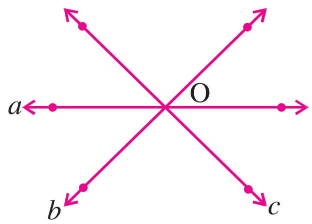
दरवाजे के तीन पटरियों को जोड़ती तिर्यक पटरियाँ

चित्र 5.23

उपर्युक्त चित्र को ध्यान से देखने पर आप पाते हैं कि यहाँ एक रेखा दो या दो से अधिक रेखाओं को भिन्न–भिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेदित करती है। ऐसी रेखाएँ **तिर्यक छेदी रेखाएँ** कहलाती हैं।



(i)



(ii)

चित्र–5.24

यहाँ चित्र–5.24 के (i) में l और m दो रेखाएँ हैं जिन्हें एक n रेखा O तथा P बिन्दु पर प्रतिच्छेदित कर रही हैं, यहाँ n एक तिर्यक छेदी रेखा है। (ii) में a और b दो रेखाएँ हैं जिन्हें एक रेखा c एक ही बिन्दु O पर काटती है यह तिर्यक रेखा नहीं है, यहाँ तीनों रेखाएँ a, b तथा c एक ही बिन्दु 'O' से गुजर रही हैं। एक बिन्दु से गुजरने वाली सभी रेखाएँ **संगामी रेखाएँ** कहलाती हैं।

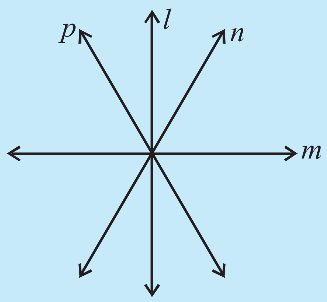
स्वयं करके देखिए

1. l तथा m दो रेखाओं के लिए कितनी तिर्यक रेखाएँ खींची जा सकती हैं?
2. l, m तथा n तीन रेखाओं के लिए रेखा p एक तिर्यक रेखा है। बताइए यहाँ कितने प्रतिच्छेद बिन्दु हैं?
3. अपने आस–पास से ऐसे कुछ उदाहरण दीजिए जिनमें आप तिर्यक रेखा देख पाएँ।
4. संलग्न चित्र को ध्यान से देखिए तथा निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

   (i) क्या रेखा p रेखा l तथा m के लिए तिर्यक रेखा है?

   (ii) क्या रेखा p रेखा l, m तथा n के लिए तिर्यक रेखा है?

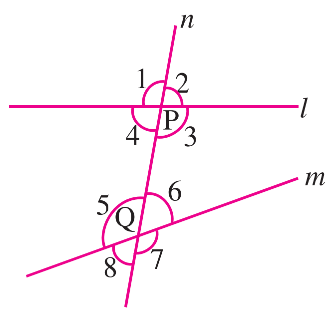
   (iii) रेखा p, n तथा l कैसी रेखाएँ हैं ? तिर्यक, समान्तर या संगामी?



चित्र–5.25

5.2.2 तिर्यक रेखा द्वारा दो रेखाओं को काटने से बनने वाले कोण संगत कोण–

चित्र 5.26 में n एक तिर्यक रेखा है जो l और m दो रेखाओं को दो भिन्न बिन्दु P और Q पर काटती है। इस प्रकार n और l प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं। इस प्रकार बनने वाले चार कोणों को $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ तथा $\angle 4$ से दर्शाया गया है। उसी प्रकार n और m प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं तथा उनके प्रतिच्छेदन बिन्दु पर बनने वाले चार कोण $\angle 5, \angle 6, \angle 7,$ तथा $\angle 8$ हैं। अतः हम कह सकते हैं कि n तिर्यक रेखा दो रेखाओं l तथा m को काटने से कुल 8 कोण बनाते हैं। तिर्यक रेखा के बायीं ओर बनने वाले कोण $\angle 1, \angle 4, \angle 5, \angle 8$ हैं तथा तिर्यक रेखा के दायीं ओर बनने वाले कोण $\angle 2, \angle 3, \angle 6, \angle 7$ हैं। उसी प्रकार l और m रेखा के ऊपर और नीचे भी चार–चार कोण बन रहें हैं। तिर्यक रेखा n के बायीं या दायीं तरफ l के ऊपर या नीचे और m के ऊपर या नीचे बना कोण युग्म क्रमशः संगत कोणों का युग्म कहलाता है। ऊपर के चित्र में $\angle 1$ तथा $\angle 5$, $\angle 2$ तथा $\angle 6$, $\angle 4$ तथा $\angle 8$ एवं $\angle 3$ तथा $\angle 7$ संगत कोणों के युग्म हैं।



चित्र 5.26

स्वयं करके देखिए

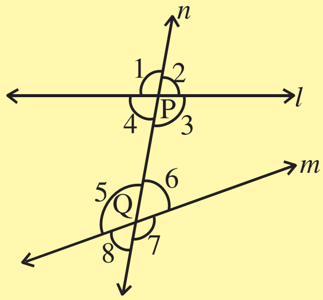
1. चित्र–5.27 में देखकर संगत कोणों के चारों युग्मों को लिखिए–

   (i) ________ और ________

   (ii) ________ और ________

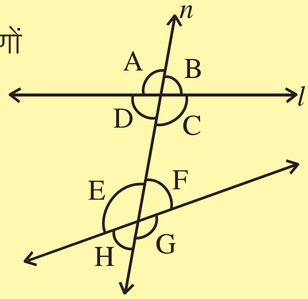
   (iii) ________ और ________

   (iv) ________ और ________



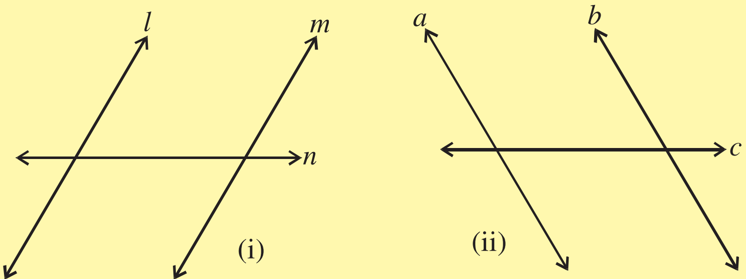
चित्र 5.27

2. चित्र–5.28 में तिर्यक रेखा n के बायीं ओर बने संगत कोणों के युग्मों के नाम लिखिए।



चित्र–5.28

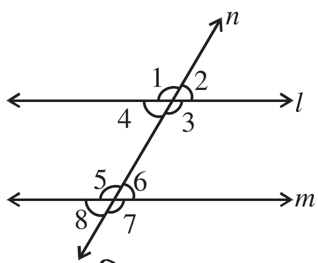
3. चित्र–5.29 में कोणों को नामांकित कर सारणी में संगत कोण युग्मों को लिखिए।



चित्र–5.29

5.2.3 एकान्तर कोण

रेखा l और m को तिर्यक रेखा n दो भिन्न जगहों पर काटती है। प्रतिच्छेदन बिन्दु पर बने कोणों को चित्र–5.30 में दिखाया गया है। $\angle 3$ और $\angle 5$ तथा $\angle 4$ और $\angle 6$ तिर्यक रेखा के दोनों तरफ के अन्तः कोणों का युग्म है जो आपस में संलग्न नहीं है। ये अन्तः एकान्तर कोणों के युग्म हैं।



चित्र–5.30

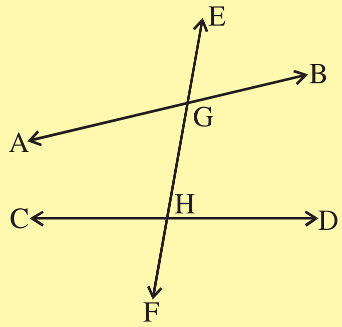
इसी प्रकार $\angle 2$ और $\angle 8$ तथा $\angle 1$ और $\angle 7$ भी बाह्य एकान्तर कोण हैं।

स्वयं करके देखिए

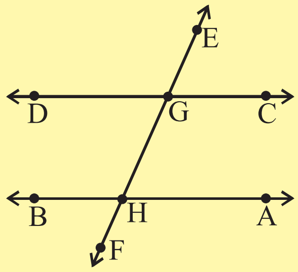
1. चित्र–5.31 में बाह्य एकान्तर कोण तथा अन्तः एकान्तर कोणों के युग्म को छाँटकर लिखिए–

   (i) बाह्य एकान्तर कोण

   (i) अन्तः एकान्तर कोण



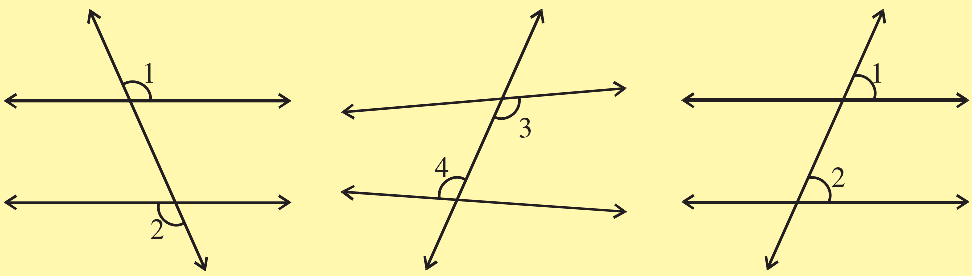
चित्र–5.31



चित्र–5.32

2. चित्र–5.32 में संगत कोणों तथा एकान्तर कोणों के युग्म बताइए।

3. दर्शाए गए कोण युग्म को पहचानिए व बताइए वे कौन से कोण युग्म हैं। संगत कोण, अन्तः एकान्तर कोण या बाह्य एकान्तर कोण?



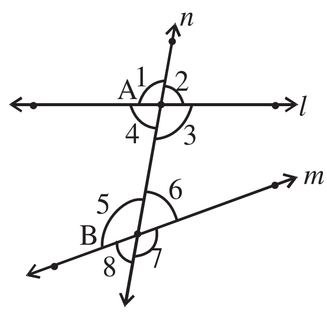
————————— ————————— —————————

5.2.4 बाह्य एवं अन्तः कोण (Exterior & interior angle)

यहाँ n तिर्यक रेखा द्वारा l और m दो रेखाओं को बिन्दु A एवं B पर काटने से कुल आठ कोण बने हैं। यहाँ रेखा l तथा m के बाहर की ओर बनने वाला कोण **बाह्य कोण** तथा रेखा l और m के अन्दर की ओर बनने वाला कोण **अन्तः कोण** कहलाते है।

बाह्य कोण $= \angle 1, \angle 2, \angle 7$ तथा $\angle 8$

अन्तः कोण $= \angle 3, \angle 4, \angle 5$ तथा $\angle 6$

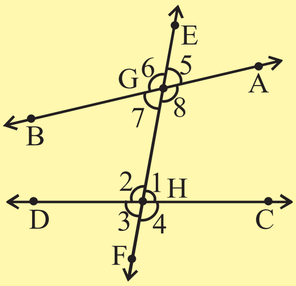


चित्र 5.33

स्वयं करके देखिए

(i) बाह्य कोणों के नाम लिखिए।

(ii) अन्तः कोणों के नाम लिखिए।

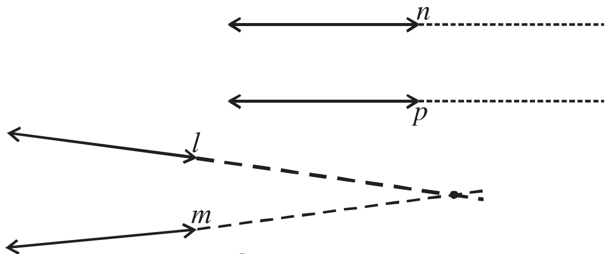


चित्र—5.34

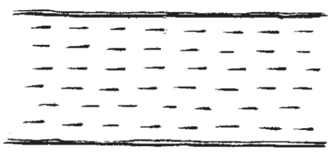
5.3 समान्तर रेखाओं के गुण

5.3.1 समांतर रेखाएँ (Parallel lines)

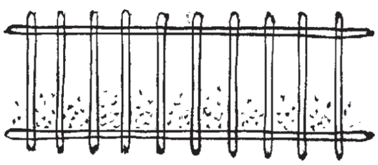
किसी तल में खींची गई दो रेखाओं पर विचार करें। यदि दोनों ओर इन रेखाओं को असीमित बढ़ाया जाये तो हम पाते हैं या तो रेखाएँ एक दूसरे से एक बिन्दु पर मिलती हैं या फिर कभी और कहीं नहीं मिलती। जो रेखाएँ आपस में मिलती हैं अथवा मिल सकती हैं वो प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं तथा जो आपस में कभी नहीं मिलतीं समांतर रेखाएँ कहलाती हैं। यदि n तथा p समान्तर रेखाएँ हैं तो इसे $n \| p$ द्वारा प्रदर्शित करते हैं।



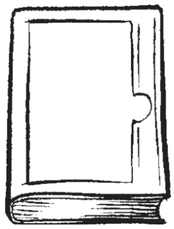
चित्र—5.35



नदी या नहर का दो किनारा



रेलवे लाइन की दो पटरियाँ

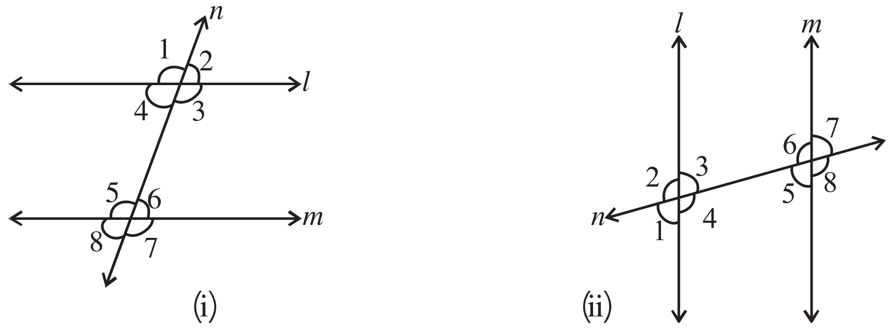


पुस्तक के आमने—सामने के दो किनारे

चित्र—5.36

5.3.2 समांतर रेखाओं की तिर्यक रेखा–

l और m दो समान्तर रेखाएँ हैं जिनको n एक तिर्यक रेखा काटती है। इस प्रकार बने 8 कोणों की माप को प्रोटेक्टर की सहायता से निम्न सारणी को भरे–



चित्र–5.37

चित्र	$\angle 1$	$\angle 2$	$\angle 3$	$\angle 4$	$\angle 5$	$\angle 6$	$\angle 7$	$\angle 8$
(i)								
(ii)								

यहाँ हम पाते हैं कि $\angle 1 = \angle 5, \angle 2 = \angle 6, \angle 3 = \angle 7$ तथा $\angle 4 = \angle 8$ यानी संगत कोणों का युग्म समान माप का है।

फिर $\angle 1 = \angle 7,\ \ \angle 2 = \angle 8,\ \ \angle 3 = \angle 5$ तथा $\angle 4 = \angle 6$

यानी एकान्तर कोणों का बाह्य एवं अन्तः युग्म समान माप का है। फिर $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$ तथा $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$ यानी तिर्यक रेखा के एक ओर के अन्तः कोणों का योग सम्पूरक यानी 180° है।

इस प्रकार हम इस नतीजे पर पहुँचते हैं कि जब दो समान्तर रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटती है तब

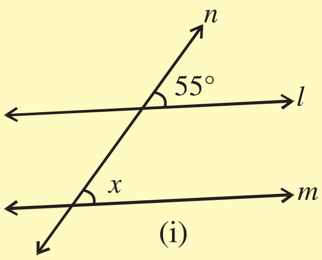
(i) संगत कोणों के प्रत्येक युग्मों में कोणों की माप समान होती है।

(ii) एकान्तर कोणों के प्रत्येक युग्म में कोणों की माप समान होती है।

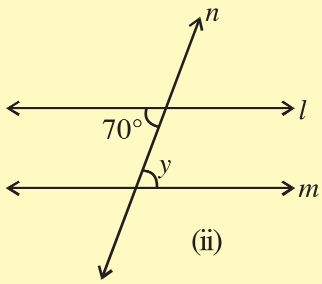
(iii) तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्तः कोणों का योग 180° यानी संपूरक होता है।

स्वयं करके देखिए

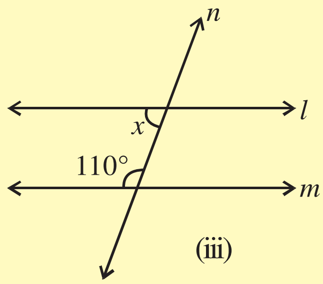
नीचे दिए गए चित्रों में $l \parallel m$ हो तो अज्ञात कोणों के माप ज्ञात कीजिए।



(i)

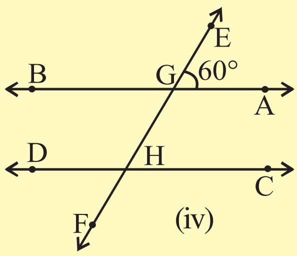


(ii)



(iii)

$\angle x$ = ... $\angle y$ = ... $\angle x$ = ...



(iv)

$\angle$BGH = ...

$\angle$DHF = ...

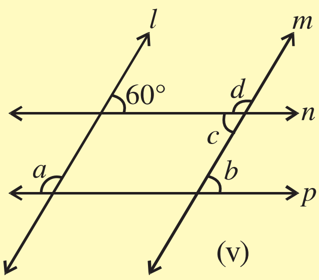
$\angle$GHC = ...

a = ...

b = ...

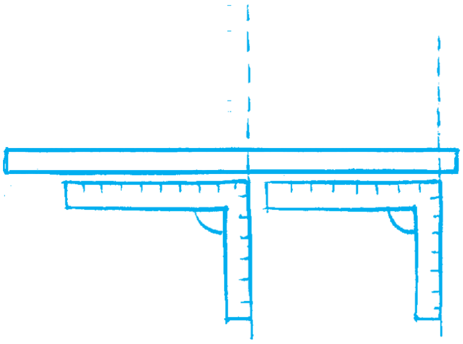
c = ...

d = ...



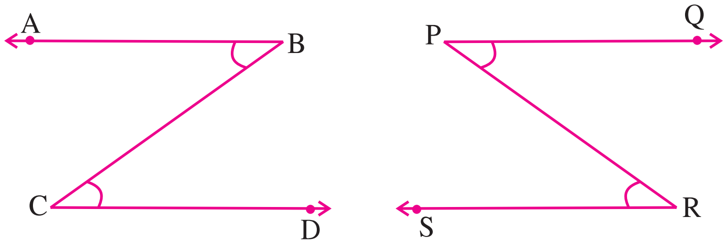
(v)

5.3.3. समांतर रेखाओं की जाँच–



चित्र–5.38

आइए अब विचार करें कि जब दो रेखाएँ दी हुई हों, तब वे समान्तर हैं या नहीं, इसकी जाँच कैसे हो। दैनिक जीवन में हमें अक्सर समान्तर रेखाओं की आवश्यकता पड़ती रहती है। नक्शा बनाने वाले, मिस्त्री, बढ़ई अक्सर चित्र 5.38 में दिखायी गयी वस्तुओं का प्रयोग करते आपको दिखाई पड़ जायेंगे। यहाँ वे रेखाओं को समान्तर करने के लिए दो L को स्केल पर रखकर संगत कोण को बराबर करते हैं। अतएव हम सकते हैं – "जब दो रेखाओं को तिर्यक रेखा इस प्रकार काटे कि संगत कोणों के युग्म समान हों तब रेखाएँ समान्तर होती हैं। अब चित्र–5.39 पर विचार कीजिए। इसमें Z की सीधी एवं उल्टी आकृति बन रही है। इन आकृतियों में AB ‖ CD तथा PQ ‖ SR दिखाई पड़ रही है, ऐसा अंतः एकान्तर कोणों के बराबर होने के कारण हो रहा है। अतः हम यह कह सकते हैं कि यदि दो रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटती है तथा एकान्तर कोणों के युग्म समान हैं तब रेखाएँ समान्तर होती हैं।

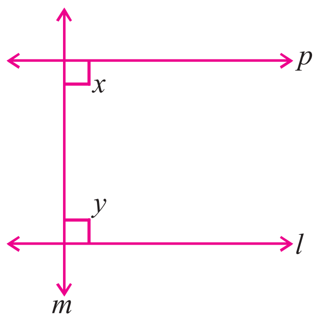


चित्र–5.39

कुछ करें

एक रेखा l खींचिए। फिर l के लम्बवत् एक रेखा m खींचिए। अब एक दूसरी रेखा p इस प्रकार खींचिए कि वह m के लम्बवत् हो। यहाँ रेखा p तथा l, रेखा m पर लम्ब है। ये दोनों रेखाएँ समान्तर हैं क्योंकि $\angle x + \angle y = 180^\circ$.

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि जब दो रेखाओं को कोई तिर्यक रेखा इस प्रकार काटे कि तिर्यक रेखा के एक ही ओर बने अंतः कोणों का योग 180° हो, तब दोनों रेखाएँ समान्तर होंगी।

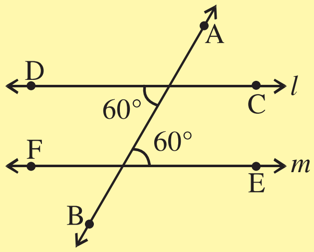


चित्र–5.40

स्वयं करके देखिए

नीचे दिए गए चित्रों में बताइए रेखाएँ l व m समान्तर हैं या नहीं साथ में कारण भी दीजिए।

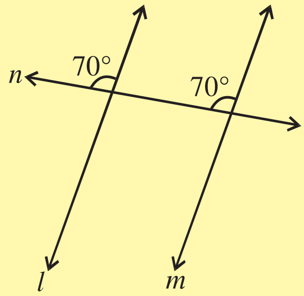
1.



हाँ / नहीं

कारण–

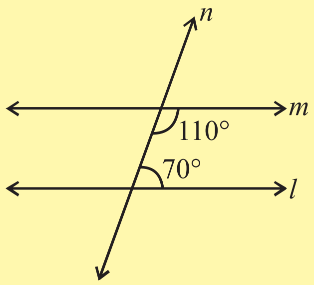
2.



हाँ / नहीं

कारण–

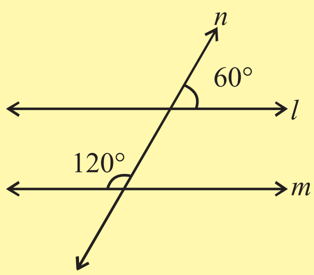
3.



हाँ / नहीं

कारण–

4.



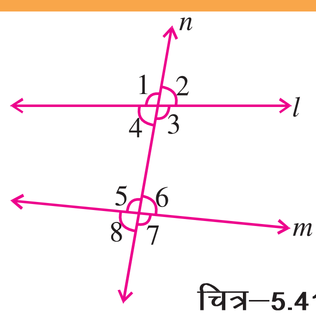
हाँ / नहीं

कारण–

प्रश्नावली–5.2

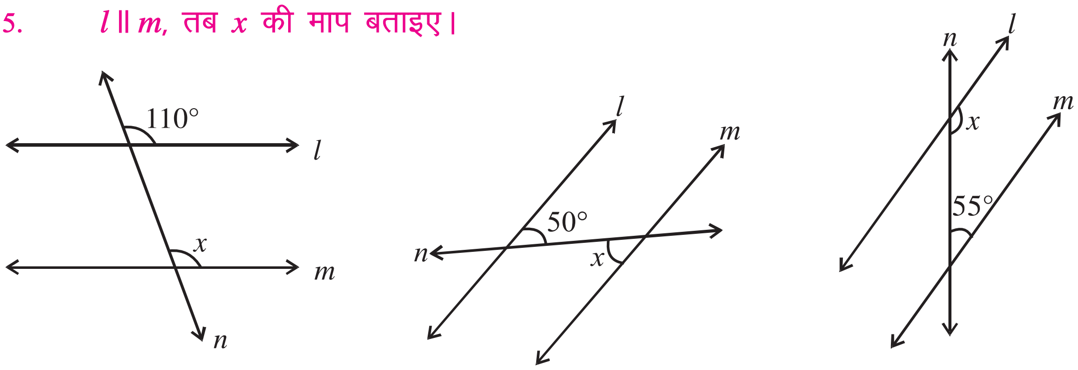
चित्र में बताइए–

1. संगत कोणों के युग्मों के नाम।
2. अन्त: एकान्तर कोणों के युग्मों के नाम।
3. बाह्य एकान्तर कोणों के युग्मों के नाम।
4. तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्त: कोणों का नाम।



चित्र–5.41

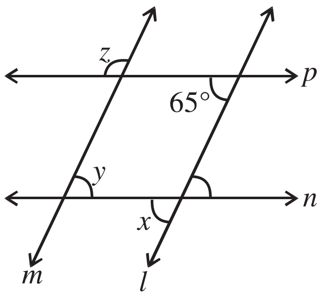
5. $l \parallel m$, तब x की माप बताइए।



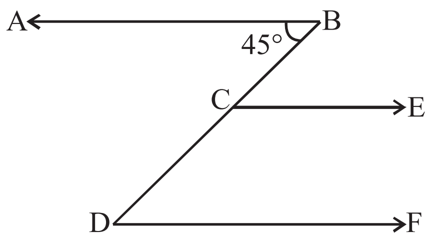
(i) (ii) (iii)

6. चित्र–5.42 में $l \parallel m$ तथा $p \parallel n$
तब $\angle x$ तथा $\angle y$ का मान ज्ञात कीजिए।

7. चित्र–5.42 में $\angle z$ का मान क्या होगा? तथा इसमें बनने वाला चतुर्भुज किस प्रकार का होगा? कारण बताइए।



चित्र–5.42



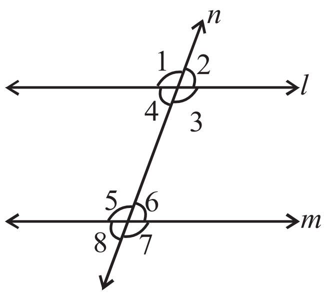
चित्र–5.43

8. चित्र–5.43 में AB ∥ CE तथा CE ∥ DF तब $\angle B = 45°$ तब $\angle C$ तथा $\angle D$ का मान ज्ञात करें। क्या AB ∥ DF यदि हाँ तो कैसे ?

9. चित्र–5.44 में l और m दो रेखाओं को n एक तिर्यक रेखा काटती है तब

(i) किन–किन कोणों के बराबर होने पर $l \parallel m$ होगा?

(ii) चित्र–5.44 में $\angle 4 + \angle 5 = 180°$ है। तब क्या $l \parallel m$ होगा?



चित्र–5.44

हमने सीखा

1. दो कोणों की माप 90º हो तो वे दोनों मिलकर पूरक कोण युग्म तथा अलग–अलग आपस में एक दूसरे के पूरक कहलाते हैं।
2. कोणों का ऐसा युग्म जिनके मापों का योग 180º हो, संपूरक कोण कहलाते हैं। युग्म के दोनों कोण एक दूसरे के संपूरक कहलाते हैं।
3. कोणों का ऐसा युग्म जिसमें दोनों कोण इस प्रकार संलग्न हैं कि उनका शीर्ष उभयनिष्ठ हो, कोण बनाने वाली भुजाओं में से एक भुजा उभयनिष्ठ है तथा कोण बनाने वाली जो भुजाएँ उभयनिष्ठ नहीं है, वे उभयनिष्ठ भुजा के एक–एक तरफ है, आसन्न कोण कहलाते हैं https://www.evidyarthi.in/
4. जब आसन्न कोणों का योग 180º हो तब वे रैखिक युग्म बनाते हैं।
5. जब दो सरल रेखाएँ एक दूसरे को काटती हैं तो ऊर्ध्वाधर सम्मुख कोणों का दो युग्म बनता है तथा प्रत्येक युग्म के दोनों कोण समान माप के होते हैं।
6. एक रेखा दो या दो से अधिक रेखाओं को भिन्न–भिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेदित करती है, तिर्यक रेखा कहलाती है।

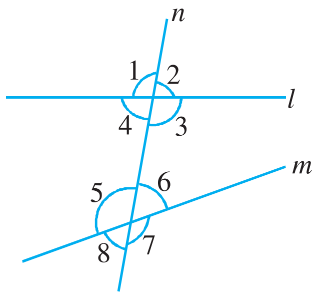
   एक बिन्दु से होकर गुजरने वाली सभी रेखाएँ संगामी रेखाएँ कहलाती हैं।

   तिर्यक रेखा द्वारा दो रेखाओं को काटने से

   (i) संगत कोणों का चार जोड़ा $\angle 2$ एवं $\angle 6$, $\angle 1$ एवं $\angle 5$, $\angle 4$ एवं $\angle 8$, $\angle 3$ एवं $\angle 7$ बनते हैं।

   (ii) एकान्तर अन्तः कोण का दो जोड़ा $\angle 3$ एवं $\angle 5$ तथा $\angle 4$ एवं $\angle 6$ बनते हैं।

   (iii) एकान्तर बाह्य कोण का दो जोड़ा $\angle 1$ एवं $\angle 7$, तथा $\angle 2$ एवं $\angle 8$ बनते हैं।



7. जब दो समान्तर रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटती है तब

   (i) संगत कोणों के प्रत्येक युग्मों में कोणों की माप समान होती है।

   (ii) एकान्तर कोणों के प्रत्येक युग्म में कोणों की माप समान होती है।

   (iii) तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्तः कोणों का योग 180º होता है।
8. दो रेखाएँ समांतर होंगी, यदि और केवल यदि

   (i) संगत कोण बराबर हों

   (ii) एकान्तर कोण बराबर हों तथा

   (iii) एक ही ओर के अंतः कोणों का योगफल 180° हो।