अध्याय-7 सर्वांगसमता

C9Q8Q9

भूमिका

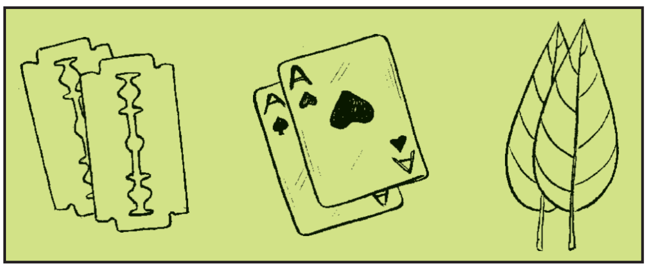

चित्र—7.1

पायल अपने गुल्लक में रखे सिक्कों की गिनती कर रही थी। तभी उसका छोटा भाई पल्लव वहाँ पहुँचा तथा उसको गिनने में मदद करने लगा। पायल ने उसे सिक्कों को छाँटने का निर्देश दिया। इसी बीच पायल को उसकी माँ ने किसी काम से अपने पास बुला लिया। कार्य खत्म कर पायल जब वापस अपने भाई के पास लौटी तो वह यह देखकर आश्चर्यचकित हुई कि पल्लव ने सिक्कों को सही ढंग से छाँट कर रखा था। उसने पल्लव से छाँटने का तरीका पूछा। पल्लव ने बताया कि मैंने सिक्कों को एक के ऊपर एक रखकर देखा जो सिक्के आपस में एक दूसरे को पूरी तरह ढक रहे थे उन्हें एक साथ रखा।

आप भी अपने आस–पास में इसी प्रकार पूर्णतः एक दूसरे को ढकने वाली वस्तुओं को खोजिए।

7.1 सर्वांगसम आकृति एवं सर्वांगसमता

एक जैसे दो ब्लेड लीजिए। दोनों को एक दूसरे के ऊपर रख कर देखिए क्या वे दोनों एक दूसरे को पूरी तरह ढक लेती हैं। एक ही आकार में ताश के दो पत्ते लीजिए। एक पत्ते को दूसरे के ऊपर रखिए। आप पायेंगे दोनों ब्लेड एवं ताश के पत्ते एक दूसरे को पूरी तरह से ढक लेते है। इसका अर्थ है दोनों पत्ते या ब्लेड एक ही आकार एवं माप की हैं, ऐसी वस्तुएँ **सर्वांगसम** कहलाती है तथा दो वस्तुओं के सर्वांगसम होने



चित्र—7.2

का संबंध **सर्वांगसमता** कहलाती है। एक के ऊपर एक वस्तु रखकर सर्वांगसमता ज्ञात करने की यह विधि **अध्यारोपण विधि** (Super position) कहलाती है।

दो आकृतियों की सर्वांगसमता को हम चिह्न $\cong$ से दिखाते हैं। यदि A और B दो आकृतियाँ सर्वांगसम हैं तब हम $A \cong B$ लिखते हैं।

कुछ करें

1. किन्हीं दो वस्तुओं के नाम लिखो, जो

(a) एक–दूसरे को पूरा–पूरा ढकती हों ——————————————————

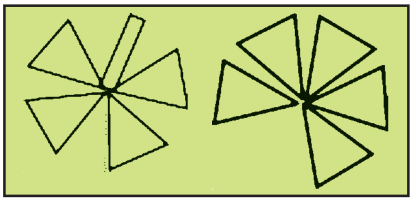
——————————————————————————————

(b) एक–दूसरे को पूरा–पूरा नहीं ढकती हों ———————————————

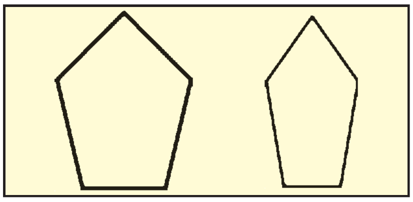
——————————————————————————————

2. अपनी कॉपी के पेज के नीचे कार्बन लगाइए और जिस पेज के नीचे आपने कार्बन लगाया है, उस पेज पर कोई आकृति बनाइए। अब बताइए कार्बन के नीचे वाले पेज पर बनी आकृति ऊपरी पेज पर बनी, आकृति के सर्वांगसम है या नहीं।

3. नीचे कुछ आकृतियों के जोड़े दिए गए हैं। बताओ कि ये सर्वांगसम (congruent) है या नहीं?

(i) 

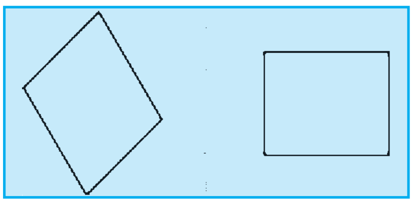
....

(ii) 

....

(iii) 

....

(iv) 

....

7.2 ज्यामितीय आकृतियों की सर्वांगसमता

जिस प्रकार एक चित्र को उसके आकार और माप में परिवर्तन किये बिना एक जगह से उठा कर दूसरी जगह रखकर हमने सर्वांगसमता की जाँच की; उसी प्रकार ज्यामितीय आकृतियों को भी एक के ऊपर दूसरी रखकर जाँच कर सकते हैं। परन्तु ध्यान रहे उनके आकार (माप) व आकृति में परिवर्तन नहीं कर सकते हैं। आइए अब कुछ ज्यामितीय आकृतियों की सर्वांगसमता के बारे में विचार करें।

7.2.1 रेखाखण्डों की सर्वांगसमता

नीचे दिए गए रेखाखण्डों के दो जोड़ों को देखिए:

चित्र–7.3

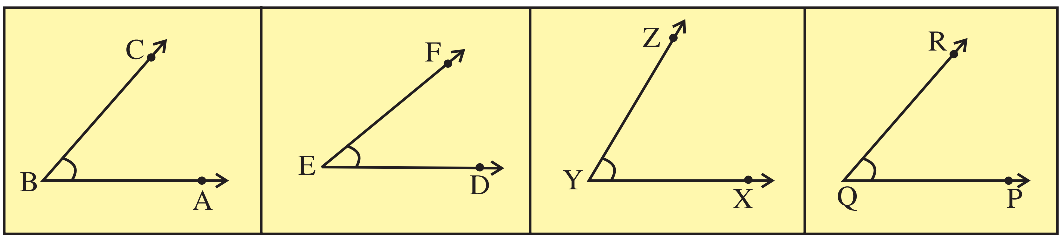
दोनों जोड़ों में एक रेखाखण्ड को ट्रेस पेपर पर ट्रेस कर लीजिए तथा दूसरे पर रखकर देखिए कौन–सा जोड़ा सर्वांगसम है?

आप देखेंगे कि पहला जोड़ा सर्वांगसम है जबकि दूसरा नहीं। इनकी लम्बाई को मापिए। किस जोड़े की लम्बाई समान है? यही क्रियाकलाप कुछ और रेखाखण्ड के जोड़ों के साथ करके देखिए।

यदि दो रेखाखंडों की लम्बाई समान है तो वे सर्वांगसम होंगे। उसी प्रकार यदि दो रेखाखंड सर्वांगसम हैं तो उनकी लम्बाइयाँ भी समान होंगी।

ऊपर चित्र 7.3 में $\overline{AB} = \overline{CD}$ एवं $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

7.2.2 कोणों की सर्वांगसमता



चित्र–7.4

चित्र 7.4 में चार कोणों को देखिए, ये विभिन्न मापों के हैं। (i) में बने कोण को ट्रेसिंग पेपर पर ट्रेस कीजिए तथा फिर अध्यारोपण विधि से उस ट्रेस किये गये कोण से बारी–बारी (ii), (iii) एवं (iv) में बने कोणों को ढकने का प्रयास कीजिए। जैसे– दूसरे कोण को ढकने के लिए सबसे पहले बिन्दु A को D पर तथा $\overrightarrow{BA}$ को $\overrightarrow{ED}$ पर रखिए तथा बताइए क्या $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{EF}$ पर आया? इसी प्रकार अन्य दो कोणों (iii) व (iv) पर भी ढकने की कोशिश कीजिए। $\angle ABC$ ने $\angle PQR$ को पूरी तरह से ढक लिया। अर्थात् $\angle ABC$ एवं $\angle PQR$ सर्वांगसम हैं। यहां हमने देखा कि $\angle ABC, \angle DEF$ तथा $\angle XYZ$ को नहीं ढक पाया यानि $\angle ABC, \angle DEF$ तथा $\angle XYZ$ के सर्वांगसम नहीं है। सर्वांगसम कोण $\angle ABC$ तथा $\angle PQR$ की माप भी समान है। इसे हम इस प्रकार भी लिख सकते हैं $\angle ABC \cong \angle PQR$।

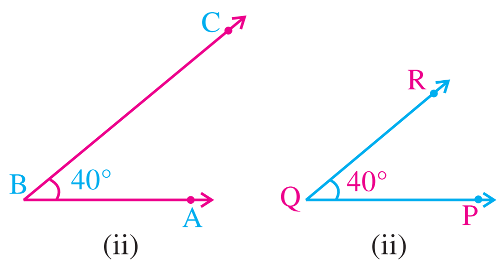
और $m\angle ABC = m\angle PQR$

हम कह सकते हैं कि दो कोणों की माप यदि समान हो तो वे आपस में सर्वांगसम होते हैं अथवा यदि दो कोण सर्वांगसम हो तो उनकी माप समान होती है।

क्या आप ऐसे कोणों का जोड़ा बना सकते हैं जिनके माप बराबर नहीं फिर भी वे सर्वांगसम हो।

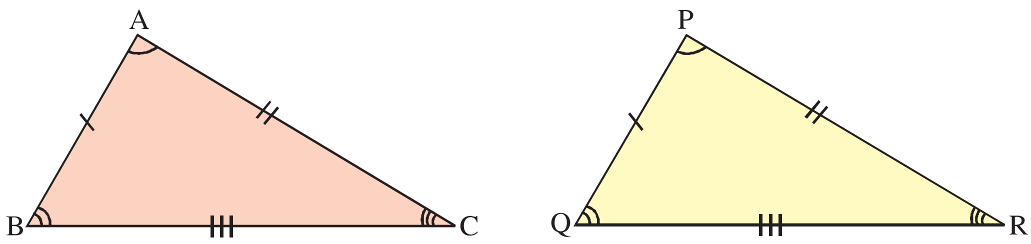
आइए अब चित्र–7.5 में बने कोणों पर विचार करें:

$\angle PQR$ को जब $\angle ABC$ पर अध्यारोपित करते हैं तब किरण $\overrightarrow{QP}$, किरण $\overrightarrow{BA}$ पर तथा किरण $\overrightarrow{QR}$, किरण $\overrightarrow{BC}$ पर पड़ती है, परन्तु किरण $\overrightarrow{QR}$, किरण $\overrightarrow{BC}$ को पूरी तरह नहीं ढक पाती है तथा किरण $\overrightarrow{BC}$ ज्यादा लम्बी प्रतीत होती है, इसके आधार पर हम कह सकते हैं कि $\angle ABC$, $\angle PQR$ से छोटा है। परन्तु $\overrightarrow{BC}$ केवल कोण की दिशा को बताती है, लम्बाई को नहीं। यहाँ कोणों की माप समान है अतः $\angle ABC, \angle PQR$ के सर्वांगसम है अर्थात् $\angle ABC \cong \angle PQR$। अतः कोणों की सर्वांग–समता केवल उनके मापों की समानता पर निर्भर करती है।



चित्र–7.5

7.2.3 त्रिभुजों की सर्वांगसमता



चित्र– 7.6

चित्र–7.6 में बने दोनों त्रिभुज को ध्यान से देखिए। ये दोनों त्रिभुज समान आकार एवं समान आकृति के हैं। ΔABC को ट्रेसिंग पेपर पर ट्रेस कर ΔPQR पर अध्यारोपित कीजिए। क्या ΔABC तथा ΔPQR एक दूसरे को आपस में पूरी तरह ढक लेते हैं? यदि हाँ तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम है। इसे इस प्रकार लिखेंगे:

$\Delta ABC \cong \Delta PQR$

यहाँ ΔABC को ΔPQR पर अध्यारोपित करते समय आपने शीर्ष P के ऊपर शीर्ष A, शीर्ष Q के ऊपर शीर्ष B तथा शीर्ष R के ऊपर शीर्ष C को रखा था। जिससे $\angle P$ पर $\angle A$, $\angle Q$ पर $\angle B$, $\angle R$ पर $\angle C$ अध्यारोपित हुए तथा भुजा $\overline{PQ}$ पर भुजा $\overline{AB}$, भुजा $\overline{QR}$ पर भुजा $\overline{BC}$ तथा भुजा $\overline{RP}$ पर भुजा $\overline{CA}$ अध्यारोपित हो गई। ये सभी शीर्ष, कोण व भुजाएं दोनों त्रिभुजों के संगत भाग हैं इसे हम निम्न प्रकार दर्शाते हैं–

संगत शीर्ष	A और P, B और Q, C और R
संगत कोण	$\angle A$ और $\angle P$, $\angle B$ और $\angle Q$, $\angle C$ और $\angle R$
संगत भुजा	$\overline{AB}$ और $\overline{PQ}$, $\overline{BC}$ और $\overline{QR}$, $\overline{CA}$ और $\overline{RP}$

यदि दो त्रिभुज सर्वांगसम हो तो उनके संगत भाग समान होते हैं।

7.2.4 दो वर्गों की सर्वांगसमता

चित्र–7.7

सभी वर्ग आकार में एक ही तरह के होते हैं। वर्गों की माप का निर्धारण उनकी भुजा की लम्बाई से होता है। अतः दो वर्ग आपस में एक दूसरे को पूरी तरह तभी ढकेगा जब दोनों की भुजा समान माप की होगी। चित्र–7.7 में दोनों वर्गों की भुजाएं समान माप की है। अतएव दोनों सर्वांगसम हैं।

अतः दो वर्ग सर्वांगसम होंगे यदि उनकी भुजाएँ समान माप की हो।

7.2.5 दो आयतों की सर्वांगसमता

चित्र–7.8

आयत के आकार एवं माप का निर्धारण उसकी लम्बाई और चौड़ाई से होता है। यदि दो आयतों की लम्बाई एवं चौड़ाई बराबर हो तो वे एक दूसरे को पूरी से ढक लेंगे। यानि वे आकार एवं माप में भी समान होंगे। चित्र 7.8 में दोनों आयत की लम्बाई एवं चौड़ाई समान है व ये आकार एवं माप में भी समान हैं इसलिए ये एक दूसरे को पूरी तरह से ढक लेते हैं। अतः दोनों आयत सर्वांगसम है। इस प्रकार हम कह सकते हैं कि दो आयत तभी सर्वांगसम होंगे जब उनकी लम्बाई एवं चौड़ाई समान माप की हो।

अतः दो आयत सर्वांगसम होंगे यदि उनकी लम्बाई एवं चौड़ाई समान माप की हो।

7.2.6 दो वृत्तों की सर्वांगसमता

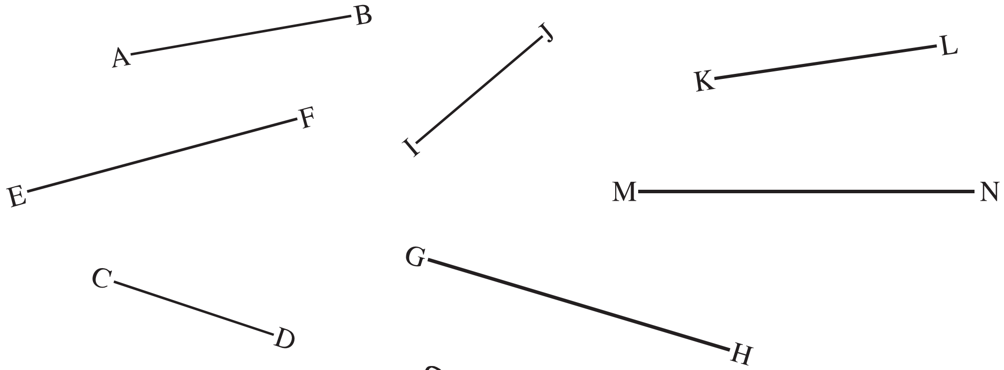
चित्र–7.9

सभी वृत्त आकार में समान होते हैं। उनकी माप का निर्धारण त्रिज्या से होता है। जिस वृत्त की त्रिज्या जितनी ज्यादा होगी उसका माप भी उतना ही ज्यादा होगा। यहां चित्र 7.9 में दो समान त्रिज्या वाले वृत्त हैं। यदि पहले वृत्त को ट्रेस कर, दूसरे पर अध्यारोपित किया जाये तो दोनों एक दूसरे को पूरी तरह से ढक लेंगे। अतः दोनों वृत्त सर्वांगसम है।

दो वृत सर्वांगसम होंगे यदि उनकी त्रिज्या बराबर हो।

प्रश्नावली — 7.1

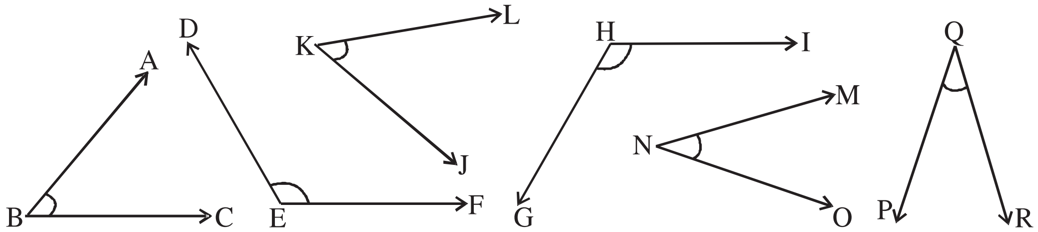
1. (i) चित्र–7.10 में सर्वांगसम रेखा खंडों को छाँटिए। (आप ट्रेस करके देखें)



चित्र–7.10

(ii) सर्वांगसम रेखाखण्डों को मापिए। उनके माप के बारे में आप क्या कह सकते हैं?

2. (i) नीचे दिए गए चित्रों में सर्वांगसम कोणों को छाँटिए– (कोणों को ट्रेस कर पता करें)



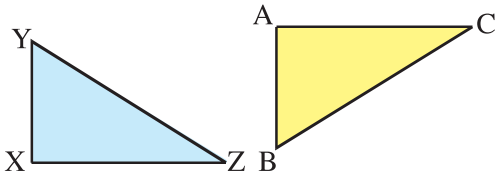
चित्र–7.11

(ii) इनमें से सर्वांगसम कोणों को मापिए। आप उनके माप के बारे में क्या कह सकते हैं?

3. $\angle ABC$ तथा $\angle DEF$ सर्वांगसम हैं। यदि $\angle ABC$ की माप $70°$ हो तो $\angle DEF$ की माप क्या होगी?

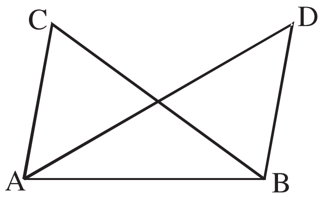
4. **नीचे दिए गए सर्वांगसम त्रिभुजों के प्रत्येक जोड़े में संगत भुजाएँ व संगत कोण बताइए।**

(i) $\Delta XYZ \cong \Delta ABC$



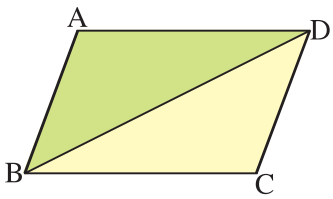
भुजा	कोण
$XY \leftrightarrow$	$\angle X \leftrightarrow$
$YZ \leftrightarrow$	$\angle Y \leftrightarrow$
$XZ \leftrightarrow$	$\angle Z \leftrightarrow$

(ii) $\Delta ABC \cong \Delta BAD$



$AB \leftrightarrow$	$\angle ABC \leftrightarrow$
$BC \leftrightarrow$	$\angle BCA \leftrightarrow$
$AC \leftrightarrow$	$\angle BAC \leftrightarrow$

(iii) $\Delta ABD \cong \Delta CDB$

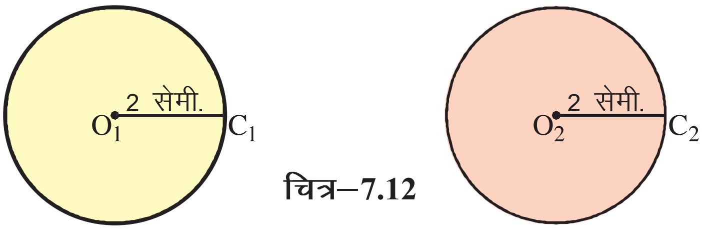


$AB \leftrightarrow$	$\angle ABD \leftrightarrow$
$BD \leftrightarrow$	$\angle BDA \leftrightarrow$
$AD \leftrightarrow$	$\angle DAB \leftrightarrow$

5. दो वर्ग जिनकी भुजाएँ समान है, क्या वे सर्वांगसम होंगे?

6. एक आयत की लम्बाई 10 सेमी. तथा चौड़ाई 8 सेमी. है तथा दूसरे आयत की लम्बाई 12 सेमी. तथा चौड़ाई 8 सेमी. है, दोनों आयत को सर्वांगसम करने हेतु पहले आयत की लम्बाई को कितना बढ़ाना होगा।

7. **चित्र–7.12 में बने दो वृत्त क्या सर्वांगसम होंगे, यदि हाँ तो क्यों?**



चित्र–7.12

7.3 दो त्रिभुजों के सर्वांगसम होने की शर्तें

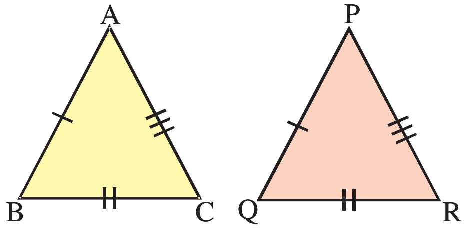
जब दो त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं तो उनकी संगत भुजाएँ एवं संगत कोण आपस में बराबर होते हैं। उसी प्रकार दो त्रिभुजों की संगत भुजाएँ एवं संगत कोण आपस में बराबर हो, दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

चित्र–7.13 में दो त्रिभुज ABC एवं PQR दिये गये हैं जो सर्वांगसम है–

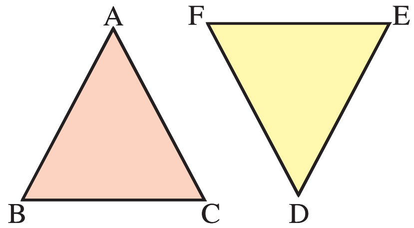
तब $\overline{AB} = \overline{PQ}$, $\overline{BC} = \overline{QR}$, $\overline{AC} = \overline{PR}$

तथा $\angle ABC = \angle PQR$, $\angle BCA = \angle QRP$

और $\angle CAB = \angle RPQ$ होगा।



चित्र–7.13



चित्र–7.14

उसी प्रकार चित्र–7.14 में $\overline{AB} = \overline{DE}$,

$\overline{BC} = \overline{EF}$, $\overline{CA} = \overline{FD}$,

$\angle ABC = \angle DEF$, $\angle BCA = \angle EFD$

तथा $\angle CAB = \angle FDE$ है

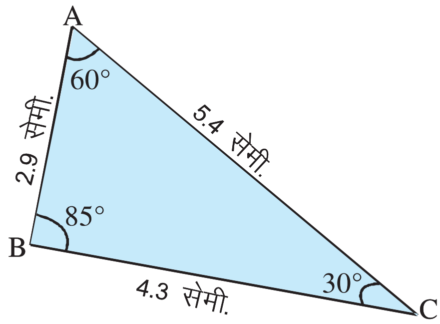
तब $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

इस प्रकार दो त्रिभुजों में सर्वांगसमता के लिए आवश्यक अवयवों में दोनों त्रिभुजों के तीनों कोण एवं तीनों भुजाएँ शामिल हैं।

सोचिए रेखाखंड, कोण, वर्ग, आयत एवं वृत्त के समान दो त्रिभुज की सर्वांगसमता दिखाने के लिए त्रिभुज के सभी 6 अवयवों में समानता देखनी होगी या कुछ अवयवों से काम चल जाएगा। आइये इसे करके देखें।

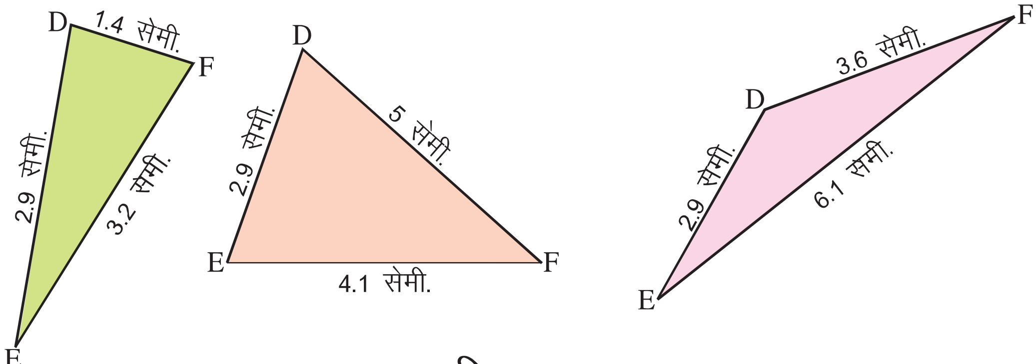
कुछ करें

यहाँ चित्र–7.15 में एक त्रिभुज बनाया गया है तथा उसके सभी 6 अवयवों (तीन भुजाएँ, तीन कोण) की माप को भी दर्शाया गया है। आप बारी–बारी से इनकी माप को लेकर देखें कि कम से कम कितने अवयवों की समानता के बाद उसके सर्वांगसम एक त्रिभुज बनाया जा सकता है।



चित्र–7.15

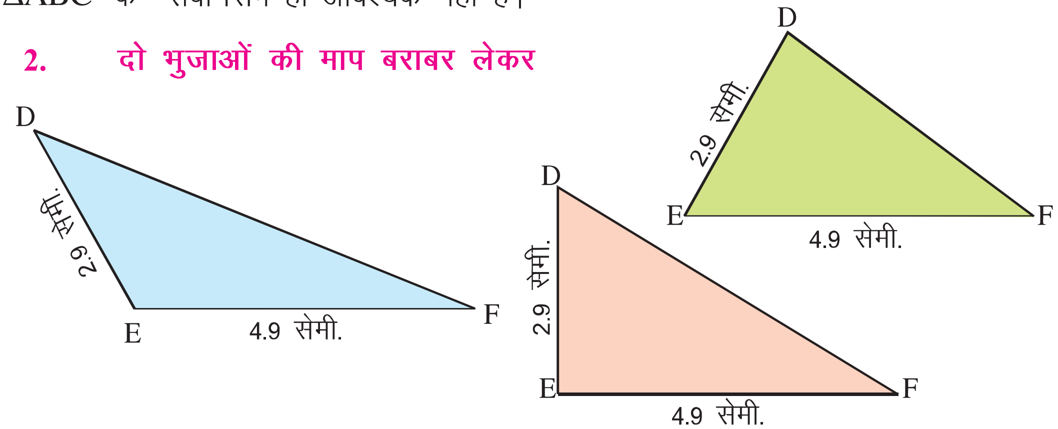
1. एक भुजा की माप बराबर लेकर



चित्र–7.16

चित्र–7.16 की तरह कई प्रकार के त्रिभुज बनाये जा सकते हैं जो चित्र 7.15 मे बने ΔABC के सर्वांगसम हो आवश्यक नहीं है।

2. दो भुजाओं की माप बराबर लेकर

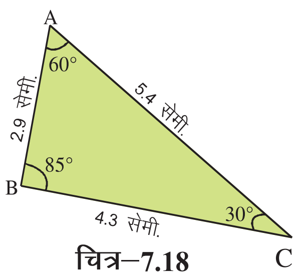


चित्र–7.17

यहाँ भी कई प्रकार के त्रिभुज बनाये जा सकते हैं जो चित्र 7.15 मे बने ΔABC के सर्वांगसम हों आवश्यक नहीं है।

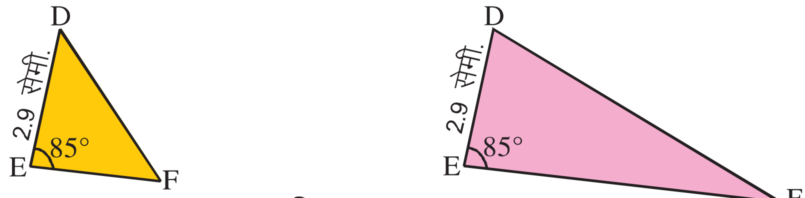
3. तीनों भुजाएं बराबर लेकर

चित्र–7.18 में इस प्रकार का केवल एक ही त्रिभुज बनाया जा सकता है जो आकार एवं माप में चित्र 7.15 में बने ΔABC के बराबर होगा। अतः यह सर्वांगसम त्रिभुज होगा। यह भुजा–भुजा–भुजा (SSS) प्रतिबंध कहलाता है।



चित्र–7.18

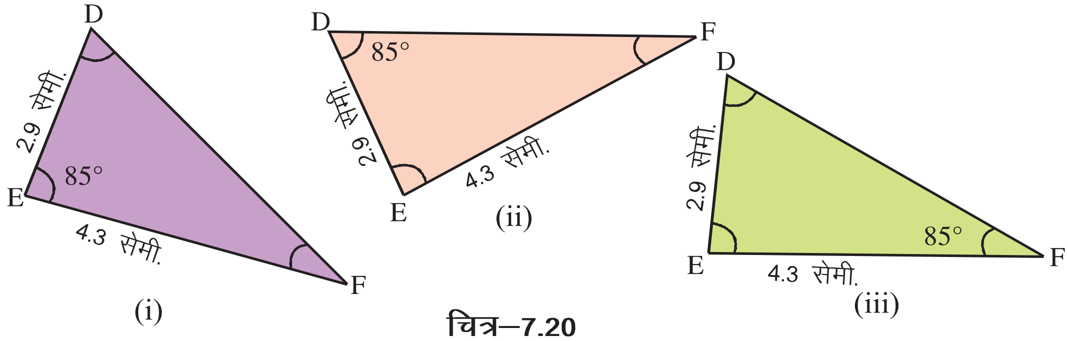
4. एक भुजा एवं एक कोण की माप बराबर लेकर



चित्र–7.19

इस स्थिति में भी कई त्रिभुज बनाये जा सकते हैं जो ABC के सर्वांगसम हों यह आवश्यक नहीं।

5. दो भुजाएँ एवं एक कोण बराबर लेकर

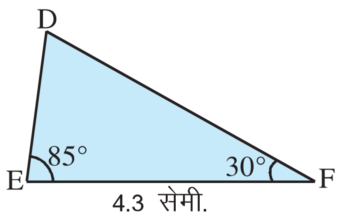


चित्र–7.20

यदि दो भुजा और कोई एक कोण बराबर लेते हैं तब जरूरी नहीं है कि बनने वाला त्रिभुज सर्वांगसम हो ही। परन्तु जब दो भुजा एवं उनके बीच बनने वाला कोण बराबर लेते हैं तब बनने वाला त्रिभुज सर्वांगसम होता है, जैसा चित्र–7.20 के (i) में बनाया गया हैजो चित्र 7.15 में बने ΔABCके बराबर है यह भुजा–कोण–भुजा (SAS) प्रतिबंध कहलाता है।

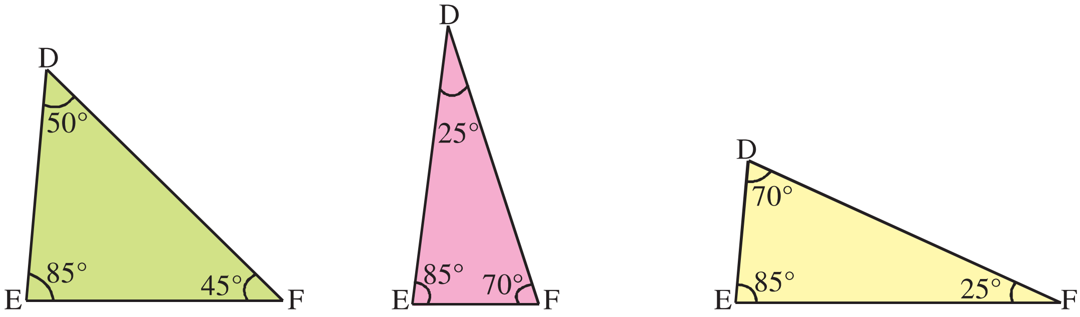
6. एक भुजा एवं दो कोण बराबर हो

इसके अनुसार जितने भी त्रिभुज बनेंगे उन सबका आकार एवं माप चित्र–7.21 में बने त्रिभुज की तरह ही होगा और इस प्रकार बना त्रिभुज ΔABC का सर्वांगसम होगा। यह कोण–भुजा–कोण (ASA) प्रतिबंध कहलाता है।



चित्र–7.21

7. एक कोण की माप बराबर रखकर

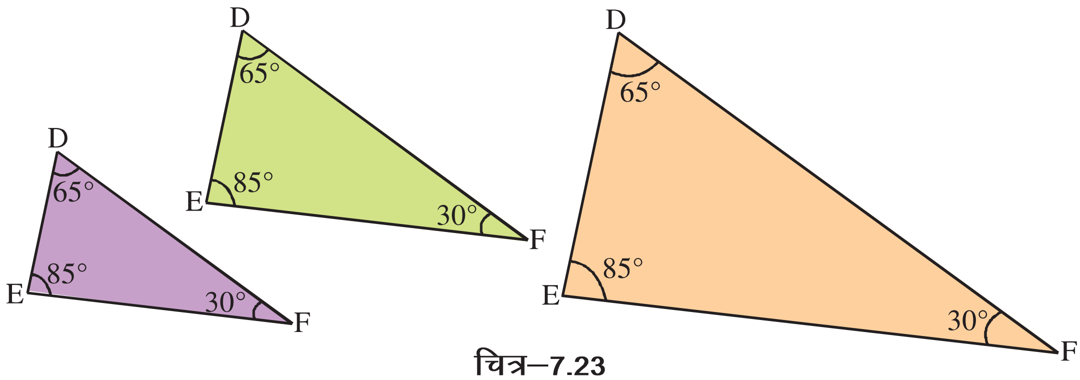


चित्र–7.22

यहां भी कई प्रकार के त्रिभुज बनाये जा सकते हैं जो चित्र 7.15 में बने ΔABC के सर्वांगसम नहीं है।

8. दो कोणों की माप बराबर रखकर

चूंकि हम जानते हैं कि दो त्रिभुजों में दो कोण परस्पर बराबर रहने पर तीसरा अपने आप बराबर हो जाता है। इसलिए दो कोण की माप बराबर रखने का अर्थ अपने आप तीन कोणों की माप बराबर रखना हो जाता है।



चित्र–7.23

यहां भी कई प्रकार के कोण बनाये जा सकते हैं जो आकृति में तो ΔABC के समान हैं परन्तु आकार में समान नहीं है। अतः वे सर्वांगसम नहीं है।

9. समकोण त्रिभुजों में सर्वांगसमता

दो समकोण त्रिभुजों की स्थिति में सर्वांगसमता को यथायोग्य विशेष ध्यान देना होता है। ऐसे त्रिभुजों में, समकोण पहले से ही बराबर होते हैं। अतः सर्वांगसमता प्रतिबंध आसान हो जाता है।

क्या आप एक ΔABC बना सकते हैं जिसमें $\angle B=90°$ हो (चित्र–7.24 में दिखाया गया) यदि:

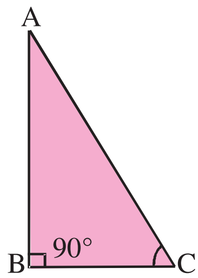
(i) केवल भुजा BC ज्ञात हो?

(ii) केवल $\angle C$ ज्ञात हो?

(iii) $\angle A$ और $\angle C$ ज्ञात हो?

(iv) भुजा AB और BC ज्ञात हो?

(v) कर्ण AC और AB या BC में से एक भुजा ज्ञात हो?



चित्र–7.24

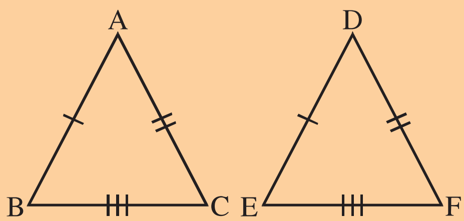
इनकी आकृतियाँ बनाने का प्रयास कीजिए। आप देखेंगे कि (iv) और (v) त्रिभुज बनाने में आपकी सहायता करते हैं। परंतु स्थिति (iv) साधारणतया SAS प्रतिबंध ही है। स्थिति (v) कुछ नयी है। यह निम्न प्रतिबंध की ओर अग्रसर करता है।

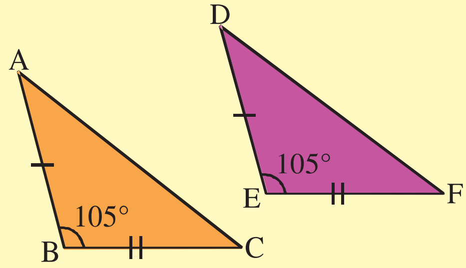
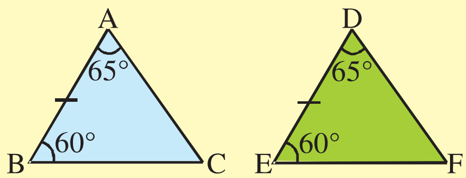
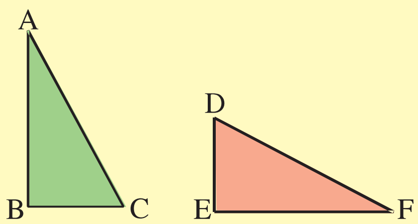
RHS सर्वांगसमता प्रतिबंध

यदि एक सुमेलन के अंतर्गत, किसी समकोण त्रिभुज का कर्ण और एक भुजा क्रमशः किसी दूसरे समकोण त्रिभुज के कर्ण और एक भुजा के बराबर हो, तो वे त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

हम इसे RHS सर्वांगसमता क्यों कहते हैं? इसके बारे में सोचिए।

ऊपर की नौ गतिविधियों के आधार पर हम दो त्रिभुजों के सर्वांगसम होने के प्रतिबंधों को हम निम्नवत् तरीके से सारणीबद्ध कर सकते हैं।

क्र. सं.	दो त्रिभुजों के सर्वांगसम होने का प्रतिबंध	प्रतिबंध की शर्त	प्रतिबंध का उदाहरण
1.	भुजा–भुजा–भुजा (SSS) प्रतिबंध	यदि एक त्रिभुज की तीनों भुजाएं दूसरे त्रिभुज की तीनों भुजाओं की माप के बराबर हो तब दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होंगे।	 $\overline{AB}=\overline{DE},\ \overline{BC}=\overline{EF},\ \overline{AC}=\overline{DF}$ तब $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

2.	भुजा–कोण–भुजा (SAS) प्रतिबंध	यदि एक त्रिभुज की दो भुजाएँ तथा उनके अन्तर्गत बने कोण, दूसरे त्रिभुज की दो भुजाएँ तथा उनके अन्तर्गत बने कोण के बराबर हो तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होंगे।	 $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{EF}$ $\angle B=\angle E$ तब $\Delta ABC \cong \Delta DEF$
3.	कोण–भुजा–कोण (ASA) प्रतिबंध	यदि एक त्रिभुज के दो कोण एवं संगत भुजा दूसरे त्रिभुज के दो कोण एवं संगत भुजा के बराबर हो तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होंगे।	 $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$, $\overline{AB}=\overline{DE}$ तब $\Delta ABC \cong \Delta DEF$
4.	समकोण–कर्ण –भुजा (RHS) प्रतिबंध	दो समकोण त्रिभुजों में से एक त्रिभुज का कर्ण एवं एक भुजा, दूसरे त्रिभुज के कर्ण एवं कोई एक अन्य भुजा के बराबर हो तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होंगे ।	 $\angle B=\angle E=90°$ $\overline{AC}=\overline{DF}$, $\overline{BC}=\overline{EF}$ $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

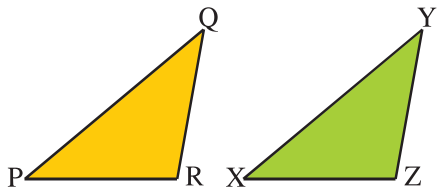
प्रश्नावली–7.2

1. निम्न में आप कौन से सर्वांगसम प्रतिबंधों का प्रयोग करेंगे?

(i) दिया है

$PQ = XY, QR = YZ, PR = XZ$

इसलिए $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$

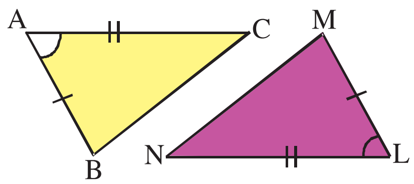


(ii) दिया है

$AB = LM, AC = NL$

$\angle BAC = \angle MLN$

इसलिए $\Delta ABC \cong \Delta LMN$

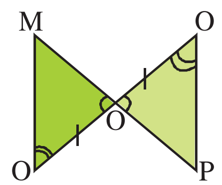


(iii) $NO = OP$

$\angle MON = \angle POQ$

$\angle ONM = \angle OPQ$

इसलिए $\Delta MNO \cong \Delta QPO$

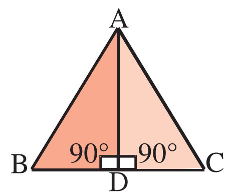


(iv) $\angle ADB = \angle ADC = 90°$

$AD = AD$

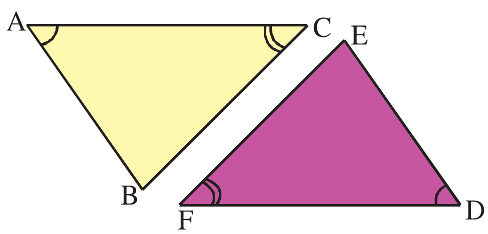
$AB = AC$

इसलिए $\Delta ABD \cong \Delta ACD$

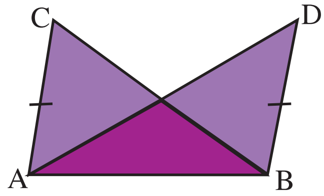


2. चित्र में बने दो त्रिभुज ΔABC और ΔDEF आपस में सर्वांगसमता दर्शाते है, तो निम्न चरणों के लिए रिक्त स्थान में कारण भरिए।

	क्रम	कारण
(i)	$AC = FD$	
(ii)	$\angle BAC = \angle FDE$	
(iii)	$\angle ACB = \angle EFD$	



3. दिए गए चित्र में एक आधार AB पर बने दो त्रिभुज ABC तथा ADB में भुजा AC=BD, BC=AD तब बताइए कौन–सा कथन सत्य हैं।

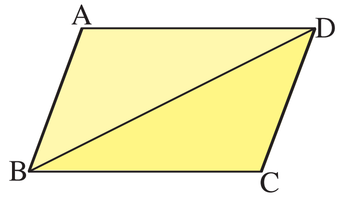


(i) $\Delta ABC \cong \Delta ABD$ (ii) $\Delta ABC \cong \Delta ADB$

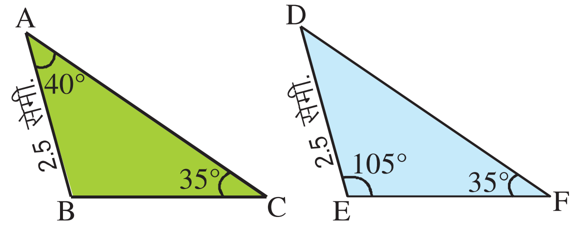
(iii) $\Delta ABC \cong \Delta BAD$

4. दिए गए चित्र में दिखाइए कि क्या

$\Delta ABD \cong \Delta BDC$ (आप भुजाओं को माप सकते हैं)



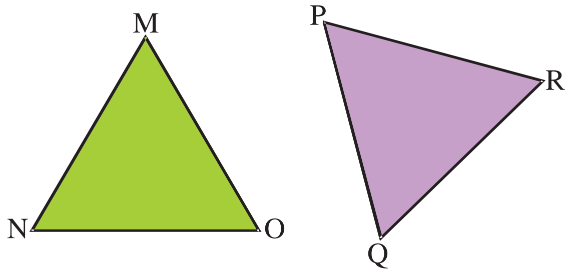
5. दिए गए चित्र में ΔABC में $\angle A=40°$, $\angle C=35°$ तथा भुजा AB = 2.5 सेमी. है, तथा ΔDEF में $\angle F=35°$, $\angle E=105°$ एवं भुजा DE = 2.5 सेमी. तो बताइए क्या $\Delta ABC \cong \Delta DEF$



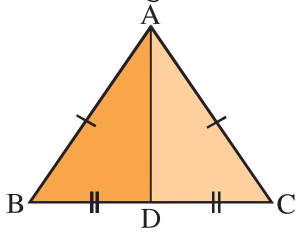
6. (i) भुजाओं को मापकर लिखिए–

(ii) नीचे दिए गए समान माप की भुजाओं वाले त्रिभुजों के कोणों को मापिए।

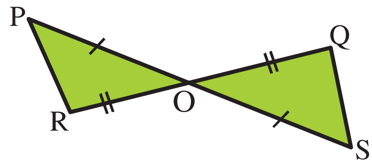
आप भी इसी प्रकार एक ही माप व संगत कोण वाले त्रिभुज अपनी कॉपी में बनाइए व बताइए कि दोनों में से कौन से त्रिभुज सदैव सर्वांगसम प्राप्त होते हैं?



7. नीचे दी गई आकृतियों में सर्वांगसम त्रिभुजों के जोड़े पहचानकर लिखो। उसमें से एक त्रिभुज की भुजाएँ तथा कोण तथा उनकी संगत भुजाएँ व कोण सर्वांगसम त्रिभुज में से छाँटकर लिखो।



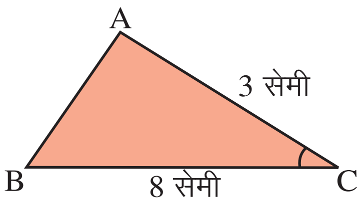
(i)

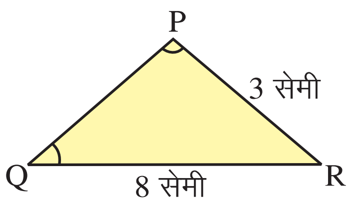


(ii)

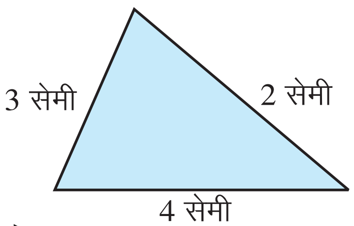
8. नीचे कुछ सर्वांगसम त्रिभुजों के जोड़े दिए गए हैं। ये किस नियम से सर्वांगसम है, लिखो।

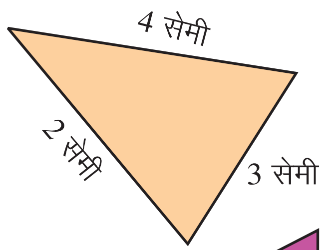
(i)



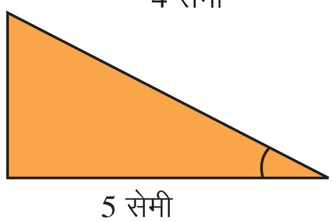


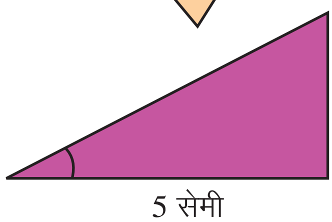
(ii)



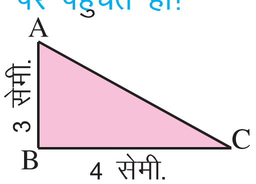


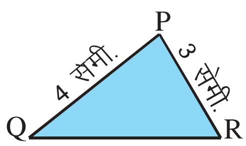
(iii)





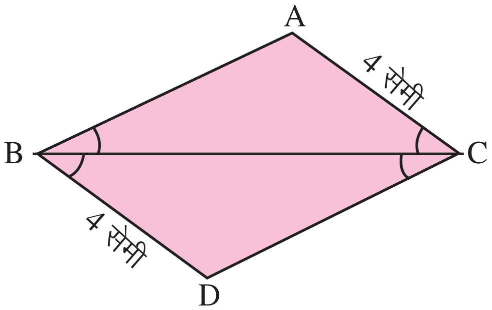
9. नीचे दो त्रिभुज दिए गए हैं, देखकर बताओ क्या ये सर्वांगसम है? हाँ/नहीं। अपने उत्तर का कारण भी दो। (दोनों त्रिभुजों की सभी भुजाएँ व कोण नापो।) इससे तुम किस निष्कर्ष पर पहुंचते हो?



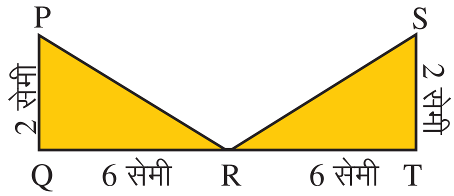


10. नीचे दिए गए प्रत्येक चित्र में त्रिभुजों के सर्वांगसम होने की जाँच करो और उनके सर्वांगसम होने या न होने का कारण भी लिखो।

(i) क्या $\Delta BAC \cong \Delta CDB$?



(ii) क्या $\Delta RPQ \cong \Delta RST$?



हमने सीखा

1. दो आकृतियाँ जब आकार एवं माप में समान हो तो वे सर्वांगसम होती है।
2. दो समान लम्बाई के रेखाखंड आपस में सर्वांगसम होंगे।
3. दो कोण सर्वांगसम होंगे यदि वे समान माप के हों।
4. दो वर्ग सर्वांगसम होते हैं, यदि उनकी भुजाएँ समान लम्बाई की हों।
5. दो आयत सर्वांगसम होते हैं यदि लम्बाई एवं चौड़ाई आपस में बराबर हो।
6. दो वृत्त सर्वांगसम होते हैं यदि उनकी त्रिज्या समान माप की हो।
7. दो त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं, यदि
   - (i) उनकी तीनों भुजाएँ आपस में बराबर हों। (SSS)
   - (ii) यदि दो भुजाएं एवं बीच का कोण दूसरे त्रिभुज की तदनुरूपी दो भुजाएँ उनके अन्तर्गत कोण के बराबर हों। (SAS)
   - (iii) यदि दो कोण एवं अन्तर्गत भुजा दूसरे त्रिभुज के दो कोण एवं अन्तर्गत भ के बराबर हो। (ASA)
   - (iv) दो समकोण त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं यदि एक त्रिभुज का कर्ण और एक भ दूसरे त्रिभुज के कर्ण एवं एक भुजा के बराबर हो। (RHS)