

## **MATHEMATICS - ( गणित )**

**समय : 3 घंटा 15 मिनट**

**पूर्णक : 100**

**Time : 3 Hrs. 15 Minutes**

**Full Marks : 100**

---

प्रश्नों की कुल संख्या : 47

Total No. of Questions : 47

परीक्षा के लिये निर्देश :

Instructions to the Candidate :

- परीक्षार्थी यथासंभव अपने शब्दों में ही उत्तर दें।

Candidates are required to give their answers in their own words as far Practicable.

- दाहिनी ओर हाशिये पर दिये हुए अंक पूर्णक निर्दिष्ट करते हैं।

Figures in the right hand margin indicate full marks.

- सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

All Questions are Compulsory.

- इस प्रश्नपत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का अतिरिक्त समय दिया गया है।

15 Minutes of extra time have been allotted for Candidates to read the Questions.

$\Leftarrow \otimes \Rightarrow$

## गणित ( सेट-4 )

### MATH (SET-4)

समय : 3 घंटा 15 मिनट

Time : 3 Hrs 15 Min.

Full Marks : 100

सही उत्तर चुने :-

Choose the correct answer :-

1. एक द्विघात समीकरण का घात होगा। 1  
 (क) 2                    (ख) 0                    (ग) 1                    (घ) इनमें से कोई नहीं

The degree of a quadratic equation will be

- (a) 2                    (b) 0                    (c) 1                    (d) None of these

2. यदि  $\sin = \cos$  तो का मान होगा। 1  
 (क)  $30^\circ$                     (ख)  $45^\circ$                     (ग)  $60^\circ$                     (घ)  $90^\circ$

If  $\sin = \cos$  then the value of will be

- (a)  $30^\circ$                     (b)  $45^\circ$                     (c)  $60^\circ$                     (d)  $90^\circ$

3. चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों को योग होगा। 1  
 (क)  $360^\circ$                     (ख)  $180^\circ$                     (ग)  $90^\circ$                     (घ)  $0^\circ$

The sum of either pair of the opposite angles of a cyclic quadrilateral will be

- (a)  $360^\circ$                     (b)  $180^\circ$                     (c)  $90^\circ$                     (d)  $0^\circ$

4. बिन्दु  $(-5, -4)$  किस चतुर्थांश में स्थित है ? 1  
 (क) प्रथम                    (ख) द्वितीय                    (ग) तृतीय                    (घ) चतुर्थ

In which quadrant does the point  $(-5, -4)$  lie ?

- (a) 1<sup>st</sup>                    (b) 2<sup>nd</sup>                    (c) 3<sup>rd</sup>                    (d) 4<sup>th</sup>

5.  $\Delta ABC$  में BC को D बिन्दु तक बढ़ाया गया है जिससे  $\angle ACD = 110^\circ$  तथा  $\angle BAC = 57^\circ$  तो  $\angle ABC$  का मान होगा। 1  
 Page-5 of 5

- (क)  $53^\circ$                     (ख)  $57^\circ$                     (ग)  $33^\circ$                     (घ)  $123^\circ$

In  $\Delta ABC$ , side BC is extended up to D such that  $\angle ACD = 110^\circ$  and  $\angle BAC = 57^\circ$

then the value of  $\angle ABC$  will be

- (a)  $53^\circ$                     (b)  $57^\circ$                     (c)  $33^\circ$                     (d)  $123^\circ$

6. यदि  $6, 8, 9, x$  तथा  $13$  का माध्य  $10$  हो तो  $x$  का मान होगा। 1  
 (क) 12                    (ख) 13                    (ग) 14                    (घ) 15

If the mean of  $6, 8, 9, x, 13$  is 10 then the value of  $x$  will be

(a) 12

(b) 13

(c) 14

(d) 15

7. एक पासा को उछालने पर एक अभाज्य संख्या आने की प्राथमिकता होगी। 1  
 (क)  $\frac{1}{2}$       (ख)  $\frac{1}{3}$       (ग)  $\frac{1}{4}$       (घ) इनमें से कोई नहीं

In a throw of dice, the probability of getting a prime number will be

- (a)  $\frac{1}{2}$       (b)  $\frac{1}{3}$       (c)  $\frac{1}{4}$       (d) None of these

8. A.P.  $-40, -15, 10, 35, \dots$  का 10वां पद ..... है। 1

In A.P.  $-40, -15, 10, 35, \dots$  10<sup>th</sup> term is .....

- (क) 184      (ख) 186      (ग) 182      (घ) 185

9.  $\Delta ABC$  में  $AB = AC$  तथा  $\angle BAC = 50^\circ$  तो  $\angle ABC$  का मान होगा 1  
 (क)  $60^\circ$       (ख)  $65^\circ$       (ग)  $70^\circ$       (घ)  $75^\circ$

In  $\Delta ABC$ ,  $AB = AC$  and  $\angle BAC = 50^\circ$  then the value of  $\angle ABC$  will be

- (a)  $60^\circ$       (b)  $65^\circ$       (c)  $70^\circ$       (d)  $75^\circ$

10.  $\frac{\sin 59^\circ}{\cos 31^\circ}$  का मान होगा। 1  
 (क) 0      (ख) -1      (ग) 1      (घ) इनमें से कोई नहीं

The value of  $\frac{\sin 59^\circ}{\cos 31^\circ}$  will be

- (a) 0      (b) -1      (c) 1      (d) None of these

**रिक्त स्थानों की पूर्ति करे :-**

**Fill in the blanks :-**

11. द्विघात समीरण  $ax^2 + bx + c = 0$  के मूल वास्तविक और असामन हैं तो विवेचक शून्य से ..... होगा। 1

If the roots of the quadratic equation  $ax^2 + bx + c = 0$  is real and unequal then the value of discriminant will be ..... than zero.

12.  $\operatorname{cosec}^2 \theta - 1$  का मान ..... होता है। 1

The value of  $\operatorname{cosec}^2 \theta - 1$  is .....

13. घनाभ में ..... किनारे होते हैं। 1

The number of edges in a cuboid is .....

14.  $x$ -अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु का  $y$ -नियामक ..... होता है। 1

The ordinate of any point situated upon  $x$ -axis is .....

15. प्रथम पाँच विषम संख्याओं का मध्य ..... होगा। 1

The mean of first five odd numbers will be .....

16. किसी अवश्यंभावी या निश्चित घटना E की प्रायिकता  $P(E) = \dots\dots\dots$  1  
The probability  $P(E)$  of an sure event or certainly  $E = \dots\dots\dots$
17. किसी बाह्य बिन्दु से वृत पर अधिकतम खींची जानेवाली स्पर्श रेखाओं की संख्या ..... होती है। 1  
The number of maximum tangents from an external point is a circle is .....  
18. किसी संमात्र श्रेणी में दो क्रमिक पदों का ..... बराबर होता है। 1  
In a arithmetic progression ..... between two consecutive terms are equal.  
19. दो बिन्दुओं  $(x_1, y_1)$  और  $(x_2, y_2)$  के बीच की दूरी होगी..... 1  
The distance between two points  $(x_1, y_1)$  and  $(x_2, y_2)$  will be .....  
20. परिमेय संख्या में हर ..... के बराबर कभी नहीं होता है। 1  
Denominator of a rational number never equal to .....

**अति लघु उत्तरीय प्रश्न:-**

**Very Short Questions**

21. द्विघात बहुपद  $x^2 + 8x + 15$  के शून्यक ज्ञात कीजिए। 2  
Find the zeroes of quadratic polynomial  $x^2 + 8x + 15$ .
22.  $k$  का मान निकालें जिसके लिए  $x=1$  द्विघात समीकरण  $x^2 + kx + 3 = 0$  का एक मूल हो। 2  
Find the value of  $k$  for which  $x = 1$  is a root of the quadratic equation  $x^2 + kx + 3 = 0$ .
23.  $\Delta ABC$  की भुजा  $AB$  और  $AC$  पर  $D$  और  $E$  बिन्दु क्रमशः इस प्रकार है कि  $DE \parallel BC$  और  $AD = 3.6\text{ cm}$ ,  $AB = 10\text{ cm}$ ,  $AE = 4.5\text{ cm}$  तो  $AC$  का मान निकालें। 2  
If  $D$  and  $E$  are the points on the sides  $AB$  and  $AC$  of  $\Delta ABC$  such that  $DE \parallel BC$  and  $AD = 3.6\text{ cm}$ ,  $AB = 10\text{ cm}$ ,  $AE = 4.5\text{ cm}$  then find the value of  $AC$ .
24. सिद्ध करें कि वृत की समान जीवाएँ केन्द्र पर समान कोण बनाती हैं। 2  
Prove that equal chords of a circle subtend equal angles at the centre.
25. बिन्दुओं  $(-4, 7)$  और  $(1, -5)$  के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। 2  
Find out the distance between the points  $(-4, 7)$  and  $(1, -5)$ .
26. यदि किसी वृत के जीवा की लम्बाई  $24$  सेमी $\circ$  हो और वृत के केन्द्र पर जीवा डाला गया। लम्ब की लंबाई  $5$  सेमी $\circ$  हो तो वृत की त्रिज्या निकालें। 2  
If the length of the chord of circle is  $24\text{ cm}$  and the perpendicular drawn from the centre is  $5\text{ cm}$  then find the radius of the circle.
27. दो घनों के आयतनों में  $1 : 8$  का अनुपात है तो उनकी कोरों में क्या अनुपात होगा ? 2  
The ratio in volumes between two cubes is  $1 : 8$  then find the ratio between their edges.
28.  $\tan$  का मान  $\sin$  के रूप में व्यक्त करें। 2

Express  $\tan$  in terms of  $\sin$ .

29.  $\frac{\cos 80^\circ}{\sin 10^\circ} + \cos 59^\circ \operatorname{cosec} 31^\circ$  का मान निकालें। 2

Evaluate  $\frac{\cos 80^\circ}{\sin 10^\circ} + \cos 59^\circ \operatorname{cosec} 31^\circ$ .

30. बिन्दु  $(-5, 4)$  और  $(7, -8)$  को मिलानेवाली रेखाखंड के मध्य बिन्दु का नियामक निकालें। 2

Find the co-ordinates of the midpoint of the line segment joining  $(-5, 4)$  and  $(7, -8)$ .

31. समातंर श्रेणी  $6, 9, 12, 15, \dots$  का 35वां पद निकालें। 2

Find out the 35<sup>th</sup> term of the AP  $6, 9, 12, 15, \dots$

**लघु उत्तरीय प्रश्न :-**

**Short Questions:-**

32.  $(x^3 - 1)$  और  $(x^4 + x^2 + 1)$  का मूल निकालें। 3

Find HCF of  $(x^3 - 1)$  and  $(x^4 + x^2 + 1)$ .

33. यदि दो संख्याओं का योगफल 15 है और उनके व्युत्क्रमों का योगफल  $\frac{3}{10}$  हो तो दोनों संख्याओं को ज्ञात करें। 3

The sum of two numbers is 15 and the sum of their reciprocals is  $\frac{3}{10}$  then find both the numbers.

34.  $\Delta ABC$  के शीर्ष  $A(1, -1)$  और  $B(5, 1)$  हैं। यदि त्रिभुज के गुरुत्वकेन्द्र के नियामक  $(\frac{5}{3}, 1)$  हों तो बिन्दु  $C$  के नियामक लिखें। 3

Two vertices of  $\Delta ABC$  are  $A(1, -1)$  and  $B(5, 1)$ . If the co-ordinates of the centroid be  $(\frac{5}{3}, 1)$  then find the co-ordinates of the vertex  $C$ .

35. 100 से 200 के बीच सभी विषम संख्याओं का योगफल ज्ञात करें। 3

Find the sum of all odd numbers between 100 and 200.

36. यदि किसी  $\Delta$  के कोणों की मापों का अनुपात  $2:3:4$  हो तो सबसे बड़े कोण की माप ज्ञात करें। 3

If the ratio of measurements of angles of a triangle are  $2:3:4$  then find the measure of the greatest angle.

37.  $\Delta ABC$  के शीर्ष  $A(-3, 0), B(5, -2)$  और  $C(-8, 5)$  हैं तो  $\Delta$  के गुरुत्वकेन्द्र के नियामक लिखें। 3

Find the centroid of the triangle whose vertices are  $A(-3, 0), B(5, -2)$  and  $C(-8, 5)$ .

38. एक थैले में 3 उजली तथा 2 काली गोलियाँ हैं। यदृच्छ्या एक उजली गोली निकालने की प्रायिकता निकालें। 3

A bag contains 3 white and 2 black balls. Find the probability of drawing a white ball at random.

39. सिद्ध करें कि  $\sqrt{\frac{1+\cos}{1-\cos}} + \sqrt{\frac{1-\cos}{1+\cos}} = 2\operatorname{cosec}$  3  
 Proove that  $\sqrt{\frac{1+\cos}{1-\cos}} + \sqrt{\frac{1-\cos}{1+\cos}} = 2\operatorname{cosec}$  .
40. यदि  $m = a\cos + b\sin$  और  $n = a\sin - b\cos$  तो सिद्ध करें कि  $m^2 + n^2 = a^2 + b^2$  3  
 41. निम्न सारणी का माध्य निकालें। 3

वर्ग अंतराल	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
बारंबारता	12	16	6	7	9

Find the mean of the following data.

Class Interval	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
Frequency	12	16	6	7	9

42. निम्न सारणी का बहुलक निकालें। 3

आयु वर्षों में	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14
बच्चों की संख्या	3	8	20	12	7

Find the mode of the following data.

Age in Years	4 – 6	6 – 8	8 – 10	10 – 12	12 – 14
Frequency	3	8	20	12	7

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न :-

**Long Question :-**

43. एक वर्ग का क्षेत्रफल निकालें जिसका घेरा उस आयत के घेरे के बराबर है जिसकी एक भुजा 48 मीटर है तथा उसकी चौड़ाई की तीन गुनी है। 5

Find the area of the square whose boundary is equal to the boundary of a rectangle whose one side is 48 m and three times its breadth.

44. निम्नलिखित समीकरण का ग्राफ खींचे तथा इसका प्रतिच्छेद बिन्दु ज्ञात करें। 5

$$y = 2x - 3 \text{ and } 3x - 4y = 6$$

Draw a graph for the following equations and find their intersecting point.

$$y = 2x - 3 \text{ and } 3x - 4y = 6$$

45. एक स्तम्भ के छाया की लम्बाई, स्तम्भ की ऊँचाई से  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  गुनी है। सूर्य का उन्नयन कोण ज्ञात करें। 5

The shadow of a vertical pillar is  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  times of the height of the vertical pillar. Find the angle of elevation of the sun.

अथवा OR

एक पतंग जिसकी डोरी क्षैतिज तल के साथ  $45^\circ$  का कोण बनाती है, 75 मीटर की ऊँचाई पर उड़ रही है। यदि डोरी में ढील न हो तो इसकी लम्बाई निर्धारित करें।

A Kite whose thread is inclined at an angle  $45^\circ$  with horizontal layer, is flying at the height of 75 m. Being considered that the thread is fully straight then find its length.

46. यदि  $\Delta ABC$  का कोण  $B$  न्यूनकोण हो और  $AD, BC$  अथवा  $BC$  के बढ़ाए हुए भाग पर लंब हो, तो  $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC \cdot BD$  5

If the angles  $B$  of a  $\Delta ABC$  be acute and  $AD$  is perpendicular to  $BC$  produced then  $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC \cdot BD$ .

47. 10 सेमी $\text{o}$  लंबे रेखाखंड को  $3:2$  के अनुपात में अंतः विभाजित करें। 5

Divide a line segment of 10 cm in the ratio  $3:2$  internally.

अथवा OR

यदि एक रेखा किसी त्रिभुज की दो भुजाओं को एक ही अनुपात में विभाजित करे, तो वह तीसरी भुजा के समानांतर होती है। सिद्ध करें।

If a line divides only two sides of a triangle in the same ratio, then the line is parallel to the third side, prove it.

### SOLUTION

(1) (क) (2) (ख) (3) (ख) (4) (ग) (5) (क)

(6) (ग) (7) (क) (8) (घ) (9) (ख) (10) (ग)

(11) बड़ा (12)  $\cot^2$  (13) 12 (14) 0 (शून्य) (15) 5

(16) 1 (17) 2 (18) अंतर (19)  $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

(20) 0

(21) द्विघात बहुपत =  $x^2 + 8x + 15$   
 $= x^2 + (5+3)x + 15$   
 $= x^2 + 5x + 3x + 15$   
 $= x(x+5) + 3(x+5)$   
 $= (x+3)(x+5)$

$x^2 + 8x + 5 = 0$

or,  $(x+3)(x+5) = 0$

either  $x+3=0$  or,  $x+5=0$

$\Rightarrow x=-3$   $\Rightarrow x=-5$

अभीष्ट शून्यक = -3, -5

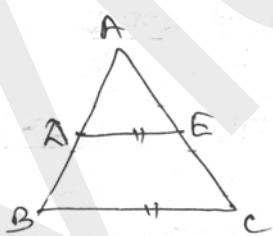
(22) द्विघात समीकरण  $x^2 + kx + 3 = 0$   
 उपर्युक्त समीकरण में  $x=1$  रखने पर

$(1)^2 + k \cdot 1 + 3 = 0$

or,  $1 + k + 3 = 0$

or,  $k = -4$  Ans.

(23)



प्रश्नानुसार,  $DE \parallel BC$  और

$AD = 3.6\text{cm}$ ,  $AB = 10\text{cm}$ ,  $AE = 4.5\text{cm}$ ,  $AC = ?$

$DB = AB - AD$

$= 10 - 3.6 = 6.4\text{cm}$

चूंकि हम जानते हैं कि यदि किसी त्रिभुज की

किसी एक भुजा के समान्तर कोई रेखा खींची जाय तो अन्य दो भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित होती हैं।

$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

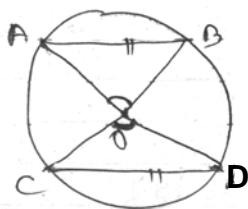
$$\text{or, } \frac{3.6}{6.4} = \frac{4.5}{EC}$$

$$\text{or, } EC = \frac{4.5 \times 6.4}{3.6 \times 10} = 8\text{cm}$$

$$AC = AE + EC$$

$$= 4.5 + 8 = 12.5\text{cm} \text{ Ans.}$$

(24)



मान लिया कि और वृत की दो समान जीवाएँ हैं जिनका केन्द्र O है। सिद्ध करना है कि—

$$\angle AOB = \angle COD$$

प्रमाणः—  $\triangle AOB$  और  $\triangle COD$  में,

$OA = OC, OB = OD$  वृत की सभी त्रिज्याएँ समान होती हैं।

$$AB = CD \text{ प्रश्नानुसार}$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD \text{ (SSS)}$$

$$\therefore \angle AOB = \angle COD \text{ (CPCT)}$$

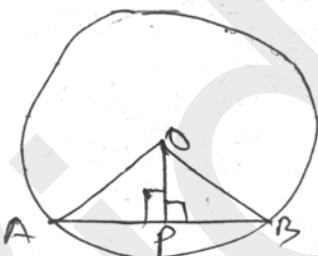
अतः वृत की समान जीवाएँ केन्द्र पर समान कोण बनाती हैं।

(25) बिन्दुओं  $(-4, 7)$  और  $(1, -5)$  के बीच की दूरी

$$= \sqrt{(1+4)^2 + (-5-7)^2}$$

$$= \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13 \text{ इकाई}$$

(26)



मान लिया कि O केन्द्र वाला वृत की जीवा AB की लंबाई 24 सेमी० है और वृत केन्द्र O से जीवा AB पर डाला गया लंब OP की लंबाई 5 सेमी० है।

$$i.e., AB = 24\text{cm}, OP = 5\text{cm}$$

$\triangle OAP$  और  $\triangle OBP$  में,

$$\angle OPA = \angle OPB = 90^\circ \text{ (प्रश्नानुसार)}$$

$$OA = OB \quad (\text{वृत की त्रिज्याएँ बराबर होती हैं})$$

$$OP = OP \quad (\text{Common})$$

$$\therefore \triangle OAP \cong \triangle OBP \text{ (RHS)}$$

$$\therefore AP \cong BP = \frac{24}{2} = 12\text{cm}$$

$\triangle OPB$  में,

$$\angle OPB = 90^\circ$$

$$\therefore (OB)^2 = (OP)^2 + (PB)^2$$

$$= 5^2 + 12^2$$

$$= 25 + 144 = 169$$

$$\therefore OB = \sqrt{169} = 13\text{cm} \text{ Ans.}$$

(27) मान लिया कि पहले और दूसरे घनों के कोरों की लंबाई क्रमशः  $x$  और  $y$  इकाई है।

प्रश्नानुसार,

$$\frac{\text{प्रथम घन का आयतन}}{\text{दूसरे घन का आयतन}} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{x^3}{y^3} = \frac{1}{8} \text{ or, } \left(\frac{x}{y}\right)^3 = \frac{1}{8} \text{ or, } \frac{x}{y} = \left(\frac{1}{8}\right)^{1/3} = \left\{\left(\frac{1}{2}\right)^3\right\}^{1/3} = \frac{1}{2}$$

कोरों का अभीष्ट अनुपात  $= x:y = 1:2$  Ans.

$$(28) \tan = \frac{\sin}{\cos} = \frac{\sin}{\sqrt{1 - \sin^2}} \text{ Ans.}$$

$$(29) \frac{\cos 80^\circ}{\sin 10^\circ} + \cos 59^\circ \operatorname{cosec} \\ = \frac{\cos(90^\circ - 10^\circ)}{\sin 10^\circ} + \cos(90^\circ - 31^\circ) \cdot \operatorname{cosec} 31^\circ \\ = \frac{\sin 10^\circ}{\sin 10^\circ} + \sin 31^\circ \cdot \operatorname{cosec} 31^\circ \\ = 1 + 1 = 2 \text{ Ans.}$$

(30) बिन्दु  $(-5, 4)$  और  $(7, -8)$  को मिलानेवाली रेखाखंड के मध्य बिन्दु के नियमक

$$= \left\{ \frac{-5+7}{2}, \frac{4+(-8)}{2} \right\} \\ = \left( \frac{2}{2}, \frac{4-8}{2} \right) \\ = \left( 1, \frac{-4}{2} \right) = (1, -2) \text{ Ans.}$$

(31) समान्तर श्रेणी  $6, 9, 12, 15, \dots$

$$\text{यहाँ } a = 6, d = t_2 - t_1 = 9 - 6 = 3$$

$$t_n = a + (n-1) \times d$$

$$t_{35} = 6 + (35-1) \times 3 \\ = 6 + (34 \times 3) \\ = 6 + 102 = 108 \text{ Ans.}$$

$$(32) x^3 - 1 = (x)^3 - (1)^3$$

$$= (x-1)(x^2 + x + 1)$$

$$x^4 + x^2 + 1 = (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 1 + (1)^2 - x^2$$

$$\begin{aligned}
 &= (x^2 + 1)^2 - x^2 \\
 &= (x^2 + 1 - x)(x^2 + 1 + x) \\
 &= (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)
 \end{aligned}$$

अभीष्ट मूल =  $x^2 + x + 1$  Ans.

(33) मान लिया कि प्रथम संख्या =  $x$

प्रश्नानुसार,

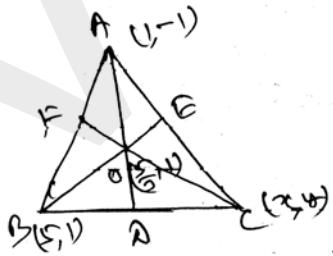
द्वितीय संख्या =  $15 - x$

प्रश्नानुसार,

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{x} + \frac{1}{15-x} = \frac{3}{10} \\
 \text{or, } &\frac{15-x+x}{x(15-x)} = \frac{3}{10} \\
 \text{or, } &45x - 3x^2 = 150 \\
 \text{or, } &3x^2 - 45x + 150 = 0 \\
 \text{or, } &3(x^2 - 15x + 50) = 0 \\
 \text{or, } &x^2 - 15x + 50 = 0 \quad (\because 3 \neq 0) \\
 \text{or, } &x^2 - (10+5)x + 50 = 0 \\
 \text{or, } &x^2 - 10x - 5x + 50 = 0 \\
 \text{or, } &x(x-10) - 5(x-10) = 0 \\
 \text{or, } &(x-5)(x-10) = 0 \\
 \therefore &x-5=0 \quad \text{or, } x-10=0 \\
 \Rightarrow &x=5 \quad \Rightarrow x=10
 \end{aligned}$$

अभीष्ट संख्या  $x=5, 10$  Ans.

(34)



मान लिया कि बिन्दु C के नियमक  $(x, y)$  हैं। तो त्रिभुज के गुरुत्व केन्द्र के नियमक

$$\begin{aligned}
 &= \left( \frac{1+5+x}{3}, \frac{-1+1+y}{3} \right) \\
 &= \left( \frac{6+x}{3}, \frac{y}{3} \right)
 \end{aligned}$$

प्रश्नानुसार,

$$\text{गुरुत्वकेन्द्र का } x \text{ नियमक} = \frac{5}{3}$$

$$\text{i.e., } \frac{6+x}{3} = \frac{5}{3}$$

or,  $6+x = 5$

or,  $x = 5 - 6 = -1$

पुनः,

गुरुत्व केन्द्र का  $y$  नियामक = 1

$$\text{or, } \frac{y}{3} = 1$$

or,  $y = 3$

अतः बिन C का नियामक =  $(-1, 3)$  Ans.

$$(35) \quad 100 + 101 + 102 + 103 + 104 + 105 + \dots + 199 + 200$$

अतः 100 से 200 के बीच सभी विषम संख्याओं का योगफल

$$101 + 103 + 105 + \dots + 199$$

यहाँ,  $a = 101$

$$d = t_2 - t_1 = 103 - 101 = 2$$

$$t_n = 199$$

$$a + (n-1)d = 199$$

$$\text{or, } 101 + (n-1)2 = 199$$

$$\text{or, } (n-1)2 = 199 - 101 = 98$$

$$\text{or, } n-1 = \frac{98}{2} = 49$$

$$\therefore n = 49 + 1 = 50$$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} \\ &= \frac{50}{2} \{2 \times 101 + (50-1)2\} \\ &= 25 \{202 + 98\} \\ &= 25 \times 300 = 7500 \text{ Ans.} \end{aligned}$$

$$(36) \quad \text{मान लिया कि अनुपात की राशि } x \text{ है।}$$

तो,  $\Delta$  का प्रथम कोण =  $2x$

द्वितीय कोण =  $3x$

तृतीय कोण =  $4x$

चूंकि  $\Delta$  के तीनों कोणों का योगफल  $180^\circ$  होता है।

$$\therefore 2x + 3x + 4x = 180^\circ$$

$$\text{or, } 9x = 180^\circ$$

$$\text{or, } x = \frac{180^\circ}{9} = 20$$

सबसे बड़ा कोण  $= 4x = 4 \times 20 = 80^\circ$  Ans.

- (37) चूँकि हम जानते हैं कि,  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  और  $(x_3, y_3)$  से बने शीर्षों वाले  $\Delta$  के गुरुत्व केन्द्र के नियामक

$$\begin{aligned} &= \left( \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right) \\ &= \left( \frac{-3 + 5 - 8}{3}, \frac{0 - 2 + 5}{3} \right) \\ &= \left( \frac{-6}{3}, \frac{3}{3} \right) = (-2, 1) \text{ Ans.} \end{aligned}$$

- (38) माना कि  $S =$  कुल परिणामों का समूह  $= \{W, W, W, B, B\}$

यहा  $W =$  उजली गोली और  $B =$  काली गोली

$$n(S) = 5$$

मान लिया  $E$  उजली गोली निकालने की घटना को प्रदर्शित करता है।

$$i.e., E = \{W, W, W\}$$

$$\text{अर्थात् } n(E) = 3$$

$$\therefore P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{5} \text{ Ans.}$$

$$\begin{aligned} (39) \quad L.H.S. &= \sqrt{\frac{1+\cos}{1-\cos}} + \sqrt{\frac{1-\cos}{1+\cos}} \\ &= \sqrt{\frac{1+\cos}{1-\cos} \times \frac{1+\cos}{1+\cos}} + \sqrt{\frac{1-\cos}{1+\cos} \times \frac{1-\cos}{1-\cos}} \\ &= \sqrt{\frac{(1+\cos)^2}{1-\cos^2}} + \sqrt{\frac{(1-\cos)^2}{1+\cos^2}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1+\cos}{\sin^2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{1-\cos}{\sin^2}\right)^2} \\ &= \frac{1+\cos}{\sin} + \frac{1-\cos}{\sin} \\ &= \frac{1+\cos + 1-\cos}{\sin} \\ &= \frac{2}{\sin} \\ &= 2 \operatorname{cosec} = R.H.S. \text{ Proved} \end{aligned}$$

- (40) प्रश्नानुसार,

$$m = a \cos + b \sin$$

और  $n = a \sin \theta - b \cos \theta$

$$\begin{aligned}
 \text{L.H.S.} &= m^2 + n^2 \\
 &= (a \cos \theta + b \sin \theta)^2 + (a \sin \theta - b \cos \theta)^2 \\
 &= a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta + 2ab \sin \theta \cos \theta \\
 &\quad + a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta - 2ab \sin \theta \cos \theta \\
 &= a^2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + b^2(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \\
 &= a^2 \cdot 1 + b^2 \cdot 1 \\
 &= a^2 + b^2 \\
 &= \text{R.H.S. Proved}
 \end{aligned}$$

(41)

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता (f)	मध्य बिन्दु (x)	$f \times x$
0 – 10	12	5	60
10 – 20	16	15	240
20 – 30	6	25	150
30 – 40	7	35	245
40 – 50	9	45	405
	$\Sigma f = 50$		$\Sigma fx = 1100$

$$\text{माध्य} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{1100}{50} = 22 \text{ Ans.}$$

(42)

आयु वर्ष में	बच्चों की संख्या
4 – 6	3
6 – 8	8
8 – 10	20
10 – 12	12
12 – 14	7

$$\text{बहुलक (Mode)} M_o = l + \frac{fo - f_{-1}}{2fo - f_{-1} - f_1} \times i$$

जहाँ,

$l$  = Modal class अर्थात् अधिकतम बारम्बारता वाला वर्ग की निम्न सीमा

$fo$  = Modal class की बारम्बारता

$f_{-1}$  = Modal class के ठीक पहले वाला वर्ग की बारम्बारता

$f_1$  = Modal class के ठीक बाद वाला वर्ग की बारम्बारता

$i$  = वर्ग अन्तराल की लंबाई

प्रश्नानुसार,, अधिकतम बारम्बारता वाला वर्ग अन्तराल ( $8 - 10$ ) जिसकी बारम्बारता 20 है।

अर्थात्  $l = 8, fo = 20, f_{-1} = 8, f_1 = 12, i = 6 - 4 = 2$

$$\text{अभीष्ट बहुलक} = 8 + \frac{20 - 8}{(2 \times 20) - 8 - 12} \times 2$$

$$= 8 + \frac{12}{40 - 20} \times 2 = 8 + \frac{12}{20} \times 2$$

$$= 8 + \frac{12}{10} = 8 + 1.2 = 9.2 \text{ वर्ष} \quad \text{Ans.}$$

(43) मान लिया कि आयत की चौड़ाई  $= x$  मी॰

प्रश्नानुसार,

$$3x = 48$$

$$\text{or, } x = \frac{48}{3} = 16 \text{ मी॰}$$

$$\text{आयत का घेरा अर्थात् परिमिति} = (\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई})$$

$$= 2(48 + 16)$$

$$= 2 \times 64$$

$$= 128 \text{ मी॰}$$

प्रश्नानुसार,

वर्ग का घेरा अर्थात् परिमिति = आयत का घेरा अर्थात् परिमिति

$$4 \times \text{भुजा} = 128$$

$$\text{or, } \text{भुजा} = \frac{128}{4} = 32 \text{ मी॰}$$

$$\therefore \text{वर्ग की क्षेत्रफल} = (\text{भुजा})^2$$

$$= (32)^2$$

$$= 1024 \text{ वर्ग मीटर} \quad \text{Ans.}$$

$$(44) \quad y = 2x - 3 \quad \dots(1)$$

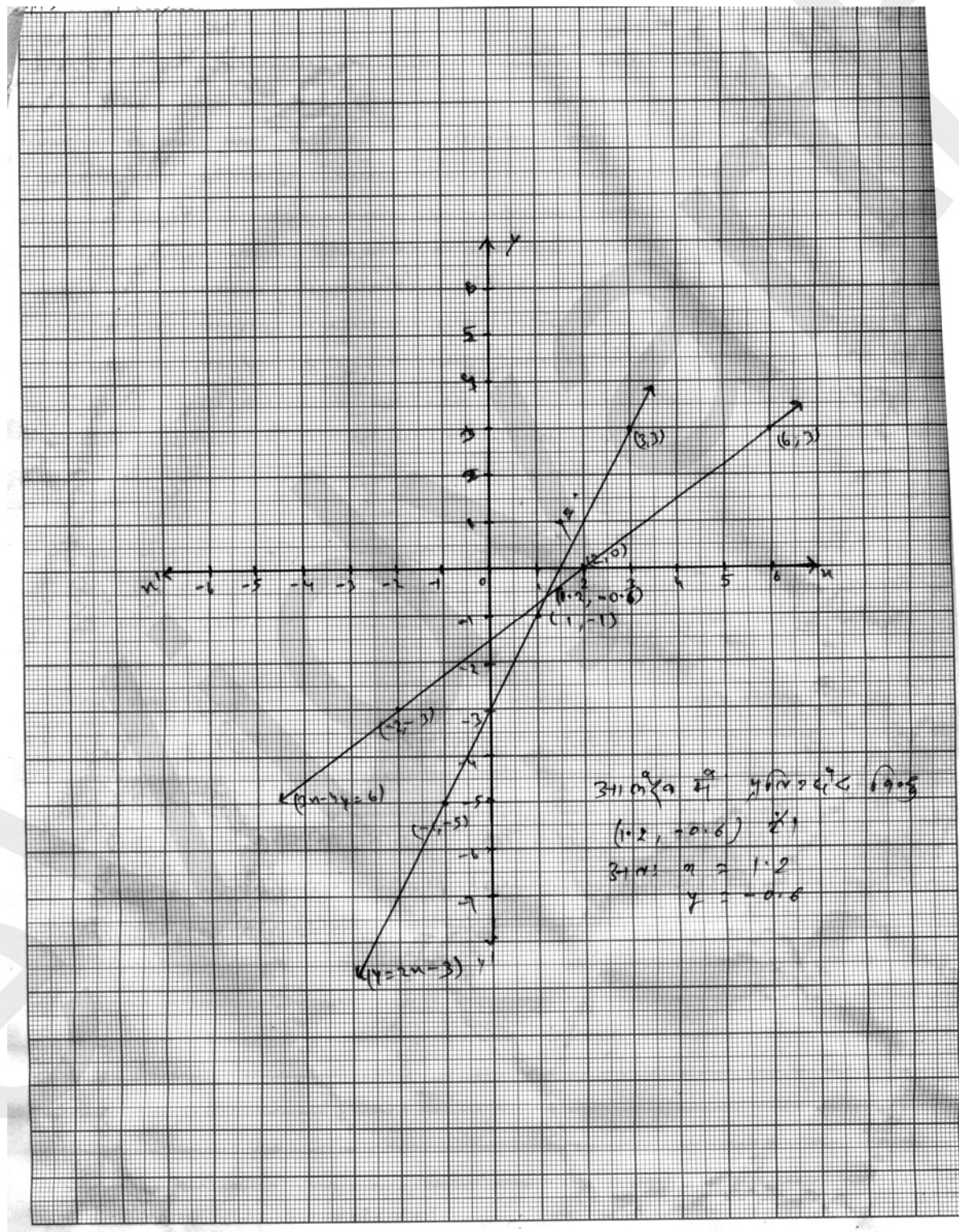
$$\text{and } 3x - 4y = 6 \quad \dots(2)$$

$$\text{समी० (1) } y = 2x - 3$$

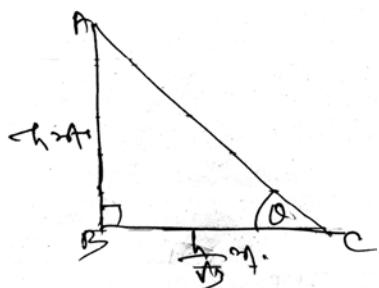
$x$	1	3	-1
$y$	-1	3	-5
$(x, y)$	(1, -1)	(3, 3)	(-1, -5)

সমীক্ষা (2)  $3x - 4y = 6$

$x$	2	6	-2
$y$	0	3	-3
$(x, y)$	(2, 0)	(6, 3)	(-2, -3)



(45)



मान लिया कि AB एक  $h$  मीटर ऊँचा स्तम्भ है। सूर्य के प्रकाश में स्तम्भ की छाया BC है जिससे सूर्य का उन्नयन कोण धरातल के C बिन्दु पर कोण बनाता है।

प्रश्नानुसार,

$$\begin{aligned} \text{स्तम्भ छाया } BC \text{ की लम्बाई} &= h \times \frac{1}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{h}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

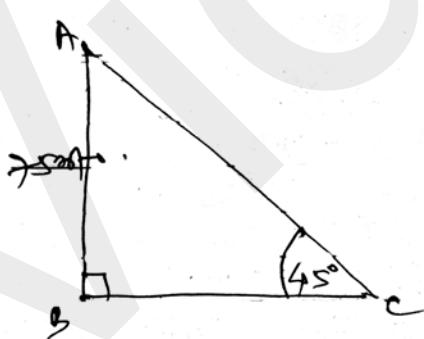
 $\Delta ABC$  में,

$$\angle ABC = 90^\circ \text{ और } \angle ACB =$$

$$\therefore \tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$$

$$\begin{aligned} \text{or, } \tan &= \frac{h}{h/\sqrt{3}} \\ &= h \times \frac{\sqrt{3}}{h} = \sqrt{3} \\ &= \tan 60^\circ \\ \therefore &= 60^\circ \text{ Ans.} \end{aligned}$$

'अथवा' 'or'



मान लिया कि एक पतंग पृथ्वी के धरातल B से 75 मीटर की ऊँचाई पर A बिन्दु पर उड़ रही है जिसकी डोरी AC की लम्बाई ज्ञात करनी है, क्षैतिज तल C बिन्दु पर  $45^\circ$  का कोण बनाती है।

$$\text{अर्थात् } \angle ACB = 45^\circ$$

 $\Delta ABC$  में

$$\angle ABC = 90^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \sin \angle ACB &= \sin 45^\circ = \frac{AB}{AC} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} &= \frac{75}{AC} \end{aligned}$$

$$\text{or, } AC = 75\sqrt{2} \text{ मीटर Ans.}$$

$$= 75 \times 1.414 = 106.05 \text{ मीटर Ans.}$$

(46) समकोण त्रिभुज ADB में

$\angle D$  = एक समकोण

$\therefore$  पाथागोरस प्रमेय से

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 \quad \dots (1)$$

फिर समकोण त्रिभुज ADC में

$\angle D$  = एक समकोण

$\therefore$  पाथागोरस प्रमेय से

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 \quad \dots (2)$$

चित्र (I) से  $DC = BC - BD$

$$\therefore DC^2 = (BC - BD)^2 = BC^2 - 2BC \cdot BD + BD^2$$

चित्र (II) से  $DC = DB - CB$

$$\therefore DC^2 = (DB - CB)^2 = DB^2 - 2DB \cdot CB + CB^2$$

$$= BD^2 - 2BC \cdot BD + BC^2$$

$$= BC^2 - 2BC \cdot BD + BD^2$$

$\therefore$  दोनों चित्र में,

$$DC^2 = BC^2 - 2BC \cdot BD + BD^2$$

दोनों ओर  $AD^2$  जोड़ने पर  $AD^2 + DC^2 = BC^2 - 2BC \cdot BD + AD^2 + BD^2$

(1) और (2) को प्रयोग में लाने पर

$$AC^2 = BC^2 - 2BC \cdot BD + AB^2$$

$$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC \cdot BD \quad \text{Proved.}$$

(47) रचना के चरण :-

(i)  $AB = 10\text{cm}$  एक रेखाखंड खींचा।

(ii) AB के साथ बिन्दु A पर कोई न्यूनकोण बनाती हुई रेखा AD खींचा।

(iii) AD पर 5 (3+2) बराबर चाप AL, LM, MN, NQ, QC

काटकर L, M, N, Q, C अंकित करेंगे।

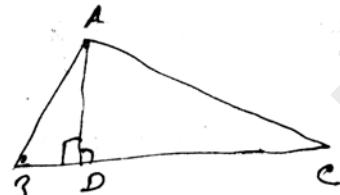
(iv) C और B को मिला देंगे।

(v) तीसरे बिन्दु (अंश = 3)

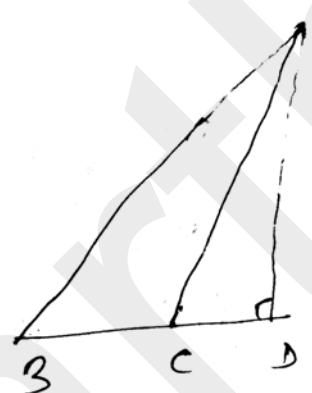
N से  $NP \parallel BC$  खींचा जो AB को P पर काटती है।

इस प्रकार P बिन्दु AB को 3:2 के अनुपात में अंतः

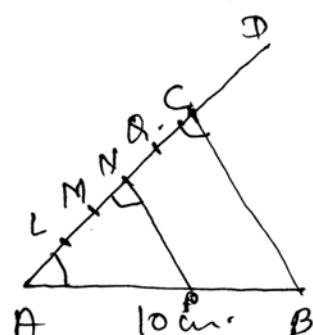
विभाजित करता है।



चित्र (I)



चित्र (II)



(48) मान लिया कि ABC एक त्रिभुज है।

इसमें एक रेखा DE जो क्रमशः AB, AC पर स्थित है। इस प्रकार

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

तो सिद्ध करना है कि  $DE \parallel BC$

बनावट – मान लिया कि  $DE, BC$  के समान्तर नहीं हैं

तो  $BC$  के समान्तर एक अन्य रेखा  $DE'$  खींचा।

प्रमाण – बनावट के अनुसार  $DE' \parallel BC$

$\therefore$  थैल्स प्रमेय से,

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE'}{E'C}$$

परन्तु दिया हुआ है

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\therefore \frac{AE}{EC} = \frac{AE'}{E'C}$$

दोनों तरफ 1 जोड़ने पर

$$\Rightarrow \frac{AE}{EC} + 1 = \frac{AE'}{E'C} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{AE + EC}{EC} = \frac{AE' + E'C}{E'C}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{EC} = \frac{AC}{E'C}$$

$$\Rightarrow EC = E'C$$

यह तभी संभव है जब  $E$  एवं  $E'$  एक ही बिन्दु पर हो। अतः  $BC$  के समान्तर रेखा  $DE$  ही है,  $DE'$  नहीं है।

$\therefore DE \parallel BC$  Proved.

