

MATHEMATICS - (गणित)

समय : 3 घंटा 15 मिनट

पूर्णक : 100

Time : 3 Hrs. 15 Minutes

Full Marks : 100

प्रश्नों की कुल संख्या : 47

Total No. of Questions : 47

परीक्षा के लिये निर्देश :

Instructions to the Candidate :

1. परीक्षार्थी यथासंभव अपने शब्दों में ही उत्तर दें।

Candidates are required to give their answers in their own words as far Practicable.

2. दाहिनी ओर हाशिये पर दिये हुए अंक पूर्णक निर्दिष्ट करते हैं।

Figures in the right hand margin indicate full marks.

3. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

All Questions are Compulsory.

4. इस प्रश्नपत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का अतिरिक्त समय दिया गया है।

15 Minutes of extra time have been allotted for Candidates to read the Questions.

गणित (सेट-5)

MATH (SET-5)

समय : 3 घंटा 15 मिनट

Time : 3 Hrs 15 Min.

Full Marks : 100

सही उत्तर चुने :-

Choose the correct answer :-

1. चक्रीय चतुर्भुज के चारो कोणों को योग होगा। 1
(क) 180° (ख) 540° (ग) 360° (घ) सभी
Sum of four angles of quadrilateral will be ?
(a) 180° (b) 540° (c) 360° (d) All
2. $\cot 60^\circ$ का मान होगा। 1
(क) $\sqrt{3}$ (ख) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ग) 1 (घ) 0
Value of $\cot 60^\circ$ will be
(a) $\sqrt{3}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (c) 1 (d) 0
3. निश्चित घटना का प्रायिकता होती है। 1
(क) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ख) 0 (ग) 1 (घ) $\frac{1}{2}$
Probability of sure event is ?
(a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (b) 0 (c) 1 (d) $\frac{1}{2}$
4. $\sin(90^\circ - A)$ निम्न में किसके किसके बराबर है ? 1
(क) $\cos A$ (ख) $\tan A$ (ग) $\sec A$ (घ) $\operatorname{cosec} A$
 $\sin(90^\circ - A)$ is equal to which of the following ?
(a) $\cos A$ (b) $\tan A$ (c) $\sec A$ (d) $\operatorname{cosec} A$
5. प्रथम पाँच सम प्राकृत संख्याओं का माध्य होगा— 1
(क) 8 (ख) 10 (ग) 4 (घ) 6
Mean of the first five even natural number will be
(a) 8 (b) 10 (c) 4 (d) 6
6. दो वृत्तों की त्रिज्याओं का अनुपात 1 : 3 है तो क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा ? 1
(क) 1 : 9 (ख) 2 : 9 (ग) 3 : 2 (घ) 2 : 3

If the ratio of radius of two circles is 2 : 3 then the ratio of their area will be

- (a) 1 : 9 (b) 2 : 9 (c) 3 : 2 (d) 2 : 3

7. यदि सूर्य की उन्नति कोण 60° है, तब 30 मी० लंबी छाया बनाने वाली उदग्र मीनार की ऊँचाई है ? 1

- (क) $3\sqrt{3}$ m (ख) $\frac{30}{\sqrt{3}}$ m (ग) 5 m (घ) $30\sqrt{3}$ m

If the altitude of the sun is 60° then what is the height of the vertical tower making the 30 metre long shadow

- (a) $3\sqrt{3}$ m (b) $\frac{30}{\sqrt{3}}$ m (c) 5 m (d) $30\sqrt{3}$ m

8. एक अर्द्धगोले का आयतन 19404 सेमी 3 है, तो अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल क्या होगा? 1

- (क) 2772 सेमी 2 (ख) 3696 सेमी 2 (ग) 3632 सेमी 2 (घ) 2316 सेमी 2

What will curved surface area of Hemisphere whose volume is 19404 cm 3

- (क) 2772 cm 2 (ख) 3696 cm 2 (ग) 3632 cm 2 (घ) 2316 cm 2

9. बिन्दु P से किसी वृत्त की स्पर्श रेखा की लम्बाई 24 सेमी० है और केन्द्र से P की दूरी 25 सेमी० है, तो वृत्त की त्रिज्या है— 1

- (क) 21 सेमी० (ख) 28 सेमी० (ग) 12.5 सेमी० (घ) 7 सेमी०

If length of the tangent of a circle from point P is 24 cm and distance from centre of P is 25 cm then the radius of the circle is

- (a) 21 cm (b) 28 cm (c) 12.5 cm (d) 7 cm

10. $(-3, -3)$ किस पाद में होगा ? 1

- (क) तृतीय पाद (ख) चतुर्थ पाद (ग) प्रथम पाद (घ) द्वितीय पाद

Which quadrant will the point $(-3, -3)$ lie ?

- (a) Third quadrant (b) Fourth quadrant (c) First quadrant (d) Second quadrant

रिक्त स्थानों की पूर्ति करे :-

Fill in the blanks :-

11. $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल वास्तविक और असामन हैं यदि हो। 1

The roots of $ax^2 + bx + c = 0$ is real and unequal if

12. $\operatorname{cosec}(90^\circ - A) = \dots\dots\dots$ 1

13. 7, 8, 9, 7, 8, 9, 9, 3, 5, 4 का बहुलक है । 1

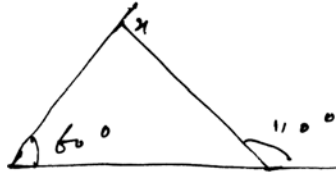
What's mode of 7, 8, 9, 7, 8, 9, 9, 3, 5, 4

14. $\frac{17}{25}$ का दशमलव प्रसार होता है। 1

Decimal expansions of $\frac{17}{25}$ is

15. दिये गये चित्र में x का मान होगा। 1

What will be the value of x in the given figure (triangle) ?



16. दो बहुभुज समरूप होते हैं। यदि उनके संगत कोण बराबर हो तथा संगत भुजाएँ हों। 1

Two regular polygon will be similar if their corresponding angle are equal and corresponding sides be

17. कार्तीय तल में स्थित किसी बिन्दु $(-4, 5)$ में कोटि का मान होगा। 1

The value of ordinate of point $(-4, 5)$ in cartesian plan

18. A.P 5, 9, 13, 17, का सार्वतर होगा। 1

The common difference of A.P. 5, 9, 13, 17 is

19. $\sin 60^\circ \cos 30^\circ - \sin 30^\circ \cos 60^\circ$ का मान होता है। 1

The value of $\sin 60^\circ \cos 30^\circ - \sin 30^\circ \cos 60^\circ$ is

20. क्या $x^2 - 3x + 2 = 0$ का एक मूल 2 है ? 1

Is 2 a root in $x^2 - 3x + 2 = 0$

अति लघु उत्तरीय प्रश्न:-

Very Short Questions :-

21. दिये गए A.P 16, 22, 28, 34, का पहला पद और सार्व अंतर ज्ञात करें। 2

Find the first term and common difference in the given A.P 16, 22, 28, 34,

22. सिद्ध करें कि $\cot 48^\circ \cot 33^\circ \cot 42^\circ \cot 57^\circ = 1$ 2

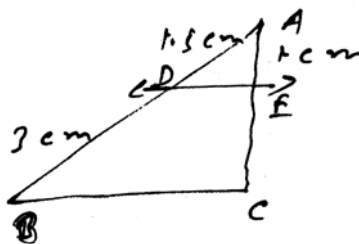
Prove that $\cot 48^\circ \cot 33^\circ \cot 42^\circ \cot 57^\circ = 1$

23. यदि $\cos A = \frac{3}{4}$ तो $\sin A$ और $\tan A$ का मान निकालें। 2

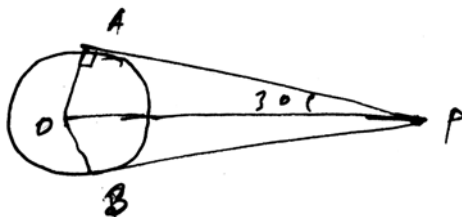
If $\cos A = \frac{3}{4}$ then find the value of $\sin A$ and $\tan A$.

24. आकृति में $DE \parallel BC$ हैं तो EC ज्ञात कीजिए। 2

In the figure $DE \parallel BC$ then find EC ?



25. बगल के चित्र में PA और PB वृत्त की स्पर्श रेखा हैं तथा $\angle APO = 30^\circ$ तो $\angle AOB$ क्या होगा? 2
In the figure PA and PB is tangent line of circle and $\angle APO = 30^\circ$ then what is the value of $\angle AOB$.

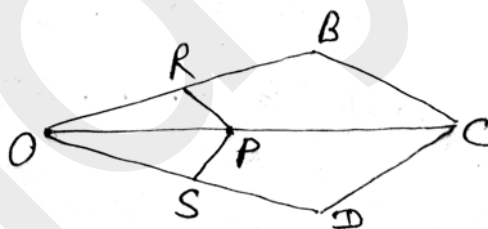


26. द्विघात समीकरण $6x^2 - x - 2 = 0$ के प्रकृति ज्ञात करें। 2
Find the nature of the quadratic equation $6x^2 - x - 2 = 0$.
27. अनुपातों $\frac{a_1}{a_2}, \frac{b_1}{b_2}, \frac{c_1}{c_2}$ की तुलना कर ज्ञात कीजिए कि दिये गये रैखिक समीकरण का युग्म संगत है या असंगत। 2

$$2x - 3y = 8 \text{ तथा } 4x - 6y = 9$$

On comparing the ratios $\frac{a_1}{a_2}, \frac{b_1}{b_2}, \frac{c_1}{c_2}$ of the given linear equations $2x - 3y = 8$ and $4x - 6y = 9$, find out whether the given pair of linear equations consistent or inconsistent.

28. दिए गए के चित्र में यदि $PR \parallel CB$ और $PS \parallel CD$ हो तो सिद्ध करें कि $\frac{OR}{OB} = \frac{OS}{OD}$ 2
In the given figure if $PR \parallel CB$ and $PS \parallel CD$ then prove that $\frac{OR}{OB} = \frac{OS}{OD}$.



29. एक समद्विबाहु $\triangle ABC$ में $\angle C = 90^\circ$ तो सिद्ध करें कि $AB^2 = 2AC^2$ 2
Angle ($\angle C$) = 90° in an isosceles triangle then prove that $AB^2 = 2AC^2$.
30. उस गोले का पृष्ठ क्षेत्रफल निकालें जिसका व्यास 14 सेमी० है। 2
Find the surface area of sphere where diameter is 14 cm.
31. यदि बिन्दु $P(2, -3)$ की दूरी $Q(10, y)$ से 10 इकाई हो तो y का मान ज्ञात करें। 2
If the distance from $Q(10, y)$ to point $P(2, -3)$ is 10 unit then find the value of y .

लघु उत्तरीय प्रश्न :-

Short Questions:-

32. सिद्ध करें कि $5 - \sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है। 3
 Prove that $5 - \sqrt{3}$ is irrational.
33. 1 सेमी० व्यास, वाली 8 सेमी० लंबी ताँबे की एक छड़ को एक समान चौड़ाई वाले 18 मी० लंबे एक तार के रूप में खींचा जाता है। तार की मोटाई ज्ञात करें। 3
 A copper rod of diameter 1 cm and lenth 8 cm is drawn into a wire of length 18 m of uniform thickness. Find the thickness of the wire ?
34. सिद्ध कीजिए कि $(1 - \sin A)(\sec A + \tan A) = 1$ 3
 Prove that $(1 - \sin A)(\sec A + \tan A) = 1$
35. अनुपातों $\cos A$, $\tan A$ और $\sec A$ को $\sin A$ के पदों में व्यक्त कीजिए। 3
 Express the ratios $\cos A$, $\tan A$ and $\sec A$ in terms of $\sin A$.
36. किसी भिन्न के अंश और हर का योग 10 है। यदि हर में 2 जोड़ दिया जाय तो भिन्न $\frac{1}{2}$ हो जाता है। भिन्न ज्ञात करें। 3
 The sum of numerator and denominator of any fraction is 10. If 2 is added to denominator the fraction becomes $\frac{1}{2}$. Find the fraction.
37. दो अंकों वाली कितनी संख्याएँ 3 से विभाज्य हैं ? 3
 How many number of two digit is divisible by 3 ?
38. एक थैले में 3 लाल और 5 काली गेंद है इस थैले से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है। इसकी प्रायिकता क्या होगी कि गेंद (क) लाल है, (ख) लाल नहीं है। 3
 In a bag there is 3 red and 5 black balls. One ball is taking out atrandom. What will be probability of ball in (a) is it red ? (b) is it not red ?
39. सिद्ध कीजिए कि $\frac{\cot A - \cos A}{\cot A + \cos A} = \frac{\operatorname{cosec} A - 1}{\operatorname{cosec} A + 1}$ 3
 Prove that $\frac{\cot A - \cos A}{\cot A + \cos A} = \frac{\operatorname{cosec} A - 1}{\operatorname{cosec} A + 1}$.
40. निम्नलिखित बारंबारता वितरण का बहुलक ज्ञात करें। 3
 Find the Mode of following frequency distribution.
- | | | | | | |
|-------------|------|-------|-------|-------|-------|
| वर्ग अंतराल | 6-10 | 11-15 | 16-20 | 21-25 | 26-30 |
| बारंबारता | 20 | 30 | 50 | 40 | 10 |
41. द्विघात समीकरण $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$ के मूल ज्ञात कीजिए। 3
 Find the roots of the quadratic equation $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$.
42. यदि $\sin 3A = \cos(A - 26^\circ)$ हो जहाँ, $3A$ एक न्यूनकोण है तो A का मान ज्ञात कीजिए। 3
 If $\sin 3A = \cos(A - 26^\circ)$ where $3A$ is an acute angle. Find the value of A .

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न :-

Long Question :-

43. ग्राफीय विधि से समीकरण हल करें।

5

Solve the equation by graphically.

$$x - 4y + 14 = 0$$

$$3x + 2y - 14 = 0$$

44. एक समतल जमीन पर खड़ी मीनार की छाया उस स्थित में 30 मी० अधिक लंबी हो जाती है जब कि सूर्य का उन्नतांश 60° से घटकर 30° हो जाता है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

5

The shadow of a tower standing on a level ground is found to be 30m longer when the sun's altitude is 30° than when it is 60° . Find the height of the tower.

45. पानी से पूरी भरी हुई एक अर्द्धगोलाकार टंकी को एक पाइप द्वारा $3\frac{4}{7}$ लीटर प्रति सेकेंड की दर से खाली किया जाता है। यदि टंकी का व्यास 3 मी० है तो वह कितने समय में आधी खाली हो जायेगी ? ($= \frac{22}{7}$)

5

A hemispherical tank full of water is emptied by a pipe at the rate of $3\frac{4}{7}$ ltr/sec. How

much time will it take to empty half of the tank, if it is 3 m in diameter? (take $= \frac{22}{7}$)

46. $\triangle ABC$ में $\angle C$ समकोण है। यदि C से AB पर खींचे गये लंब की लंबाई P हो और $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$ और $CD = p$ तो सिद्ध करें कि $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$

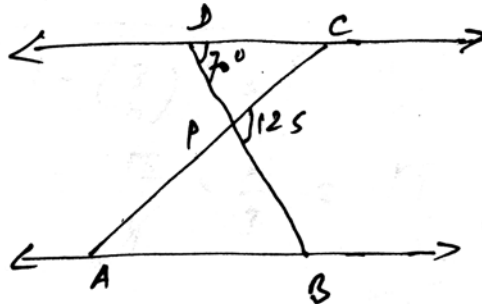
5

ABC is a right triangle in which $\angle C = 90^\circ$, $CD \perp AB$. If $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$ and $CD = p$ then prove that $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$.

अथवा 'OR'

46. बगल के चित्र में $\triangle PDC \sim \triangle PBA$, $\angle BPC = 125^\circ$, $\angle CDP = 70^\circ$ तो $\angle DPC$, $\angle DCP$ एवं $\angle PAB$ ज्ञात करें।

In side by figure $\triangle PDC \sim \triangle PBA$, $\angle BPC = 125^\circ$, $\angle BPC = 125^\circ$ and $\angle CDP = 70^\circ$ then find $\angle DPC$, $\angle DCP$ and $\angle PAB$?



47. 3 सेमी० त्रिज्या वाले वृत्त के बाहर स्थित एक बिन्दु से उस पर स्पर्श रेखाओं की रचना करें।

5

To construct the tangents to a circle of radius 3 cm from a point outside it ?

SOLUTION

- (1) (ग) (2) (ख) (3) (ग) (4) (क) (5) (घ)
 (6) (क) (7) (घ) (8) (क) (9) (घ) (10) (क)
 (11) $b^2 - 4ac > 0$ (12) $\sec A$ (13) 9 (14) 0.68
 (15) 130° (16) समानुपाती (17) -4 (18) $\frac{1}{3}$ (19) $\frac{1}{2}$

(20) हाँ

(21) पहला पद (a) = 16

$$\begin{aligned} \text{सार्व अंतर } (d) &= \text{दूसरा पद} - \text{पहला पद} \\ &= 22 - 16 = 6 \text{ Ans.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (22) \quad \text{L.H.S.} &= \cot 48^\circ \cot 33^\circ \cot 42^\circ \cot 57^\circ \\ &= \cot(90^\circ - 42^\circ) \cot(90^\circ - 57^\circ) \cot 42^\circ \cot 57^\circ \\ &= \tan 42^\circ \tan 57^\circ \cot 42^\circ \cot 57^\circ \\ &= \tan 42^\circ \tan 57^\circ \frac{1}{\tan 42^\circ} \frac{1}{\tan 57^\circ} = 1 \quad \text{R.H.S. Proved} \end{aligned}$$

(23) Given $\cos A = \frac{3}{4}$

$$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{\sqrt{7}}{3} \text{ Ans.}$$

(24) दिया गया है $\triangle ABC$ में $DE \parallel BC$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{AD}{BD} &= \frac{AE}{EC} \\ \frac{1.5}{3} &= \frac{1}{EC} \Rightarrow EC = \frac{3}{1.5} \end{aligned}$$

$$BC = \frac{3 \times 10}{15} = 2 \therefore BC = 2 \text{ cm Ans.}$$

(25) $\therefore \angle APO = 30^\circ$

$OA \perp AP$ पर

$\therefore \angle OAP = 90^\circ$

$$\therefore \angle AOP = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \text{ Ans.}$$

(26) दिया हुआ है— $6x^2 - x - 2 = 0$

$$\text{यहाँ } a = 6, b = -1, c = -2$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$= (-1)^2 - 4 \times 6 \times -2$$

$$= 1 + 48 = 49 > 0$$

$$\therefore D > 0$$

$\therefore$ मूल वास्तविक और असमान है।

$$(27) \quad 2x - 3y = 8$$

$$4x - 6y = 9$$

$$a_1 = 2, \quad b_1 = -3, \quad c_1 = 8$$

$$a_2 = 4, \quad b_2 = -6, \quad c_2 = 9$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{9}, \quad \therefore \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{8}{9} \quad \text{अर्थात्} \quad \frac{b_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

अतः रेखिक समीकरणों का युग्म संगत है।

(28) चित्रानुसार

$\triangle OBC$ में, $PR \parallel CB$

थेलस प्रमेय से

$$\frac{OR}{OB} = \frac{OP}{OC} \quad \dots (1)$$

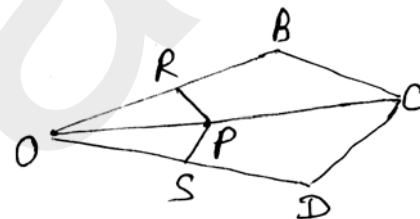
पुनः $\triangle OCD$ में, $PS \parallel CD$

थेलस प्रमेय से

$$\frac{OP}{OC} = \frac{OS}{OD} \quad \dots (2)$$

अतः (1) और (2) से

$$\frac{OR}{OB} = \frac{OS}{OD} \quad \text{सत्यापित।}$$



(29) दिया गया है प्रश्न से $\triangle ABC$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसका कोण C समकोण है।

सिद्ध करना है— $AB^2 = 2AC^2$

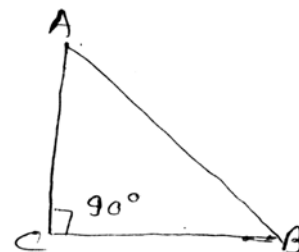
$\triangle ACB$ में,

$\angle C = 90^\circ$, $AC = BC$ (दिया है)

$AB^2 = AC^2 + BC^2$ (पाइथगोरस प्रमेय से)

$$= AC^2 + AC^2 \quad [BC = AC]$$

तो $AB^2 = 2AC^2$ सिद्ध हुआ



(30) हम जानते हैं कि प्रश्न से

$$d = 14\text{cm},$$

$$\therefore r = \frac{d}{2} = \frac{14}{2} = 7\text{cm}$$

$$\begin{aligned}
 \text{गोले का पृष्ठ क्षेत्रफल} &= 3r^2 \\
 &= 3 \times \frac{22}{7} \times (7)^2 = 3 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \\
 &= 462\text{cm}^2 \quad \text{Ans.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (31) \quad PQ &= \sqrt{(2-10)^2 + (-3-y)^2} \\
 PQ^2 &= 8^2 + (3+y)^2 \quad \text{प्रश्न से } PQ=10 \\
 10^2 &= 64 + 9 + 6y + y^2 \\
 \text{or, } y^2 + 6y - 27 &= 0 \\
 \text{or, } y^2 + 9y - 3y - 27 &= 0 \\
 \text{or, } y(y+9) - 3(y+9) &= 0 \\
 \text{or, } (y+9)(y-3) &= 0 \\
 \therefore y &= -9, 3 \quad \text{Ans.}
 \end{aligned}$$

$$(32) \quad \text{माना कि } 5 - \sqrt{3} \text{ एक परिमेय संख्या है।}$$

$$\therefore 5 - \sqrt{3} = \frac{a}{b}, \quad \text{जहाँ } a \text{ और } b \text{ } (b \neq 0) \text{ सहअभाज्य संख्याएँ हैं।}$$

$$\text{अतः } 5 - \frac{a}{b} = \sqrt{3} \text{ है।}$$

इसी समीकरण में पुनर्व्यवस्थित करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$\sqrt{3} = 5 - \frac{a}{b}$$

चूँकि a और b पूर्णांक संख्याएँ हैं, इसलिए $5 - \frac{a}{b}$ एक परिमेय संख्या है अर्थात् $\sqrt{3}$ परिमेय संख्या है।

परंतु इससे इस तथ्य का विरोधाभास प्राप्त होता है कि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

हमें यह विरोधाभास अपनी गलत कल्पना के कारण प्राप्त हुआ है कि $5 - \sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

अतः हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $5 - \sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

$$(33) \quad \text{छड़ का आयतन} = \pi \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8 \text{ cm}^3 = 2 \text{ cm}^3$$

$$\text{समान आयतन वाले तार की लंबाई} = 18\text{m} = 1800\text{cm}$$

यदि तार के अनुप्रस्थ की त्रिज्या r है तो,

$$\text{तार का आयतन} = \pi r^2 \times 1800 \text{ cm}^3$$

$$\text{अतः } r^2 \times 1800 = 2$$

$$r^2 = \frac{2}{\times 1800} = \frac{1}{900}$$

$$r^2 = \frac{1}{900}$$

$$r = \sqrt{\frac{1}{900}} = \frac{1}{30} \text{ cm}$$

अतः तार के अनुप्रस्थ तार का व्यास, तार की चौड़ाई $\frac{1}{15} \text{ cm}$ यानि 0.67mm (लगभग)

$$\begin{aligned} (34) \quad \text{L.H.S.} &= \sec A(1-\sin A)(\sec A + \tan A) \\ &= \left(\frac{1}{\cos A}\right)(1-\sin A)\left(\frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A}\right) \\ &= \frac{(1-\sin A)(1+\sin A)}{\cos^2 A} \\ &= \frac{1-\sin^2 A}{\cos^2 A} = \frac{\cos^2 A}{\cos^2 A} = 1 = \text{R.H.S. Proved} \end{aligned}$$

(35) हम जानते हैं कि

$$\cos^2 A + \sin^2 A = 1$$

$$\text{So, } \cos^2 A = 1 - \sin^2 A$$

$$\text{अर्थात्, } \cos A = \pm \sqrt{1 - \sin^2 A}$$

$$\text{इससे यह प्राप्त होता है } \cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$$

$$\text{अतः } \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\sin A}{\sqrt{1 - \sin^2 A}}$$

$$\text{और } \sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 A}}$$

$$(36) \quad \text{माना कि भिन्न} = \frac{x}{y}$$

$$\text{प्रश्नानुसार, } x + y = 10 \quad (i)$$

$$\frac{x}{y+2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{या, } 2x = y + 2 \quad \therefore 2x - y = 2 \quad (ii)$$

समी० (i) तथा (ii) को जोड़ने पर

$$x + y = 10$$

$$\frac{2x - y = 2}{3x = 12}$$

$$\therefore x = \frac{12}{3} = 4$$

$x = 4$ समी० (i) रखने पर

$$\therefore 4 + y = 10$$

$$\therefore y = 6$$

$$\text{अतः अभीष्ट भिन्न} = \frac{x}{y} = \frac{4}{6}$$

- (37) 10, 11, 12, 13,, 99 में अंकों वाली उसे विभाज्य संख्याएँ 12, 15, 18, 21, 24,, 99 यहाँ से संक्षेप के लिए $a=12, d=15-12=3, l=99$

$$l = a + (n-1) \times d$$

$$99 = 12 + (n-1) \times 3$$

$$\Rightarrow \frac{99-12}{3} = n-1 \Rightarrow \frac{87}{3} = n-1$$

या $n-1=29, \therefore n=30$ Ans.

- (38) थैले में कुल गेंदें $= 3+5=8 \therefore$ कुल संभावित परिणामों की संख्या $= 8$

(क) $P(\text{लाल गेंद}) = \frac{3}{8}$

(ख) $P(\text{लाल गेंद नहीं}) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ Ans.

$$\begin{aligned} (39) \quad \text{L.H.S.} &= \frac{\cot A - \cos A}{\cot A + \cos A} = \frac{\frac{\cos A}{\sin A} - \cos A}{\frac{\cos A}{\sin A} + \cos A} \\ &= \frac{\cos A \left(\frac{1}{\sin A} - 1 \right)}{\cos A \left(\frac{1}{\sin A} + 1 \right)} = \frac{\left(\frac{1}{\sin A} - 1 \right)}{\left(\frac{1}{\sin A} + 1 \right)} = \frac{\csc A - 1}{\csc A + 1} = \text{R.H.S} \end{aligned}$$

- (40) यहाँ बहुलक वर्ग 16-20 है।

क्योंकि इसकी बारंबारता सर्वाधिक है।

16-20 में अपवर्ती बनाने पर यह वर्ग $= 15.5 - 20.5$

इस प्रकार, $l=15.5, f_0=50, f_{-1}=30, f_i=40, i=5$

$$\therefore \text{Mode} = l + \frac{f_0 - f_{-1}}{2f_0 - f_{-1} - f_i} \times i \text{ से}$$

$$M_0 = 15.5 + \frac{50 - 30}{2 \times 50 - 30 - 40} \times 5 = 15.5 + \frac{20}{30} \times 5$$

$$= 15.5 + 3.33 = 18.83$$

$$\begin{aligned} (41) \quad 3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 &= 3x^2 - \sqrt{6}x - \sqrt{6}x + 2 \\ &= \sqrt{3}x(\sqrt{3}x - \sqrt{2}) - \sqrt{2}(\sqrt{3}x - \sqrt{2}) \\ &= (\sqrt{3}x - \sqrt{2})(\sqrt{3}x - \sqrt{2}) \end{aligned}$$

अतः समीकरण के मूल x के वे मान हैं, जिनके लिए

$$\therefore (\sqrt{3}x - \sqrt{2})(\sqrt{3}x - \sqrt{2}) = 0$$

$$\sqrt{3}x - \sqrt{2} = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

पुनः , $\sqrt{3}x - \sqrt{2} = 0 \therefore x = \sqrt{\frac{2}{3}}$

अतः $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$ के मूल $\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}}$ हैं।

(42) यहाँ दिया हुआ है कि $\sin 3A = \cos(A - 26^\circ) \dots (1)$

$\sin 3A = \cos(90^\circ - 3A)$ इसलिए हम (1) को इस रूप में लिख सकते हैं।

$\cos(90^\circ - 3A) = \cos(A - 26^\circ)$

क्योंकि $90^\circ - 3A$ और $A - 26^\circ$ दोनों न्यूनकोण है तो

$90^\circ - 3A = A - 26^\circ \Rightarrow -3A - A = -26 - 90$ प्राप्त होता है।

$\Rightarrow -4A = -116 \therefore A = \frac{116}{4} \Rightarrow A = 29^\circ$

(43) $x - 4y + 14 = 0 \dots (1)$

and $3x + 2y - 14 = 0 \dots (2)$

समी० (1) $x - 4y + 14 = 0$

$x - 4y = -14$

$x + 14 = 4y$

$\frac{x + 14}{4} = y$

समी० (2) $3x + 2y - 14 = 0$

$3x + 2y = 14$

$3x = 14 - 2y$

$x = \frac{14 - 2y}{3}$

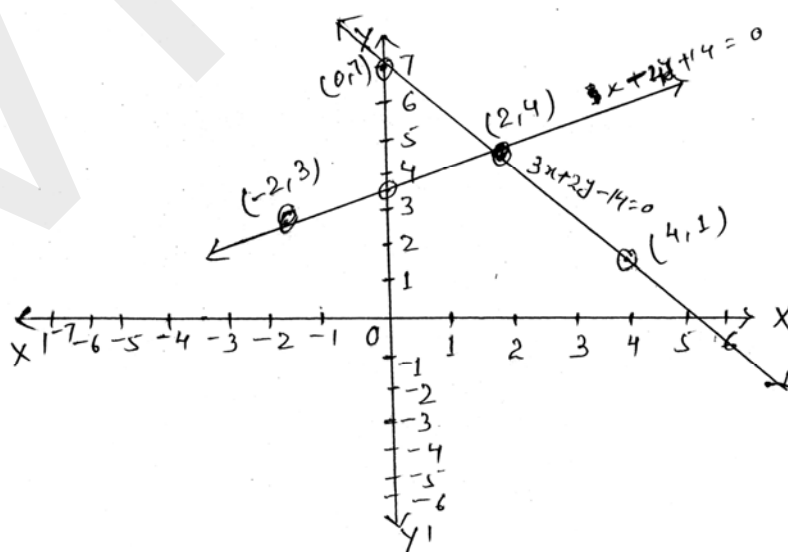
x	-2	2	0
y	3	4	3.5

x	4	0	2
y	1	7	4

दोनों आलेखों का कटान बिन्दु (2, 4) है।

अतः हल - $x = 2$

$y = 4$



(44) मान लीजिए कि AB मीनार की लंबाई h मीटर है।

और BC, x मीटर है।

$$DC = 30 \text{ मीटर}$$

$$DB = DC + CB$$

$$= (30 + x) \text{ मी०}$$

अतः $DB = (30 + x)$ मी०

अब यहाँ दो समकोण त्रिभुज ABC और ABD हैं।

समकोण $\triangle ABC$ में

$$\begin{aligned} \tan 60^\circ &= \frac{AB}{BC} \\ \sqrt{3} &= \frac{h}{x} \quad \dots(1) \end{aligned}$$

$\triangle ABD$ में, $\tan 30^\circ = \frac{AB}{BD}$

$$\text{or, } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x+30} \quad \dots(2)$$

(1) से हमें प्राप्त होता है।

$$h = x\sqrt{3} \quad \dots(3)$$

इस मान को (2) में प्रतिस्थापित करने पर हमें यह प्राप्त होता है $(x\sqrt{3})\sqrt{3} = x+30$ यानि कि

$$3x = x + 30$$

$$3x - x = 30$$

$$2x = 30 \therefore x = \frac{30}{2} = 15$$

इसलिए (3) से $x = 15\sqrt{3}$

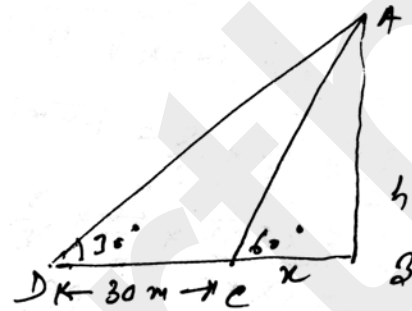
अतः मीनार की ऊँचाई $15\sqrt{3}$ है।

(45) अर्द्धगोलाकार टंकी की त्रिज्या $= \frac{3}{2} \text{ m}$

$$\begin{aligned} \text{अतः टंकी का आयतन} &= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{3}{2}\right)^3 \text{ m}^3 \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2} \text{ m}^3 \\ &= \frac{99}{14} \text{ m}^3 \end{aligned}$$

उस पानी का आयतन, जिसे खाली किया जाना है।

$$= \frac{1}{2} \times \frac{99}{14} \text{ m}^3$$



$$= \frac{99}{28} \times 1000 = \frac{99000}{28} \text{ लीटर}$$

अब $\frac{25}{7}$ लीटर पानी खाली होता है 1 सेकेंड में।

इसलिए $\frac{99000}{28}$ लीटर पानी खाली होगा

$$\therefore \frac{99000}{28} \times \frac{7}{25} = \frac{99000 \times 7}{28 \times 25}$$

$$= \frac{99000 \times 7}{28 \times 25} = 990 \text{ second}$$

$$\therefore \frac{990}{60} = 16.5 \text{ मिनट Ans.}$$

(46) $\triangle ABC$ में AB को आधार लेते हुए का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times AB \times CD$$

$$= \frac{1}{2} \times C \times p$$

पुनः BC को आधार मानते हुए

$$\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times BC \times AC = \frac{1}{2} ab$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times C \times p = \frac{1}{2} \cdot ab \therefore C \times p = a \times b$$

$$\therefore \frac{1}{p} = \frac{C}{ab} \therefore \frac{1}{p^2} = \frac{c^2}{a^2 b^2}$$

$$\frac{1}{p^2} = \frac{b^2 + a^2}{a^2 b^2}$$

पाइथागोरस प्रमेय से, $\triangle ABC$ में $c^2 = a^2 + b^2$

$$= \frac{b^2}{a^2 b^2} + \frac{a^2}{a^2 b^2}$$

$$\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \text{ Proved}$$

अथवा

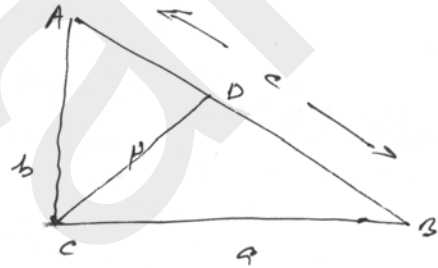
$$\therefore \angle DPC + \angle BPC = 180^\circ \text{ (रैखिक युग्म अभिगृहीत)}$$

$$\therefore \angle DPC + 125^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle DPC = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

$\triangle CPD$ में,

$$\therefore \angle CDP + \angle DPC + \angle DCP = 180^\circ \text{ (त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है)}$$



$$\therefore 70^\circ + 55^\circ + \angle DCP = 180^\circ$$

$$\text{या } \angle DCP = 180^\circ - (70^\circ + 55^\circ) = 180^\circ - 125^\circ$$

$$\therefore \angle DCP = 55^\circ$$

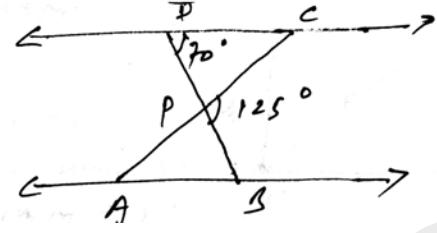
पुनः $\triangle PDC \sim \triangle PBA$ (दिया है)

$$\therefore \angle PAB = \angle PCD$$

$$\therefore \angle PAB = 55^\circ (\because \angle PCD = 55^\circ)$$

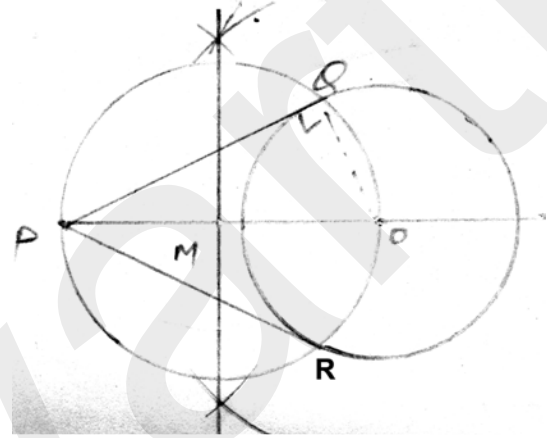
इसी प्रकार $\angle DPC = 55^\circ$

$$\angle DCP = 55^\circ, \angle PAB = 55^\circ$$



(47) रचना के चरण-

- (1) कोई बिंदु O को केन्द्रमानकर 3 सेमी० त्रिज्या का एक वृत्त खीचेंगे।
- (2) वृत्त के बाहर कोई बिंदु P लेंगे।
- (3) PO को मिलाएंगे और इसे समद्विभाजित करेंगे मान कि PO का मध्य बिन्दु M है।



- (4) M को केन्द्र मान कर तथा MO त्रिज्या लेकर एक वृत्त खीचेंगे। यह दिए गए वृत्त को Q और R पर प्रतिच्छेद करता है।
- (5) M को Q तथा R से मिलाएंगे तब PQ और PR अभीष्ट स्पर्श रेखाएँ मिलती है।