

MATHEMATICS - (गणित)

समय : 3 घंटा 15 मिनट

पूर्णक : 100

Time : 3 Hrs. 15 Minutes

Full Marks : 100

प्रश्नों की कुल संख्या : 47

Total No. of Questions : 47

परीक्षा के लिये निर्देश :

Instructions to the Candidate :

1. परीक्षार्थी यथासंभव अपने शब्दों में ही उत्तर दें।

Candidates are required to give their answers in their own words as far Practicable.

2. दाहिनी ओर हाशिये पर दिये हुए अंक पूर्णक निर्दिष्ट करते हैं।

Figures in the right hand margin indicate full marks.

3. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

All Questions are Compulsory.

4. इस प्रश्नपत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का अतिरिक्त समय दिया गया है।

15 Minutes of extra time have been allotted for Candidates to read the Questions.

गणित (सेट-7)

MATH (SET-7)

समय : 3 घंटा 15 मिनट

Time : 3 Hrs 15 Min.

Full Marks : 100

सही उत्तर चुने :-

Choose the correct answer :-

1. निम्नलिखित में कौन अपरिमेय है ?

1

- (क) $\sqrt{\frac{64}{36}}$ (ख) $\sqrt{81}$ (ग) $\sqrt{15}$ (घ) $\frac{\sqrt{49}}{9}$

Which of the following number is irrational ?

- (a) $\sqrt{\frac{64}{36}}$ (b) $\sqrt{81}$ (c) $\sqrt{15}$ (d) $\frac{\sqrt{49}}{9}$

2. निम्नांकित में कौन बहुपद नहीं है ?

1

- (क) $-7x$ (ख) $y^2 + \sqrt{2}$ (ग) $3\sqrt{x} + 2x + 7$ (घ) $4x^2 - 3x + 7$

Which of the following is not polynomials.

- (a) $-7x$ (b) $y^2 + \sqrt{2}$ (c) $3\sqrt{x} + 2x + 7$ (d) $4x^2 - 3x + 7$

3. यदि $\sin = \frac{3}{5}$ हो तो \cos मान होगा—

1

- (क) $\frac{4}{5}$ (ख) $\frac{4}{3}$ (ग) $\frac{5}{6}$ (घ) $\frac{3}{5}$

If $\sin = \frac{3}{5}$ then value of \cos .

- (a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{4}{3}$ (c) $\frac{5}{6}$ (d) $\frac{3}{5}$

4. यदि $2\cos = \sqrt{3}$ हो तो का मान है—

1

- (क) 45° (ख) 60° (ग) 30° (घ) 90°

If $2\cos = \sqrt{3}$ then the value of .

- (a) 45° (b) 60° (c) 30° (d) 90°

5. निम्नलिखित में कौन-सी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकता है।

1

- (क) $\frac{2}{3}$ (ख) -15 (ग) 15% (घ) 0.7%

In the following which is not the probability of an event ?

- (a) $\frac{2}{3}$ (b) -15 (c) 15% (d) 0.7%

6. यदि किसी वृत्त की त्रिज्या दुगुनी कर दी जाय तो पुराने एवं नये वृत्तों के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा। 1

(क) 1 : 2 (ख) 1 : 4 (ग) 4 : 1 (घ) 2 : 1

If the radius of a circle becomes twice then the ratio of any of the old and new circle will be

(a) 1 : 2 (b) 1 : 4 (c) 4 : 1 (d) 2 : 1

7. बिन्दुओं $(-5, 7)$ और $(-1, 3)$ के बीच की दूरी है— 1

(क) $2\sqrt{2}$ (ख) $3\sqrt{2}$ (ग) $4\sqrt{2}$ (घ) $5\sqrt{2}$

Find the distance between the point $(-5, 7)$ and $(-1, 3)$

(a) $2\sqrt{2}$ (b) $3\sqrt{2}$ (c) $4\sqrt{2}$ (d) $5\sqrt{2}$

8. बाह्य स्पर्श करने वाले दो वृत्तों के उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं की संख्या कितनी है। 1

(क) 1 (ख) 2 (ग) 3 (घ) 4

How many are common tangents if two circle are touched externally each other ?

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

9. द्विघात बहुपद के शून्यांक की संख्या कितनी होती है ? 1

(क) 2 (ख) 3 (ग) 1 (घ) 4

How many are numbers of zeroes in quadratic polynomial ?

(a) 2 (b) 3 (c) 1 (d) 4

10. यदि बहुपद $P(x) = x^2 - 2x + 5$ में शून्यांक , हो तो + का मान होगा— 1

(क) 5 (ख) -5 (ग) 2 (घ) -2

If , are the zeroes of the polynomial $P(x) = x^2 - 2x + 5$ then value of + will be

(a) 5 (b) -5 (c) 2 (d) -2

रिक्त स्थानों की पूर्ति करे :-

Fill in the blanks :-

11. वितरण में अधिकतम बारंबारता वाला वर्ग वर्ग कहलाता है। 1

In a frequency distribution the class having maximum frequency is said to be

12. जब किसी अनुक्रम के पद किसी नियम के तहत लिखे जाते हैं उसे कहते हैं। 1

When the terms of a sequence has written in a difinite pattern than it is called

13. संख्या हैं। 1

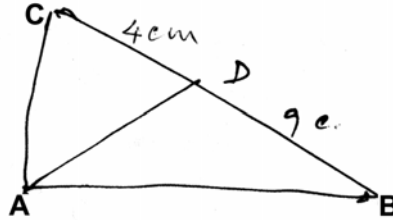
is an number.

14. तीन घात वाले बहुपद कहलाते हैं। 1

The polynomial having three degree is called

15. दिये गये चित्र में $\triangle ABC$ में $\angle A = 90^\circ$ और $AD \perp BC$ । यदि $BD = 9$ सेमी० तथा $CD = 4$ सेमी०, तो $AD = \dots\dots\dots$ 1

In the given figure $\angle A = 90^\circ$ and $AD \perp BC$ if $BD = 9\text{cm}$ and $CD = 4\text{cm}$ then what will be of $AD = \dots\dots\dots$



16. मूल बिन्दु से $P(-x, y)$ की दूरी $\dots\dots\dots$ होगी। 1

The distance of a point $P(-x, y)$ from the origin is $\dots\dots\dots$

17. कार्तीय तल में स्थित किसी बिन्दु $(-4, 0)$ के भुज का मान $\dots\dots\dots$ होगा। 1

The value of abscissa of point $(-4, 0)$ situated at Cartesian plane $\dots\dots\dots$

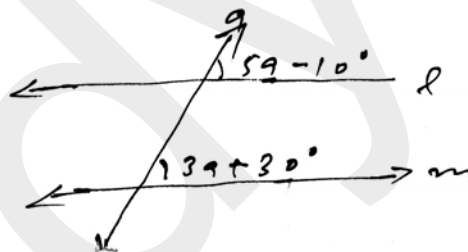
18. $7\sec^2 - 7\tan^2 = \dots\dots\dots$ 1

19. यदि $3 = 90^\circ$, तो $\tan = \dots\dots\dots$ 1

If $3 = 90^\circ$, then the value of \tan is $\dots\dots\dots$

20. a के $\dots\dots\dots$ मान के लिए $d \parallel m$ होगा। 1

$d \parallel m$ for the value of $a \dots\dots\dots$



अति लघु उत्तरीय प्रश्न:-

Very Short Questions :-

21. द्विघात बहुपद ज्ञात करें, जिनके शून्यकों का योग एवं गुणनफल क्रमशः -3 और 2 है। 2

Find the quadratic polynomial. If sum and product of zeroes are -3 and 2 respectively.

22. मूलों की प्रकृति बताइए यदि द्विघात समीकरण $2x^2 - 6x + 3 = 0$ हो। 2

If quadratic equation is $2x^2 - 6x + 3 = 0$ then find the nature of its roots.

23. ABC एक समबाहु त्रिभुज है, जिसकी प्रत्येक भुजा a सेमी० हो तो सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज का शीर्षलम्ब $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ सेमी० होगा। 2

ABC is an equilateral triangle whose each sides are a cm then prove that altitude of the triangle will be $\frac{\sqrt{3}}{2}a$?

24. किसी वृत्त के केन्द्र से 5 सेमी० दूर स्थित बिन्दु A से खींची गई स्पर्श रेखा की लंबाई 4 सेमी० है, तो वृत्त की त्रिज्या निकालें। 2
From a point A which is at the distance 5 cm from the centre of the circle. The length of the tangent drawn on the circle is 4 cm. Find its radius.
25. बिन्दुओं $(a \cos \theta, 0)$ तथा $(0, a \sin \theta)$ के बीच की दूरी निकालें। 2
Find out the distance between the points $(a \cos \theta, 0)$ and $(0, a \sin \theta)$.
26. यदि एक वृत्त के क्षेत्रफल और परिधि का संख्यात्मक मान समान है, तो वृत्त की त्रिज्या क्या होगी ? 2
What will be the radius of the circle if the area of a circle and circumferences are numerically same ?
27. शंकु का आयतन निकालें, जिसकी ऊँचाई 28 सेमी० और आधार की त्रिज्या 21 सेमी० है। 2
Find the volume of the cone whose height 28 cm and base of radius is 21cm.
28. यदि बिन्दु $A(3, k)$ तथा $B(k, 5)$ से बिन्दु $P(0, 2)$ की दूरियाँ समान हो तो k का मान ज्ञात करें। 2
If the point $P(0, 2)$ is equidistant from the points $A(3, k)$ and $B(k, 5)$. Find the value of k .
29. यदि $\theta = 30^\circ$ तो सिद्ध करें कि $4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta = 0$ 2
If $\theta = 30^\circ$ then prove that $4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta = 0$.
30. अभाज्य गुणनखंड विधि द्वारा 7, 11, 19 का महत्तम समावर्तक और लघुतम समावर्तक ज्ञात कीजिए। 2
Find the HCF and LCM of 7, 11, 19 by prime factorisation method.
31. समांतर श्रेणी 0.6, 1.7, 2.8, 3.9, के प्रथम 100 पदों का योग ज्ञात करें। 2
Find the sum of first 100 terms of the A.P. 0.6, 1.7, 2.8, 3.9,

लघु उत्तरीय प्रश्न :-

Short Questions:-

32. सिद्ध करें कि $\sqrt{7}$ एक अपरिमेय संख्या है। 3
Prove that $\sqrt{7}$ is an irrational number.
33. निम्नलिखित बारंबारता बंटन किसी मोहल्ले के 68 उपभोक्ताओं की बिजली की मासिक खपत दर्शाता है। इनका माध्य ज्ञात कीजिए। 3

Following are the frequency distribution of a colony where monthly electric consumption of 68 consumers shows then, what will be their mean ?

मासिक खपत (यूनिट में) Monthly Consumption (Unit)	5-25	25-45	45-65	65-85	85-105	105-125	125-145
उपभोक्ताओं की संख्या No. of Consumers	4	5	10	21	15	7	6

34. हल करें:- $\frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2$ तथा $\frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1$ 3

Solve it:- $\frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2$ and $\frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1$.

35. द्विघात समीकरण $2x^2 - 3x + 4 = 0$ का विविक्तकर और मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए। 3

Find the discriminant and nature of the roots of the quadratic equation $2x^2 - 3x + 4 = 0$.

36. यदि ΔABC में $AD \perp BC$ है तो सिद्ध करें कि $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$ 3

If in ΔABC , $AD \perp BC$ prove that $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$.

37. k का मान ज्ञात कीजिए यदि तीनों बिन्दुएँ $(16, 2)$, $(k, -8)$ तथा $(4, -10)$ सररेखी हो। 3

Find the value of k if three points $(16, 2)$, $(k, -8)$ and $(4, -10)$ are collinear.

38. किसी कारण से 10 खराब पेन 120 अच्छे पेनों से मिल गये हैं। केवल देखकर यह नहीं बताया जा सकता है कि कौन पेन खराब पेन है या अच्छा है। इस मिश्रण में से एक पेन यादृच्छया निकाला जाता है। निकाले गये पेन की अच्छी होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 3

Due to some reason 10 damage pen and 120 good pens has mix. It can not be seen only by searching which is damage or which is good. From this mix. the pens is taken out at random. Find the probability of pen which is good after taking out.

39. सिद्ध कीजिए कि $\left(\frac{1 - \cot A}{1 - \tan A}\right)^2 = \cot^2 A$ 3

Prove that $\left(\frac{1 - \cot A}{1 - \tan A}\right)^2 = \cot^2 A$.

40. सिद्ध कीजिए कि

$\sqrt{\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}} = \operatorname{cosec} A - \cot A$, Prove that $\sqrt{\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}} = \operatorname{cosec} A - \cot A$ 3

41. भूमि के एक बिन्दु से जो मीनार के पाद बिन्दु से 60 मीटर की दूरी पर है। मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 3

A point from a land where base of tower point's distance is 60 meter. Tower's angles of elevation is 60° then find the height of tower.

42. 45° का त्रिकोणमितीय अनुपात निकालें। 3

Find the trigonometrical ratios of 45° .

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न :-

Long Question :-

43. एक खिलौने की त्रिज्या 6 सेमी० वाले एक शंकु के आकार का है, जो उसी त्रिज्या वाले एक अर्द्धगोले पर अध्यारोपित है। इस खिलौने की संपूर्ण ऊँचाई 11 सेमी० है। इस खिलौने का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5

A toy is in the form of a cone of radius 6 cm. mounted on a hemisphere of same radius. The total height of the toy is 11 cm. Find the total surface area of the toy.

44. ग्राफीय विधि से हल करें:- 5

$$x + 3y = 6 \text{ तथा } 2x - 4y = 12$$

Solve graphically:- $x + 3y = 6$ and $2x - 4y = 12$

45. यदि नीचे दिये हुए बंटन का माध्यक 28.5 हो तो x और y का मान ज्ञात कीजिए। 3

वर्ग अंतराल	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	योग
बारंबारता	4	x	21	15	y	5	60

If following are the frequency distribution of median then find the value of x and y ?

Class Interval	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	Total
Frequency	4	x	21	13	y	5	60

46. यदि O केन्द्र वाले वृत्त पर वाह्य बिन्दु T से दो स्पर्श रेखाएँ TP तथा TQ खींची गई है, तो सिद्ध कीजिए कि $\angle PTQ = 2 \angle OPQ$ 5

If two tangents TP and TQ are drawn to a circle with centre O from an external point T then prove that $\angle PTQ = 2 \angle OPQ$.

47. 5.6 सेमी० लम्बा एक रेखाखंड खींचिए और इसे 2 : 3 के अनुपात में विभाजित कीजिए। प्रत्येक भागों को मापिए। 5

Draw a line segment which is 5.6 cm long divided into 2 : 3 then measure each parts ?

OR

3.5 सेमी० त्रिज्या का वृत्त खींचे। इसके परिगत एक समबाहु त्रिभुज बनायें।

Draw a circle whose radius is 3.5 cm and form circumscribe equilateral triangle.

SOLUTION

- (1) (ग) (2) (ग) (3) (क) (4) (ग) (5) (ख)
 (6) (ग) (7) (ग) (8) (ग) (9) (क) (10) (ग)
 (11) बहुलक (12) श्रेढी (13) अपरिमेय (14) त्रिघाती (15) 6 सेमी०
 (16) $\sqrt{x^2 + y^2}$ (17) -4 (18) 7 (19) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (20) 20°
 (21) = -3, = 2

$$\begin{aligned} \text{द्विघात बहुपद} &= x^2 - (+)x + . \\ &= x^2 - (-3 + 2)x + (-3 \times 2) \\ &= x^2 + x - 6 \end{aligned}$$

- (22) द्विघात समीकरण $2x^2 - 6x + 3 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर

$$a = 2, b = 6, c = 3$$

$$D = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 2 \times 3 = 36 - 24 = 12$$

$$12 > 0$$

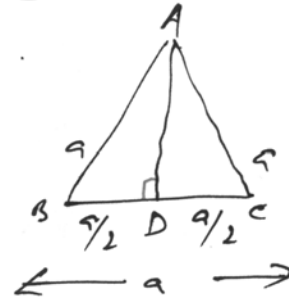
∴ द्विघात समीकरण के वास्तविक और भिन्न मूल होंगे।

- (23) ΔABC में $AB = BC = CA = a$ तथा $AD \perp BC$

ΔADB में,

$$\begin{aligned} \therefore AD &= \sqrt{(a)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} \\ &= \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} a \text{ सेमी०} \end{aligned}$$

त्रिभुज के शीर्षलंब $= \frac{\sqrt{3}}{2} a$ सेमी० (सत्यापित)



- (24) एक वृत्त जिसका केन्द्र सेमी० O है। बाह्य बिन्दु A से स्पर्श रेखा PA की लंबाई 4 सेमी० है तथा A की केन्द्र O से दूरी 5 सेमी० है।

$$\therefore \angle APO = 90^\circ$$

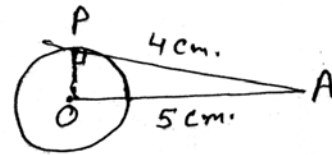
अब समकोण ΔOPA में,

$$OA^2 = PA^2 + OP^2$$

या, $(5)^2 = (4)^2 + OP^2$

या, $25 - 16 = OP^2$

या, $\sqrt{9} = OP \therefore OP = 3 \text{ cm}$



(25) बिन्दुओं $(a \cos \theta, 0)$ तथा $(0, a \sin \theta)$ के बीच की दूरी

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\left((a \cos \theta)^2 - (0)^2\right) + \left((0)^2 - (a \sin \theta)^2\right)} \\ &= \sqrt{a^2 \cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta} \\ &= \sqrt{a^2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)} = \sqrt{a^2 \times 1} = a \end{aligned}$$

(26) वृत्त की परिधि = वृत्त का क्षेत्रफल

$$2\pi R = \pi R^2$$

$$2R = R^2$$

$$R = 2 \text{ मात्रक}$$

(27) शंकु का आयतन = $\frac{1}{3} r^2 h$ में,

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 28$$

$$= 22 \times 21 \times 28 \text{ cm}^3$$

$$= 12936 \text{ cm}^3$$

(28) प्रश्नानुसार,

दिया है:- $PA = PB$

यानि कि, $PA^2 = PB^2$ (1)

अब, $PA^2 = (0 - 3)^2 + (2 - k)^2$

$$PB^2 = (0 - k)^2 + (2 - 5)^2$$

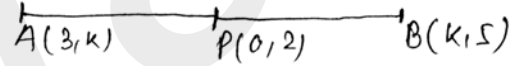
समीकरण (1) से

$$(0 - 3)^2 + (2 - k)^2 = (0 - k)^2 + (2 - 5)^2$$

या, $9 + 4 + k^2 - 4k = k^2 + 9$

या, $4k = 4$

$$\therefore k = 1$$



(29) $LHS = 4 \cos^3 30^\circ - 3 \cos 30^\circ = 4 \cos^3 30^\circ - 3 \cos 30^\circ$

$$= 4 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 4 \times \frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 0 \text{ RHS Proved}$$

(30) सर्वप्रथम हमें दी हुई संख्याओं के अभाज्य गुणनखंड लिखते हैं।

$$7 = 7 \times 1, 11 = 11 \times 1 \text{ और } 19 = 19 \times 1$$

$$\therefore \text{ल०स०} = 7 \times 11 \times 19 = 1463, \text{म०स०} = 1 \text{ Ans.}$$

(31) माना कि A.P का पहला पद a तथा सार्व-अंतर d है तो

$$a = 0.6, d = 1.7 - 0.6 = 1.1$$

हमें A.P. के 100 पदों का योग ज्ञात करना है।

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] \text{ में } a = 0.6, d = 1.1, n = 100 \text{ रखने पर}$$

$$S_{100} = \frac{100}{2}[2 \times 0.6 + (100-1) \times 1.1] = 50(1.2 + 99 \times 1.1)$$

$$= 50(1.2 + 108.9) = 50 \times 110.1 = 5505 \text{ Ans.}$$

(32) माना कि $\sqrt{7}$ एक परिमेय संख्या है। अर्थात् हम दो पूर्णांक a और $b(b \neq 0)$ प्राप्त कर सकते हैं कि $\sqrt{7} = \frac{a}{b}$ है।

यदि a और b में 1 के अतिरिक्त कोई उभयनिष्ठ गुणनखंड हों तो हम उस उभयनिष्ठ गुणनखंड से भाग लेकर a और b को सहअभाज्य बना सकते हैं। अतः $b\sqrt{7} = a$ है।

दोनों पक्षों को वर्ग करने पर हमें

$$7b^2 = a^2 \quad \dots (1) \text{ प्राप्त होता है।}$$

अतः $a^2, 7$ से विभाजित है। इसलिए $7, a$ को भी विभाजित करेगा।

माना कि $a = 7c$, जहाँ एक पूर्णांक है।

a का मान समीकरण (1) में रखने पर,

$$7b^2 = (7c)^2, 7b^2 = 49c^2, b^2 = 7c^2$$

$b^2, 7$ से विभाजित है। इसलिए $7, b$ को विभाजित करेगा। अतः a और b में कम से कम एक उभयनिष्ठ गुणखंड 7 है। परन्तु इससे तथ्य का विरोधाभास प्राप्त होता है कि a और b सहअभाज्य है।

हमें यह विरोधाभास अपनी त्रुटिपूर्ण कल्पना के कारण प्राप्त हुआ कि $\sqrt{7}$ एक परिमेय संख्या है।

अतः निष्कर्ष प्राप्त हुआ कि $\sqrt{7}$ एक अपरिमेय संख्या है।

(33)

मासिक खपत	वर्ग चिन्ह (x)	बारंबारता (f)	$f \times x$
5-25	15	4	60
25-45	35	5	175
45-65	55	10	550
65-85	75	21	1575
85-105	95	15	1425
105-125	115	7	805
125-145	135	6	810
		$\Sigma f = 68$	$\Sigma fx = 5400$

$$\text{माध्य} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{5400}{68} = 79.411 \text{ Ans.}$$

$$(34) \quad \frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2 \quad \dots (1)$$

$$\frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1 \quad \dots (2)$$

समी०(1) को 3 से गुणा कर समी०(2) के साथ जोड़ने पर,

$$\therefore \frac{15}{x-1} + \frac{3}{y-2} + \frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 6+1$$

$$\text{or,} \quad \frac{21}{x-1} = 7 \quad \text{or,} \quad \frac{3}{y-2} = 1$$

$$\text{or,} \quad x-1=3 \quad \text{or,} \quad x=3+1=4 \quad \therefore x=4$$

समी०(1) में x का मान होने पर

$$\frac{5}{4-1} + \frac{1}{y-2} = 2 \quad \therefore \frac{5}{3} + \frac{1}{y-2} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{y-2} = 2 - \frac{5}{3} = \frac{6-5}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow y-2=3$$

$$y=3+2=5$$

$$\therefore x=4, y=5 \text{ Ans.}$$

$$(35) \quad 2x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$a=2, b=-3, c=4$$

$$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 4 = 9 - 32 = -23$$

$\therefore D < 0$, कोई वास्तविक मूल नहीं है।

(36) समकोण $\triangle ABD$ में

$$BD^2 = AB^2 - AD^2 \quad \dots(1)$$

पुनः समकोण $\triangle ADC$ में

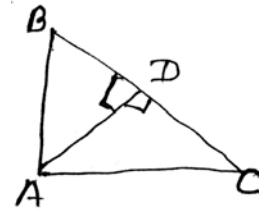
$$CD^2 = AC^2 - AD^2 \quad \dots(2)$$

समी०(1) में (2) को रखने पर

$$BD^2 - CD^2 = (AB^2 - AD^2) - (AC^2 - AD^2)$$

$$= AB^2 - \cancel{AD^2} - AC^2 + \cancel{AD^2}$$

$$= AB^2 - AC^2 \text{ Proved}$$



(37) मान लिया कि $A(x_1, y_1) = (16, 2)$

$$B(x_2, y_2) = (k, -8)$$

और $C(x_3, y_3) = (4, -10)$

यदि ΔABC का क्षेत्रफल = 0 तो बिंदु A, B, C सररेखी होगी।

$$\Rightarrow \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] = 0$$

$$\Rightarrow 16(-8 + 10) + k(-10 - 2) + 4(2 + 8) = 0 \quad [\because \frac{1}{2} \neq 0]$$

$$\Rightarrow 16 \times 2 + k \times -12 + 4 \times 10 = 0$$

$$\Rightarrow 32 - 12k + 40 = 0$$

$$\Rightarrow -12k + 72 = 0$$

$$\Rightarrow -12k = -72 \quad \therefore k = \frac{72}{12} = 6$$

अतः दिये गए बिन्दु $k = 6$ के सररेखी है।

(38) पेनों की कुल संख्या = $10 + 120 = 130$

$$P(\text{एक अच्छा पेन}) = \frac{120}{130} = \frac{12}{13} \quad \text{Ans.}$$

$$(39) \text{ L.H.S.} = \left(\frac{1 - \cot A}{1 - \tan A} \right)^2 = \left(\frac{1 - \frac{\cos A}{\sin A}}{1 - \frac{\sin A}{\cos A}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\frac{\sin A - \cos A}{\sin A}}{\frac{\cos A - \sin A}{\cos A}} \right)^2 = \left(\frac{\sin A - \cos A}{\sin A} \times \frac{\cos A}{\cos A - \sin A} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\sin A - \cos A}{\sin A} \times \frac{\cos A}{-(\sin A - \cos A)} \right)^2 = \left(-\frac{\cos A}{\sin A} \right)^2 = \cot^2 A = \text{R.H.S. Proved}$$

$$(40) \text{ L.H.S.} = \sqrt{\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}} = \sqrt{\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}} \times \sqrt{\frac{1 - \cos A}{1 - \cos A}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 - \cos A)^2}{1 - \cos^2 A}} = \sqrt{\frac{(1 - \cos A)^2}{\sin^2 A}} = \sqrt{\left(\frac{1 - \cos A}{\sin A} \right)^2}$$

$$= \sqrt{(\operatorname{cosec} A - \cot A)^2} = \operatorname{cosec} A - \cot A = \text{R.H.S. Proved}$$

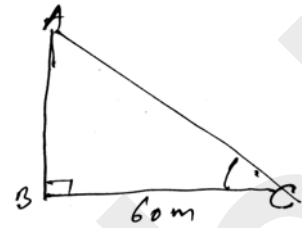
- (41) माना कि AB मीनार है जिसकी ऊँचाई h मी० है। भूमि के एक बिन्दु C जो मीनार के पाद B से 60 मी० की दूरी पर है यानि $BC = 60$ मी०

समकोण ΔABC में

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{h}{60}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{60}$$

$$\therefore h = 60\sqrt{3} = 60 \times 1.732 \\ = 103.92 \text{ मी०}$$



- (42) माना कि ABC एक समकोण समद्विबाहु Δ है। जिसकी प्रत्येक भुजा x है।

$$\therefore \angle A = \angle C = 45^\circ, \angle B = 90^\circ,$$

माना कि $AB = BC = x$

पाइथगोरस प्रमेय से, समकोण ΔABC में,

कर्ण² = लंब² + आधार²

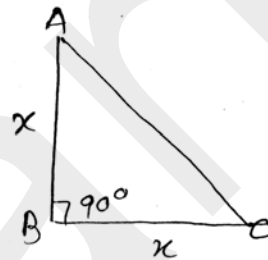
$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = x^2 + x^2 = 2x^2$$

$$\therefore AC = \sqrt{2x^2} = \sqrt{2}x$$

$$\text{अतः } \sin 45^\circ = \frac{AB}{AC} = \frac{x}{x\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \cos 45^\circ = \frac{BC}{AC} = \frac{x}{x\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{x}{x} = 1, \quad \cot 45^\circ = \frac{BC}{AB} = \frac{x}{x} = 1$$

$$\sec 45^\circ = \frac{AC}{BC} = \frac{x\sqrt{2}}{x} = \sqrt{2}, \quad \text{cosec } 45^\circ = \frac{AC}{AB} = \frac{x\sqrt{2}}{x} = \sqrt{2}$$



- (43) शंकु की त्रिज्या = अर्द्धगोले की त्रिज्या

$$R = 6 \text{ cm मी०}$$

खिलौने की कुल ऊँचाई = 11 सेमी०

$$\therefore \text{शंकु की ऊँचाई} = (11 - 6) = 5 \text{ सेमी०}$$

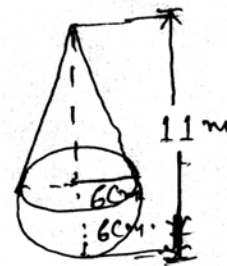
$$\text{शंकु की तिर्यक ऊँचाई} = \sqrt{R^2 + h^2}$$

$$= \sqrt{6^2 + 5^2} = \sqrt{36 + 25} = \sqrt{65} = 7.81 \text{ सेमी०}$$

बर्तन की कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = शंकु का पृष्ठीय क्षेत्रफल + अर्द्धगोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= rl + 2R^2 = R(l + 2R)$$

$$= \frac{22}{7} \times 6 \times (7.81 + 2 \times 6) = \frac{22}{7} \times 6 \times 19.81 = 373.56 \text{ Ans.}$$



(44) $x + 3y = 6 \dots(1)$

और $2x - 4y = 12 \dots(2)$

समी०(1) से

$$x + 3y = 6$$

or, $x = 6 - 3y$

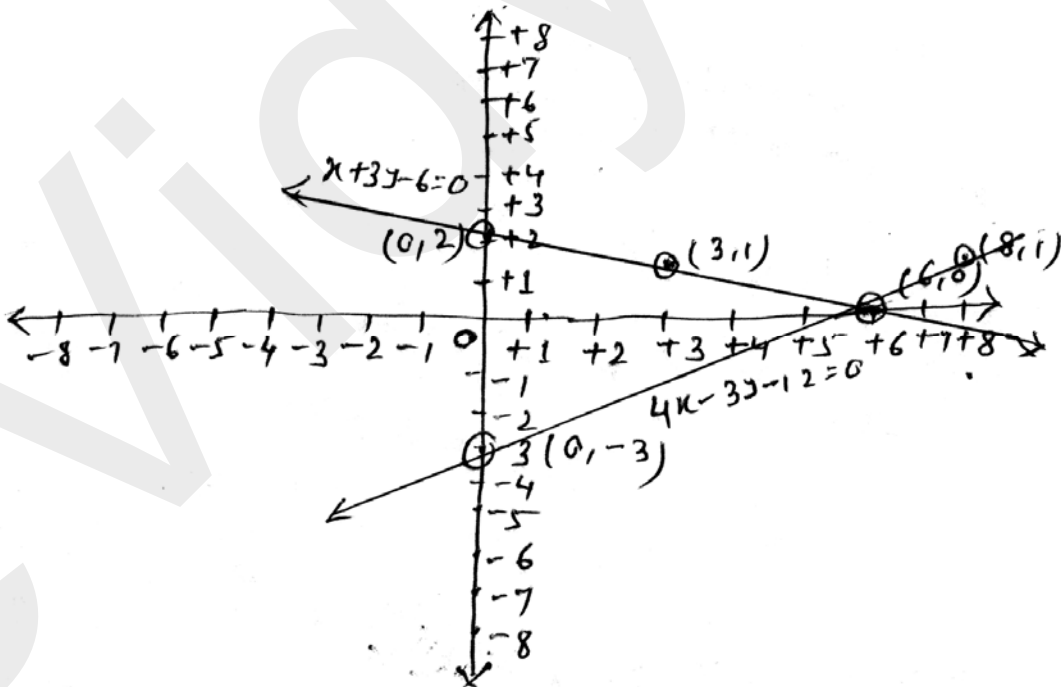
x	6	3	0
y	0	1	2
(x, y)	(6, 0)	(3, 1)	(0, 2)

समी०(2) से $2x - 4y = 12$

or, $2x = 12 + 4y$

or, $x = \frac{12 + 4y}{2}$

x	6	8	0
y	0	1	-3
(x, y)	(6, 0)	(8, 1)	(0, -3)



दोनों आलेखों का कटान बिन्दु $(6, 0)$ है। अतः हल $x = 6, y = 0$ होगा।

(45)

वर्ग अंतराल	बारंबारता (f)	संचयीबारंबारता ($c \cdot f$)
0-10	4	4
10-20	x	$4 + x$
20-30	21	$25 + x$
30-40	15	$40 + x$
40-50	y	$40 + x + y$
50-60	5	$45 + x + y$
कुल	$N = 60$	

$$\Rightarrow 45 + x + y = 60$$

$$\Rightarrow x + y = 60 - 45 = 15 \quad \therefore y = 15 - x \quad \dots(1)$$

माध्यक = 28.5 (दिया हुआ है) $N = 60$

$$\therefore \frac{60}{2} = 30 \quad \therefore \text{माध्यक वर्ग} = 20 - 30$$

यहाँ, $l = 20, h = 10, N = 60, C = 4 + x, f = 21$

$$\begin{aligned} \text{माध्यक} &= \frac{l + \frac{N}{2} - C}{f} \times h; \\ \Rightarrow 28.5 &= 20 + \frac{\frac{60}{2} - (4 + x)}{21} \times 10 \\ \Rightarrow 28.5 &= 20 + \frac{(26 - x)}{21} \times 10 \\ \Rightarrow 598.5 &= 420 + 260 - 10x \\ \Rightarrow -81.5 &= -10x \\ \therefore x &= \frac{81.5}{-10} = 8.15 \end{aligned}$$

समी० (1) से $y = 15 - 8.15 = 6.85$

अतः $x = 8.15, y = 6.85$

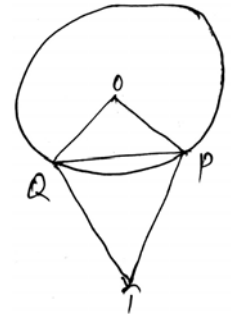
(46) दिया गया है कि :- O केन्द्र वाले वृत्त के वाह्य बिन्दु T से TP और TQ स्पर्श रेखाएँ खींची गई हैं जो वृत्त को क्रमशः

P और Q बिन्दुओं पर स्पर्श करती हैं।

सिद्ध करना है कि $\angle PTQ = 2\angle OPQ$

प्रमाण:- माना कि $\angle PTQ = x$

तब $\angle TQP + \angle TPQ + \angle PTQ = 180^\circ$



Δ के तीनों कोणों का योग = 180°

$$\Rightarrow \angle TQP + \angle TPQ = 180^\circ - x \quad \dots (1)$$

चूँकि वृत्त के बाह्य बिन्दु से खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाई समान होती है।

$\therefore TP = TQ$ अतः ΔTPQ एक समद्विबाहु Δ है।

$$\therefore \angle TQP = \angle TPQ$$

किन्तु $\angle TQP + \angle TPQ = 180^\circ - x$

$$\Rightarrow \angle TQP + \angle TQP = 180^\circ - x$$

$$\Rightarrow \angle TQP = \frac{180^\circ - x}{2} = 90^\circ - \frac{x}{2}$$

$$\text{अब } \angle OPQ = \angle OPT - \angle TPQ = 90^\circ - \left(90^\circ - \frac{x}{2}\right) = \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow \angle QPQ = \frac{1}{2} \angle PTQ$$

$$\Rightarrow \angle PTQ = 2\angle OPQ \quad \text{Proved}$$

(47) रचना के चरण:-

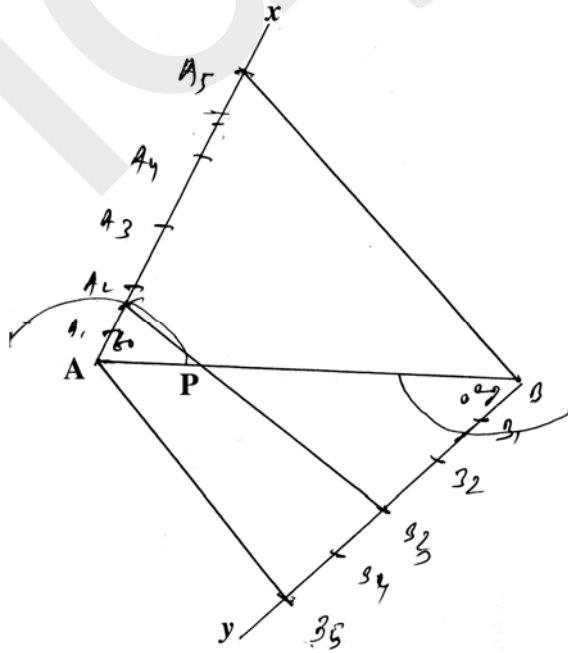
(क) $AB = 5.6 \text{ cm}$ का एक रेखाखंड खींचा।

(ख) A से ऊपर की ओर न्यूनकोण $\angle BAX = 60^\circ$ बनाया और B प नीचे की ओर समान $\angle ABY = 60^\circ$ बनाया।

(ग) 5 बिन्दुओं को AX और BY पर समान माप का अंकित किया।

(घ) A और B_5 , A_2 और B_3 और A_5 , B को मिलाया।

(ङ) A_2, B_3 रेखाखंड AB को P पर $2 : 3$ के अनुपात में विभक्त करता है। PA और PB को माप कर हम पाते हैं कि $PA = 2.4 \text{ cm}$ और $PB = 3.2 \text{ cm}$



अथवा

- (क) 3.5cm की त्रिज्या से एक वृत्त खींचा।
- (ख) वृत्त को केन्द्र O को वृत्त के किसी बिन्दु A से मिलाया।
- (ग) O पर $\angle AOB = 120^\circ$ अंकित किया, जहाँ B वृत्त पर है।
- (घ) फिर O पर $\angle BOC = 120^\circ$ अंकित किया जहाँ पर C वृत्त पर है।
- (ङ) A पर $\angle OAR = 90^\circ$ बनाकर A पर स्पर्शी AQ खींचा।
- (च) इसी प्रकार वृत्त के बिन्दु B और C पर भी स्पर्शी खींचा।
- (छ) तीनों स्पर्श रेखाओं को बढ़ाकर ΔPQR अंकित किया। इस प्रकार ΔPQR अभीष्ट त्रिभुज हुआ।

