

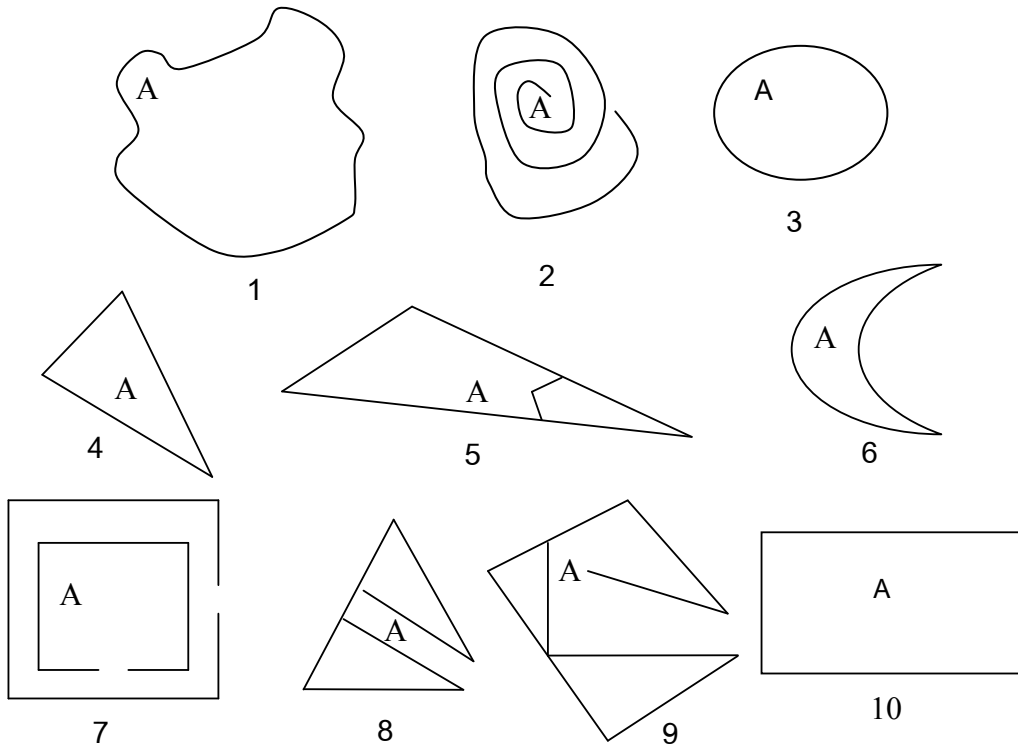


16

क्षेत्रमिति-1

क्षेत्रफल

आपने अध्याय 2 में बन्द एवं खुली आकृतियों को समझा है। दैनिक जीवन में कई आकृतियों को देखते रहते हैं। निम्नलिखित आकृतियों को ध्यान से देखिए।



चित्र 1

ऊपर बनी आकृतियों में आकृति के किसी बिंदु या छोर से प्रारंभ कर बिना पेंसिल उठाये एवं किसी हिस्से पर दुबारा चले बिना फिर उसी बिंदु या छोर पर पहुँच सकते हैं? यदि पहुँच सकते हैं तो यह एक बंद आकृति होगी और यदि नहीं तो यह एक खुली आकृति होगी।

अर्थात् बंद आकृति का कोई अंतिम बिंदु नहीं होता।

क्या आप बता सकते हैं कि निम्नलिखित मैदानों की आकृतियाँ खुली हैं या बंद है ?

1. खो – खो का मैदान
2. फुटबाल का मैदान

3. गिल्ली डंडा जिस मैदान में खेला जाता है वह मैदान।
4. कबड्डी खेल का मैदान।
5. बिल्लस जिस क्षेत्र में खेला जाता है वह क्षेत्र।



क्षेत्रफल (Area)

सभी बंद आकृतियों के अंदर कुछ जगह होती है। इन आकृतियों के बाहर स्थित किसी बिंदु से इनके अंदर स्थित किसी बिंदु तक आकृति की रेखा को काटे बिना नहीं जा सकते। बंद आकृतियों के अंदर की जगह ही उसका क्षेत्र हैं। कुछ आकृतियों में ज्यादा जगह होती है। जिनमें ज्यादा जगह होती है वही बड़ी होती है।

कोई वस्तु/आकृति समतल पर जितनी जगह घेरती है, वह उसका क्षेत्रफल कहलाता है।

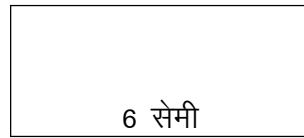
ग्राफ पेपर की सहायता से किसी आकृति का क्षेत्रफल नापना –

आयत का क्षेत्रफल

कक्षा 5वीं में आपने आयत के बारे में पढ़ा होगा। यह एक चतुर्भुज है, जिसके आमने सामने की भुजा बराबर है तथा प्रत्येक कोण समकोण हैं।

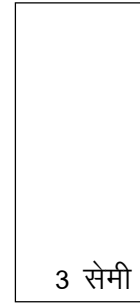
क्रियाकलाप 1.

1. एक आयत है जिसकी लम्बाई 6 सेमी एवं चौड़ाई 3 सेमी है। प्रत्येक भुजा पर एक-एक सेमी की दूरी पर लम्बाई तथा चौड़ाई की ओर चिह्न लगावें।



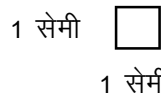
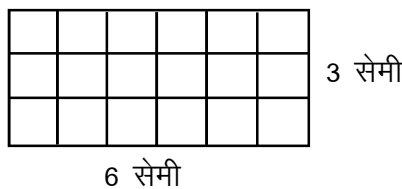
आयत आड़ी स्थिति में

चित्र 4

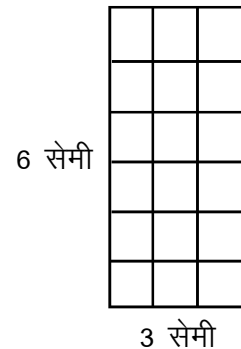


आयत खड़ी स्थिति में

2. आयत को 1 सेमी × 1 सेमी के खण्डों में निम्नानुसार बांटें –



चित्र 5



दर्शाए गए चित्र में 1 सेमी x 1 सेमी के बन रहे वर्गों को गिनिए।

वर्गों की संख्या = 18

1 वर्ग का क्षेत्रफल = 1 वर्ग सेमी

18 वर्ग का क्षेत्रफल = 18 वर्ग सेमी

निष्कर्ष : जितना बड़ा आयत होगा 1 वर्ग सेमी के वर्गों की संख्या उतनी ही अधिक होगी।

क्षेत्रफल = 18 वर्ग सेमी

= 6 सेमी x 3 सेमी या 3 सेमी x 6 सेमी

आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई x चौड़ाई

चूंकि गुणा की संक्रिया क्रम विनिमय के नियम का पालन करता है अतः –

आयत का क्षेत्रफल = चौड़ाई x लम्बाई, भी लिख सकते हैं।

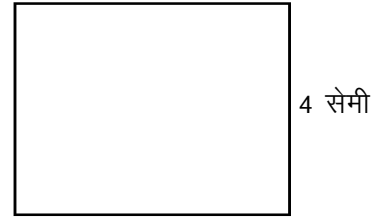
अभ्यास

1. आपकी गणित की पुस्तक द्वारा घेरे गए स्थान का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
2. चाक के डिब्बे और श्यामपट्ट द्वारा घेरे गए स्थान का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
3. अपने आस-पास की किन्हीं दो आयताकार वस्तुओं द्वारा घेरे गए स्थान का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

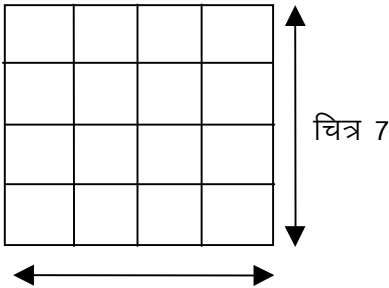
वर्ग का क्षेत्रफल

वर्ग एक विशेष प्रकार का आयत है।

जिसकी भुजाएं समान हैं अर्थात् लम्बाई तथा चौड़ाई बराबर है।



4 सेमी x 4 सेमी भुजा वाले वर्ग को 1 सेमी x 1 सेमी वाले वर्गों में बाँटने पर $\frac{4}{1}$ सेमी चित्र 6

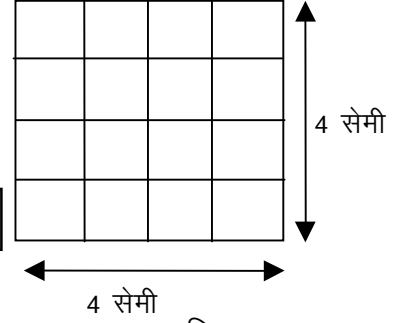


1 वर्ग सेमी = 1 सेमी x 1 सेमी
 वर्ग का क्षेत्रफल = वर्ग खण्डों की संख्याएँ
 = 16

क्षेत्रमिति—क्षेत्रफल

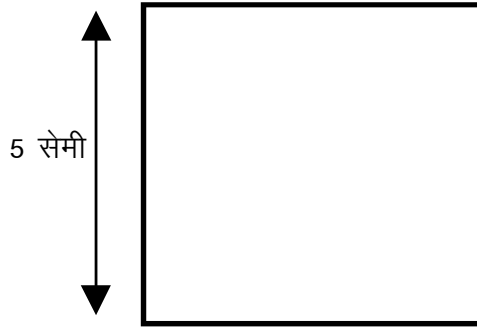
1 वर्गखण्ड का क्षेत्रफल = 1 वर्ग सेमी
 16 वर्गखण्डों का क्षेत्रफल = 16 वर्ग सेमी
 वर्ग का क्षेत्रफल = 16 वर्ग सेमी
 वर्ग का क्षेत्रफल = 4 सेमी x 4 सेमी

$$\text{वर्ग का क्षेत्रफल} = \text{भुजा} \times \text{भुजा} = (\text{भुजा})^2$$



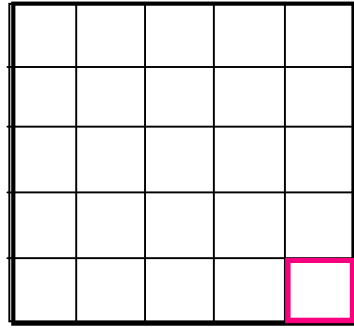
चित्र 8

उदाहरण 1. यदि एक वर्ग की भुजा 5 सेमी है तो इसका क्षेत्रफल क्या होगा?



चित्र 9

चित्र में 5 सेमी भुजा का एक वर्ग दिखाया गया है। प्रत्येक भुजा पर 1-1 सेमी दूरी पर चिह्न अंकित कीजिए।



एक खाना
 1 सेमी²

चित्र 10

अब आमने-सामने के सभी बिन्दुओं को मिलाकर आड़ी और खड़ी रेखाएँ खींचिए।

इस वर्ग के भीतर 1 सेमी लम्बे व 1 सेमी चौड़े खानों को गिनिये।

वर्ग का क्षेत्रफल = वर्ग के भीतर 1 सेमी लम्बे व 1 सेमी चौड़े खानों की संख्या।

$$= 25 = 25 \times 1 \text{ खाने का क्षेत्रफल}$$

$$= 25 \times 1 \text{ वर्ग सेमी} = 25 \text{ वर्ग सेमी}$$

अतः वर्ग का क्षेत्रफल = वर्ग की लम्बाई \times वर्ग की चौड़ाई

$$= \text{भुजा का वर्ग}$$

उदाहरण 2. एक आयत की लम्बाई 7 सेमी व चौड़ाई 3 सेमी है, इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : यहाँ आयत की लम्बाई = 7 सेमी

आयत की चौड़ाई = 3 सेमी

$$\begin{aligned} \text{इसलिये आयत का क्षेत्रफल} &= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \\ &= 7 \text{ सेमी} \times 3 \text{ सेमी} = 21 \text{ सेमी}^2 \text{ या } 21 \text{ वर्ग सेमी} \end{aligned}$$

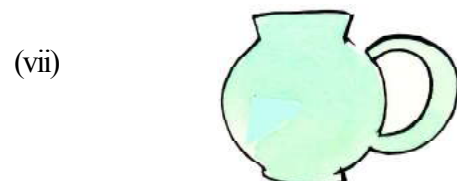
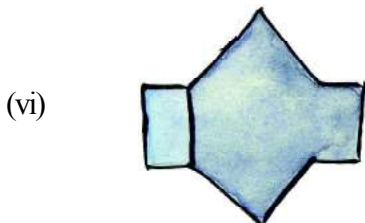
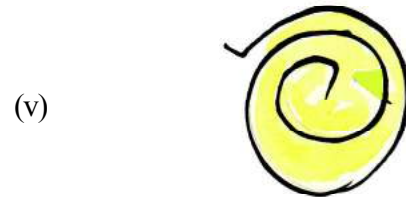
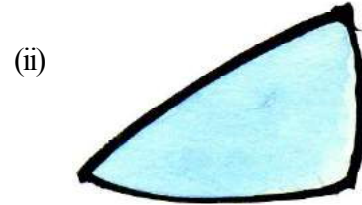
उदाहरण 3. एक वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजा 8 सेमी लम्बी है।

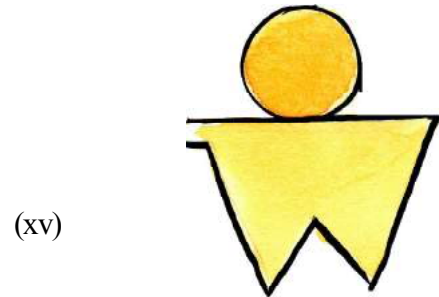
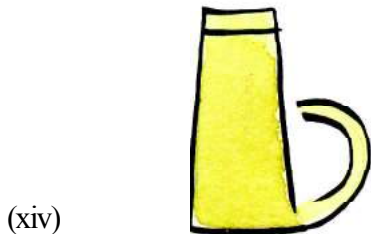
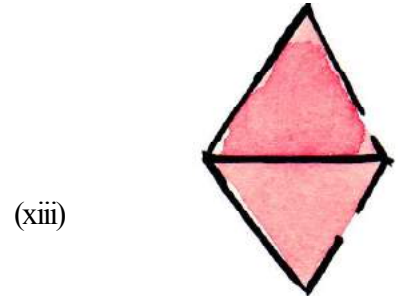
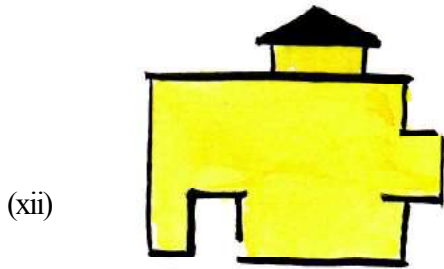
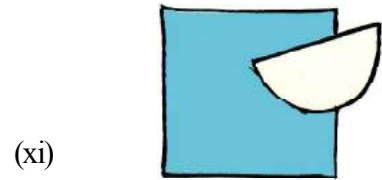
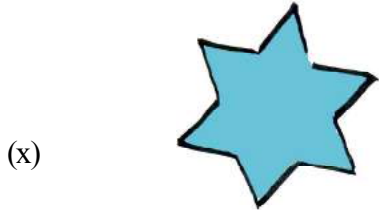
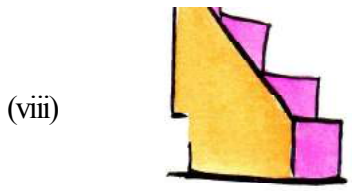
हल :

$$\begin{aligned} \text{अतः वर्ग का क्षेत्रफल} &= \text{भुजा} \times \text{भुजा} \\ &= 8 \text{ सेमी} \times 8 \text{ सेमी} \\ &= 8 \text{ सेमी} \times 8 \text{ सेमी} \\ &= 64 \text{ सेमी}^2 \text{ या } 64 \text{ वर्ग सेमी} \end{aligned}$$

प्रश्नावली 16

(1) निम्नलिखित में से बन्द आकृतियों को पहचानिये -





(2) प्रत्येक आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, लम्बाई व चौड़ाई निम्नानुसार है –

- (i) लम्बाई – 6 सेमी, चौड़ाई – 2 सेमी
- (ii) लम्बाई – 10 सेमी, चौड़ाई – 1 सेमी
- (iii) लम्बाई – 12 सेमी, चौड़ाई – 6 सेमी
- (iv) लम्बाई – 13.5 सेमी, चौड़ाई – 10 सेमी

(3) निम्नलिखित वर्गों जिनकी भुजा निम्नानुसार है का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए –

- (i) 6 सेमी
- (ii) 12 सेमी
- (iii) 13 सेमी
- (iv) 3.5 सेमी

- (4) निम्न आयतों में से प्रत्येक आयत का क्षेत्रफल उसमें प्रत्येक भुजा पर 1–1 सेमी की दूरी पर आड़ी व खड़ी रेखाओं को खींचकर ज्ञात कीजिए तथा सूत्र की सहायता से अपने उत्तर की जाँच भी कीजिए।
- (i) लम्बाई – 5 सेमी, चौड़ाई – 4 सेमी
- (ii) लम्बाई – 12 सेमी, चौड़ाई – 2 सेमी
- (5) एक वर्ग की भुजा 6 सेमी है। इसके प्रत्येक भुजा पर 1–1 सेमी की दूरी पर आड़ी व खड़ी रेखाओं को खींचकर क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए और प्रश्न (3) के एक से अपने उत्तर की जाँच कीजिए।

हमने सीखा

1. किसी समतल पर कोई वस्तु जितना स्थान घेरती है वह उसका क्षेत्रफल होता है।
2. आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई x चौड़ाई
3. वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा x भुजा = (भुजा)²
4. क्षेत्रफल का मात्रक वर्ग इकाई होता है।

:- प्रायोजना कार्य :-

अपनी सभी विषयों की पुस्तकों की लंबाई और चौड़ाई नापिए तथा बताइये कि कौन सी पुस्तक मेज़ पर सबसे अधिक स्थाना घेरती है।