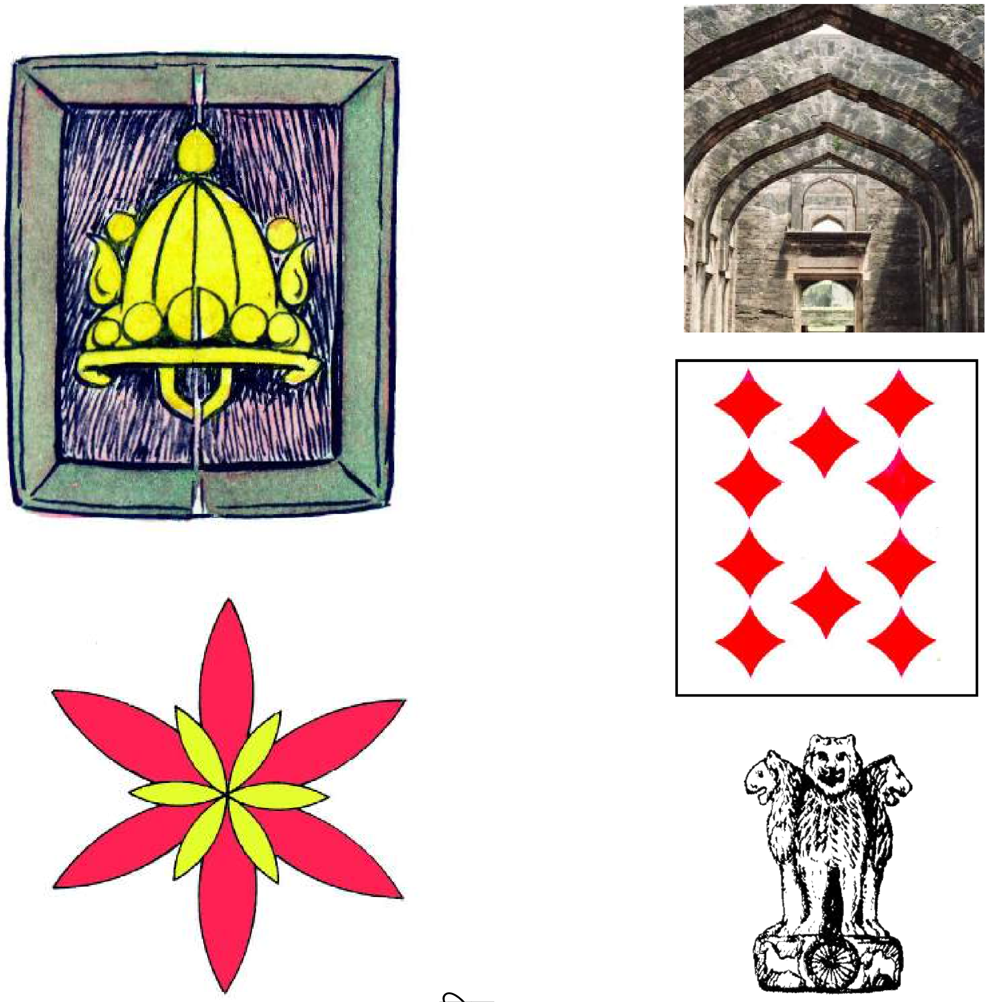
18
सममिति

हमारे आसपास बहुत सी आकृतियाँ हैं। हम फूलों को देखते हैं, सुन्दर चित्रों, इमारतों और अन्य चीज़ों को देखते हैं। इन सभी में हमें सुडौलपन व एक प्रकार की तारतम्यता दिखती है। इनमें से कई आकृतियाँ संतुलित अनुपात में हैं। कई ऐसी भी हैं जो कई जगहों में एक सी दिखती हैं। कई ऐसी भी है जो अपने आप में दो एक जैसी आकृतियों से मिल कर बनी दिखती हैं। ये सब आकृतियाँ सममित आकृतियाँ हैं।

दिन–प्रतिदिन हर जगह जब हम ऐसी आकृतियों को देखते हैं जो बराबर संतुलित अनुपात में हों तब हम कहते हैं, ये आकृतियाँ सममित आकृतियाँ हैं।



चित्र 1

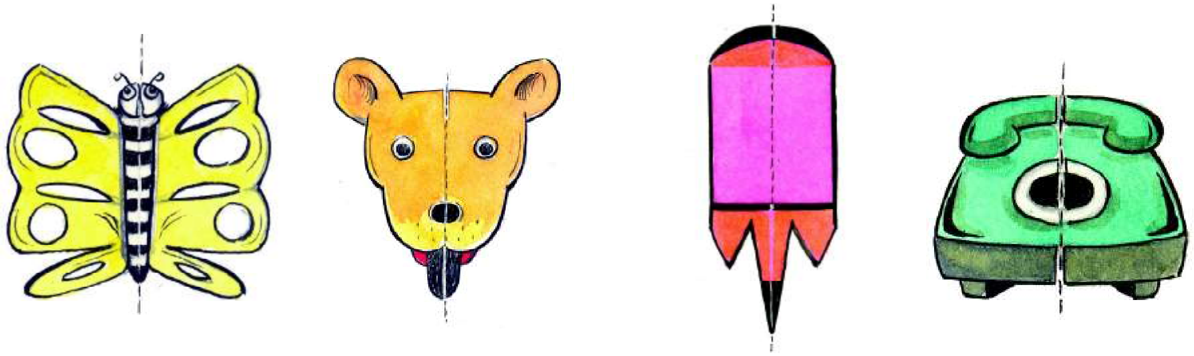
ये सब आकृतियाँ सुन्दर लगती हैं। इनकी बनावट में संतुलित अनुपात है और सममिति है।

क्रियाकलाप 1

सममिति अक्ष

दी गई आकृतियों को देखें। यदि हम इनमें से किसी एक आकृति को इस तरह मोड़ पाएं कि इसका आधा बायाँ भाग, आधे दायें भाग से अथवा आधा ऊपर का भाग, नीचे के आधा भाग से पूर्णतया मिलता जुलता हो, तब हम कहेंगे कि आकृति में सममिति की रेखा है। ऐसे में दोनों आधे भाग एक दूसरे के प्रतिबिम्ब हैं।

चित्र 2 (क) देखें। टूटी रेखा पर मोड़ने पर चित्र के दोनों हिस्से ठीक एक दूसरे को ढक लेंगे। ऐसा ही बाकी चित्रों में भी देखें।



(क) (ख) (ग) (घ)

चित्र 2

यदि हम मोड़ने वाली रेखा पर एक समतल दर्पण रख दें तो भी सममित आकृतियों में आकृति के एक भाग का प्रतिबिम्ब दूसरे भाग को पूर्णतया ढ़क लेगा। इन चित्रों में मोड़ (वास्तविक या काल्पनिक रेखा) बनाएं व एक दर्पण लेकर सभी चित्रों में टूटी लाइन पर रखकर देखें।

क्या दर्पण में दिखी आकृति चित्र के बाकी हिस्से के समान ही थी? यह दर्पण रेखा, आकृति की सममिति की रेखा (या सममिति अक्ष) कहलाती है।

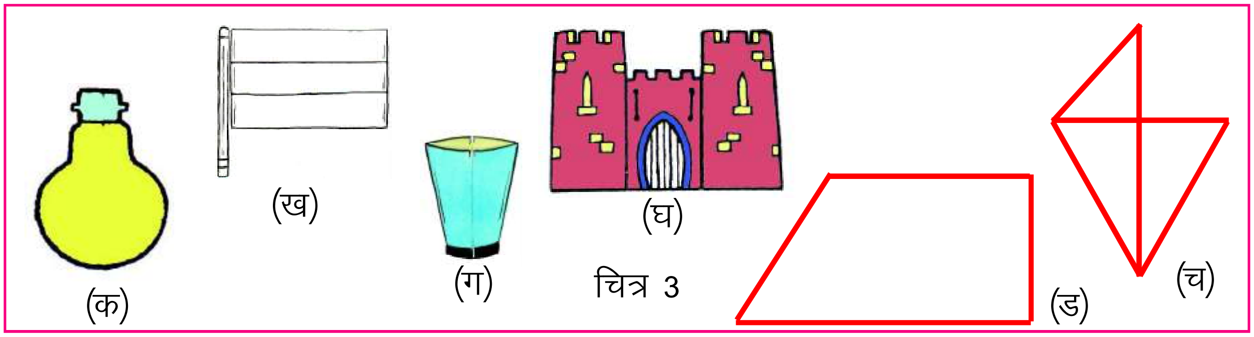
रोहन का कहना है कि ऊपर जो भी आकृतियाँ बने हैं, वे सभी सममित आकृतियाँ हैं। क्या आप इससे सहमत है? क्यों?

आप भी पाँच सममित आकृतियाँ बनाइये और उनके सममिति अक्ष खींचिये।

क्रियाकलाप 2

सममित आकृतियाँ पहचानियें

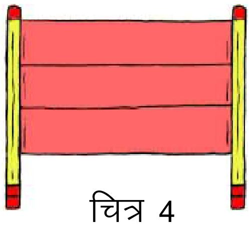
नीचे दी आकृतियों में से कौन–कौन सी आकृतियाँ सममित है?



चित्र 3

सममित आकृतियों को आपने कैसे पहचाना?

अब उनके सममिति अक्ष भी बनाएं। क्या जो आकृतियाँ सममित नहीं है उनमें आप कुछ जोड़ कर सममित आकृतियाँ बना सकते हैं? कोई एक आकृति लेकर सोचो।



चित्र 4

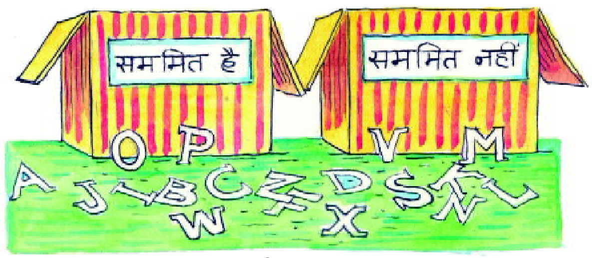
सममित आकृतियों में आकृति का आधा भाग सममित अक्ष पर दूसरे आधे भाग को पूर्णतया ढँक लेता है।

आकृति क्रमांक 3 (ख) सममित आकृति नहीं है किन्तु उसमें यदि एक और खम्भा जोड़ दिया जाए तो फिर नई आकृति सममित होगी। इसका सममिति अक्ष कहाँ है? बाकी आकृतियाँ जो सममित नहीं है उन्हें भी इसी प्रकार सममित बनाएं।

क्रियाकलाप 3

कौन से अक्षर सममित हैं ?

आप मोटे कागज़ के टुकड़े में से A,B,C,D ..... Y, Z के रूप काटिए। दो डिब्बे लेकर एक पर सममित है एवं दूसरे पर सममित नहीं हैं, की पर्ची चिपका दें।



चित्र 5

अब A,B,C,D.... को एक–एक करके देखिए। पता करें कि क्या उस अक्षर का आधा भाग सममित अक्ष पर शेष आधे भाग को पूरी तरह ढक लेता है या नहीं?

जिस अक्षर में दोनों भाग एक दूसरे को ढक लेते हैं, उसे किस डिब्बे में डालेंगे?

सममित वाले डिब्बे में कौन–कौन से अक्षर आए?

किसमें ज्यादा अक्षर हैं?

यही अभ्यास क,ख,ग,..... ह अक्षर काट कर भी करो। कौन से अक्षर सममित मिले?

क्रियाकलाप 4

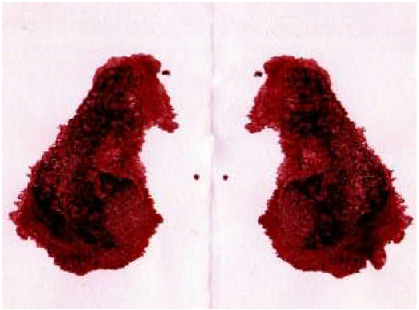
ऐसी भी सममिति :

एक कागज़ लो एवं उसे दो समान भागों में मोड़िये। एक आधे भाग पर स्याही या रंग की कुछ बूंदे डालिए। दूसरे भाग को मोड़ कर पहले भाग पर रखकर दबाइए। आप क्या देखते हैं?

क्या प्राप्त आकृति सममित है? यदि हाँ तो इसकी सममिति रेखा कहाँ है।

क्या ऐसी कोई अन्य रेखा भी है, जहाँ से मोड़ने पर दो समान भाग प्राप्त हो सकते हो?

ऐसे ही कुछ और प्रतिरूपों को बनाने का प्रयास कीजिए।

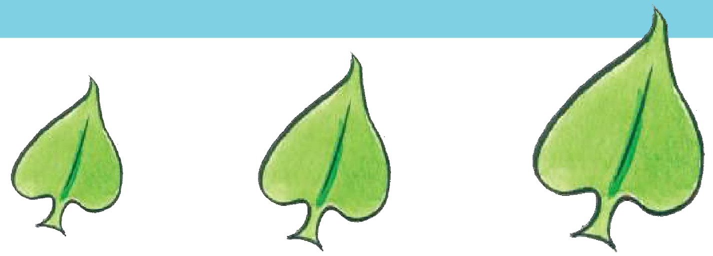


चित्र 6

आप अपनी कक्षा में उपलब्ध वस्तुओं को देखें। उनमें सममित आकृति वाली वस्तुओं की सूची बनाइए, जैसे श्याम पट्ट, मेज की ऊपरी सतह, आपकी कॉपी आदि–आदि। क्या पंखे के पंख की आकृति भी सममित है? चर्चा करके अपनी सूची गुरूजी को दिखाए। प्रत्येक सममित वस्तु का चित्र बनाकर उसमें सममिति रेखा भी खीचिए।

क्रियाकलाप 5

अब इन चित्रों को देखिए –



(क) (ख) (ग)

चित्र 7

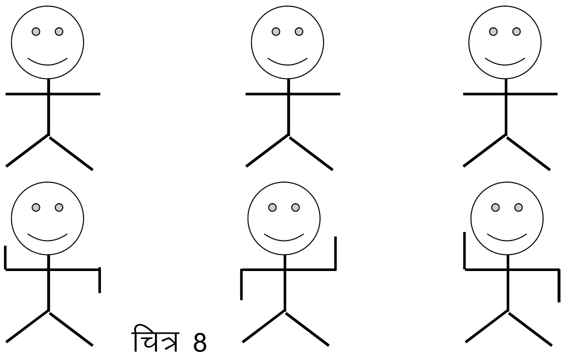
क्या ये सममित हैं?

आपने अपने घर की दीवार या गाँव के अन्य घरों की दीवार में बने हुए चित्र देखें हैं। अपनी कॉपी में भी ऐसे ही चित्र बनाइए।

क्या वे चित्र सममित होते हैं? उनके सममिति अक्ष बनाएं।

क्रियाकलाप 6

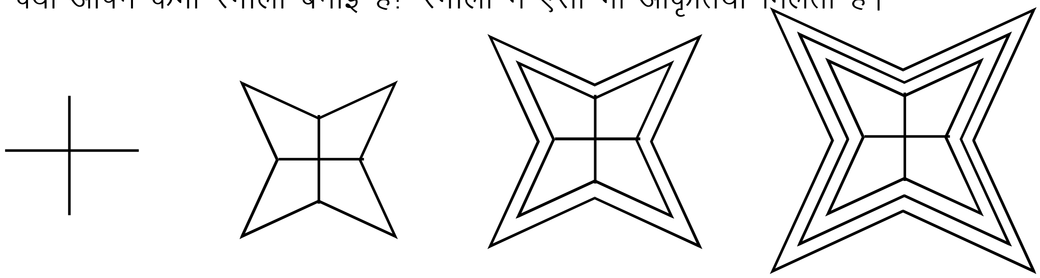
सममिति पहचानिए :



चित्र 8

इनमें से कौन से चित्र सममित है? जो सममित नहीं है उन्हें सममित में बदल कर बनाओ।

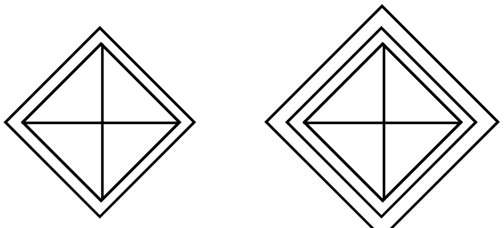
क्या आपने कभी रंगोली बनाई है? रंगोली में ऐसी भी आकृतियाँ मिलती हैं।



(क) (ख) (ग) (घ)

चित्र 9

इनमें अलग–अलग घेरों में अलग–अलग तरह से रंग भरे जा सकते हैं।



(क) (ख)

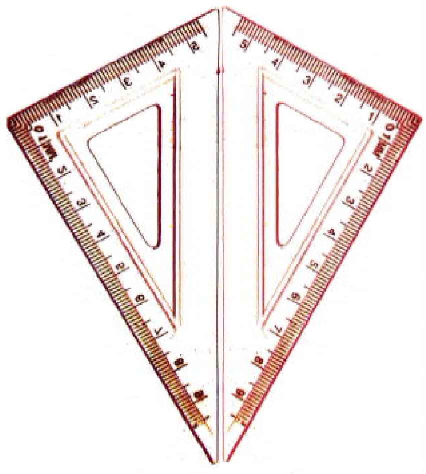
चित्र 10

रंग भरने पर यह सुन्दर लगती हैं। क्या इनमें भी कोई सममिति अक्ष हैं? हरेक आकृति में देखें। क्या किसी आकृति में एक से अधिक सममिति अक्ष हैं?

क्रियाकलाप 7

आपके ज्यामिति बॉक्स में दो सेट स्क्वायर में से एक के कोणों की माप 90^o, 60^o और 30^o है। ऐसे ही दो समान सेट स्क्वायर लीजिए।

इन्हें आपस में मिलाकर रखिए और एक पतंग जैसी बनाइए। जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। इस आकृति में कितनी सममिति रेखाएँ हैं?



चित्र 11

इसी प्रकार अब दूसरे प्रकार के दो सेट स्क्वायर (कोणों की माप 90^o, 45^o और 45^o) लीजिए और पहले की तरह साथ–साथ जोड़ कर रखिए।

कैसी आकृति बनी?

इसमें कितनी सममिति रेखाएँ हैं?

ऐसी और आकृतियाँ सोचो जिनमें एक से अधिक सममिति रेखाएँ हों।

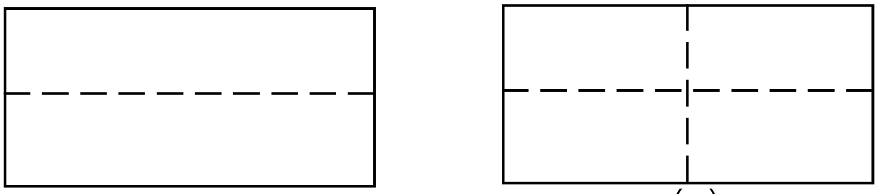
क्रियाकलाप 8

आयत और सममिति

एक पोस्टकार्ड लीजिए। उसे लम्बाई की ओर से मोड़िए (चित्र 12 क), जिससे कि एक आधा भाग दूसरे आधे भाग को पूर्णतया ढँक ले। क्या यह मोड़ एक सममिति की रेखा है?

अपने उत्तर का कारण बताओ।

इसे खोलिए और पुनः एक बार चौड़ाई की ओर से समान तरीके से मोड़िए (चित्र 12 ख)।



(क) (ख)

चित्र 12

क्या यह दूसरा मोड़ भी सममिति की रेखा है?

क्या आपको लगता है इसमें सममिति की दो ही रेखाएँ हैं?

ऊपर सेट–स्क्वायर से बने वर्ग के बारे में फिर से सोचो। इसमें सममिति की कितनी रेखाएं हैं।

क्रियाकलाप 9

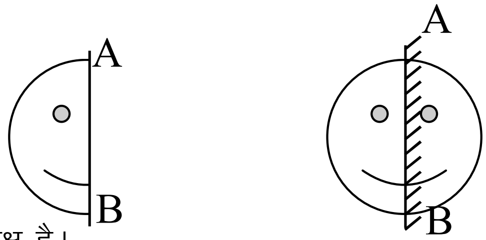
दर्पण और सममिति

नीचे एक छाते का चित्र 13 (क) है। चित्र 13 (ख) में छतरी के आधे हिस्से को समतल दर्पण के सामने खड़ा दिखाया गया है। दर्पण के चमकदार हिस्से की ओर से सामने का आधा हिस्सा और उसके प्रतिबिंब को ध्यान से देखें। क्या छतरी का चित्र पूरा प्रतीत होता हैं ?

चित्र 13

क्रियाकलाप 10

चित्र में आधा चेहरा है। रेखा A B पर समतल दर्पण रखने पर क्या चेहरा पूर्ण प्रतीत होता है?



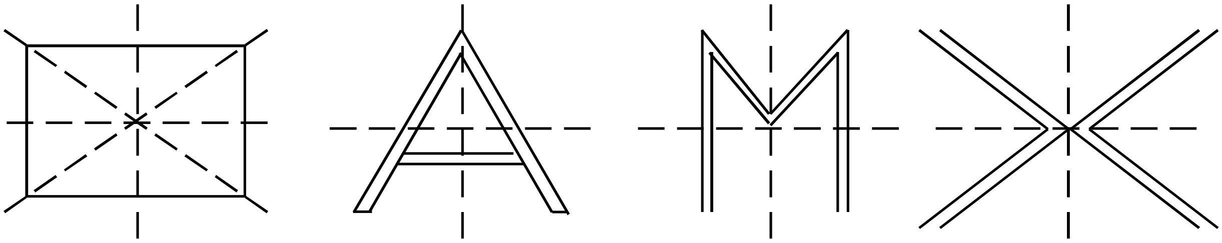
AB पूर्ण आकृति का सममिति अक्ष है।

चित्र 14

क्रियाकलाप 11

ऐसी कौन–कौन सी आकृतियाँ हैं जिनमें सममिति अक्ष पर समतल दर्पण रखने पर दोनों तरफ के हिस्से प्रतिबिंबित होते है ?

इन आकृतियों को देखिए तथा टूटी रेखाओं पर समतल दर्पण की ऐसी स्थिति का पता लगाइए जहाँ रखने पर प्रतिबिंब आकृति और वास्तविक आकृति एक जैसी हैं।

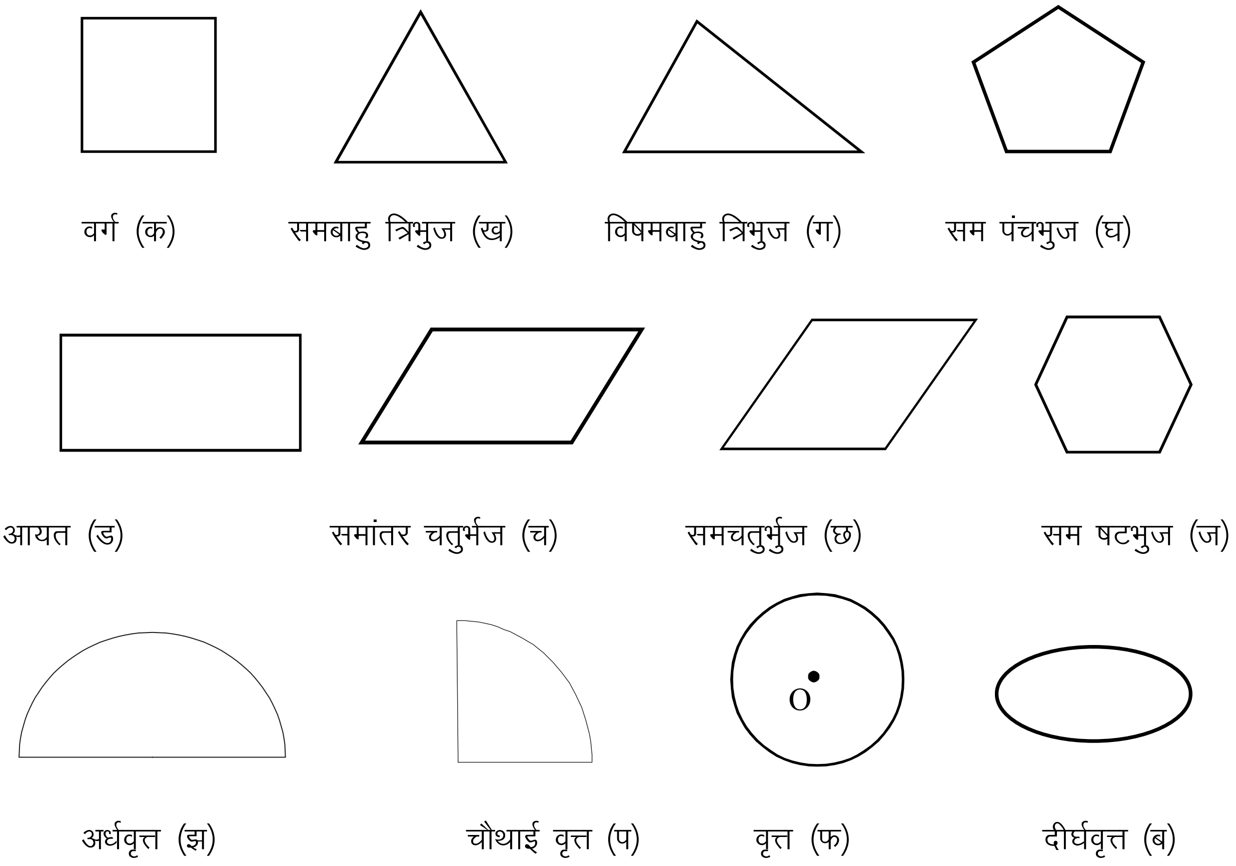


(क) (ख) (ग) (घ)

चित्र 15

प्रश्नावली 18.1

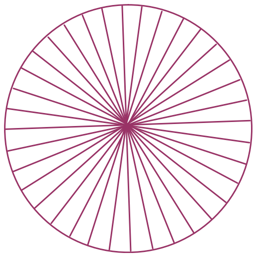
निम्न आकृतियों में कौन–कौन सी सममित हैं? इनमें सममिति अक्ष ढूंढ़िए। सममित आकृति में सममिति अक्षों की संख्या लिखें व सममिति अक्ष दर्शाएं।



चित्र 16

वृत्त में सममिति अक्षों की संख्या कितनी है?

वृत्त अपने प्रत्येक व्यास के सापेक्ष सममित है। अर्थात् किसी भी व्यास पर से काटने पर दोनों हिस्से बराबर होते हैं।

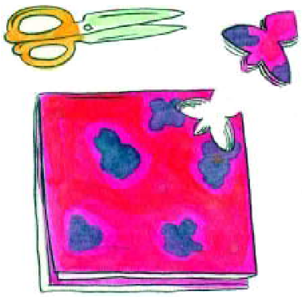


चित्र 17

क्रियाकलाप 12

एक वर्गाकार कागज़ लो। इसे एक बार ऊपर से नीचे एवं पुनः एक बार बायें से दायें मोड़िए। अब दी गई आकृति के अनुसार डिज़ाइन बनाइए। जैसा कि दिखाया गया है। जो आकृति बनाई गई है उस पर से काटिए और मोड़ खोल कर कागज़ को फैलाएं।

इनमें कितनी सममिति रेखाएँ हैं?



चित्र 18

क्रियाकलाप 13

सममित रेखाएँ

तीन बॉक्स लो। तीनों पर कागज़ की चिट चस्पा कर दो। पहले बॉक्स पर एक सममिति रेखा, दूसरे पर दो सममिति रेखाएँ एवं अन्य पर तीन या तीन से अधिक रेखायें लिखा हुआ हो।

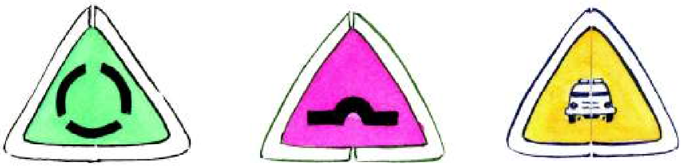
आप अपने A,B,C,... Y,Z के टुकड़ों को देखें एवं मालूम करें कि इनमें कितनी सममिति रेखाएँ हैं। जिन A,B,C,D.... में एक सममिति रेखा है उसे एक के बॉक्स में, जिनमें दो सममिति रेखाएँ हैं उन्हें दो के बॉक्स में एवं जिनमें तीन या अधिक सममिति रेखाएँ हैं उन्हें उस बॉक्स में डालें। अपने साथियों से चर्चा करें।

क्या अब आप बता सकते हैं कि सबसे ज्यादा सममिति रेखाएँ अंग्रेजी के किस अक्षर में हैं? ऐसे और भी चित्रों व आकृतियों को इसी प्रकार सममिति अक्ष के आधार पर छांटिएं।

चित्र 19

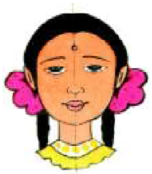
सममिति और कहाँ–कहाँ

1. बस में सफर करते वक्त रोड साइन (मार्ग सूचक) संकेत या चिह्न को देखते हैं। इन रोड साइन में से वे जिनमें सममिति की रेखाएँ होती है इन्हें पहचानो एवं अपनी कॉपी में लिखो।

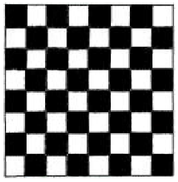


(i) (ii) (iii)

2. पेड़ों/पत्तियों/डंठल को देखों क्या इनमें सममिति की रेखाएँ होती हैं?

3.  क्या दिये गये चित्र में सममिति की रेखा है?

4. क्या ताश के पत्तों में भी सममिति की रेखाएँ हैं ? किस पत्ते में कितनी सममिति रेखा है, एक है, दो हैं, तीन हैं या अधिक हैं, बताइए।

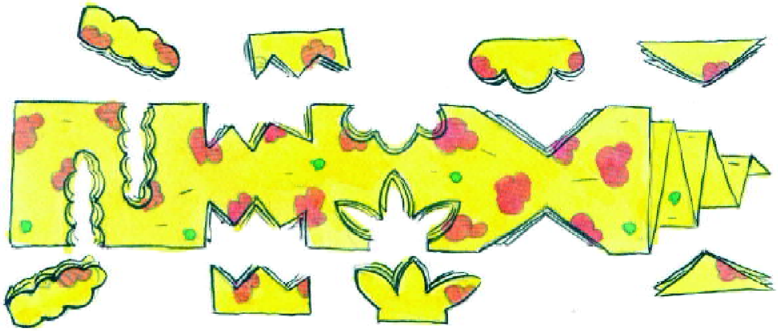


5. खेलों के मैदानों एवं बोर्ड में भी सममिति की रेखाएं होती हैं। आप ऐसे मैदानों एवं बोर्ड की सूची बनाएं एवं अध्यापक को बताएं।

6. सभी प्रकार के वाहनों में भी सममिति होती है। जैसे बस ट्रक।

कागज़ों द्वारा बनावट

एक आयताकार रंगीन कागज़ लो, इसे कई बार मोड़िए एवं इसे चित्र में दी गई आकृति के अनुसार काट लो, अब खोल कर देखो।



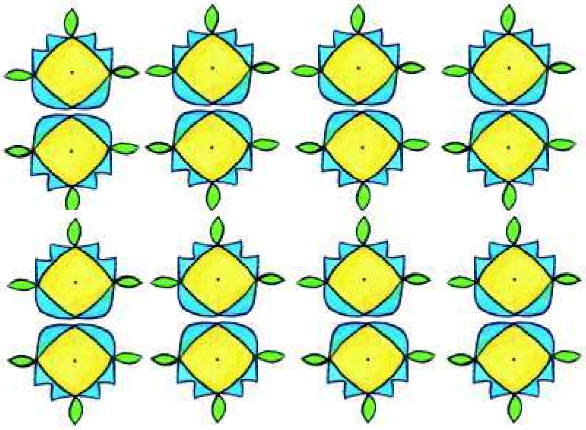
चित्र 20

इसको अपनी कॉपी पर रखकर इसमें विभिन्न रंग भर कर देखो। क्या इन चित्रों में सममिति दिखाई देती है?

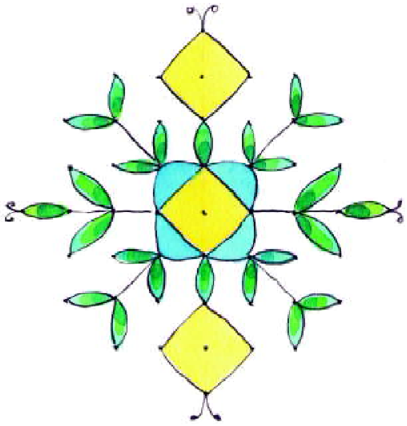
रंगोली

क्या आपने कभी त्यौहारों के अवसर पर घर पर कभी रंगोली बनाई है?

क्या इनमें सममिति का प्रयोग होते देखा है? इस प्रकार के विभिन्न रंगोली पैटर्न को कागज़ पर उतार कर एक एलबम बनाएं।



चित्र 21



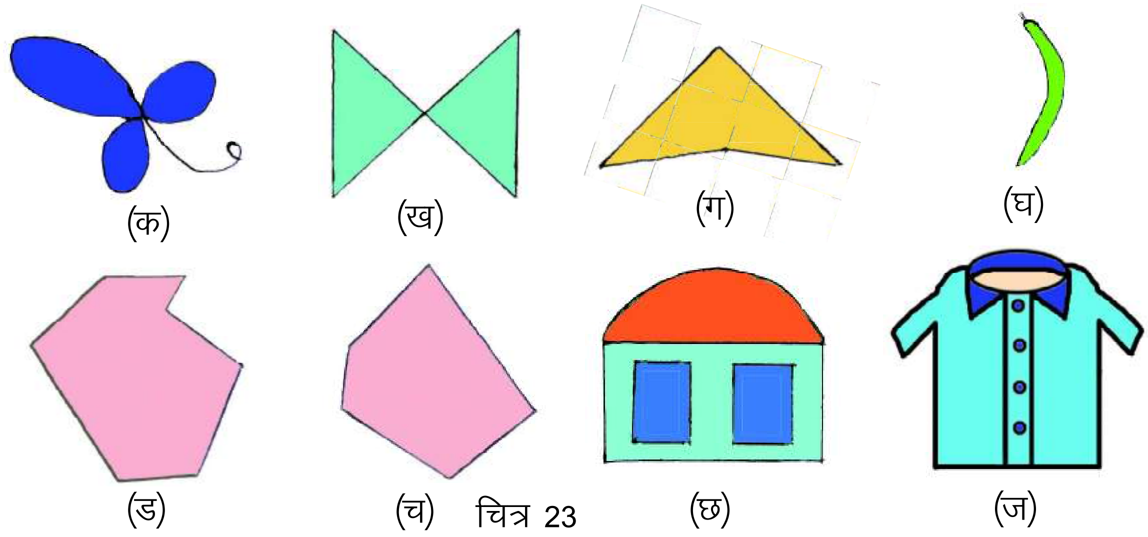
चित्र 22

मेंहदी

घरों में महिलाओं को मेंहदी लगाते हुए देखा है। क्या मेंहदी में भी सममिति होती हैं। अपनी कक्षा की लड़कियों के साथ चर्चा करो।

प्रश्नावली 18.2

प्र.1. नीचे दी गई आकृतियों में पता लगाइए कि कौन सी सममित है एवं कौन सी असममित है।



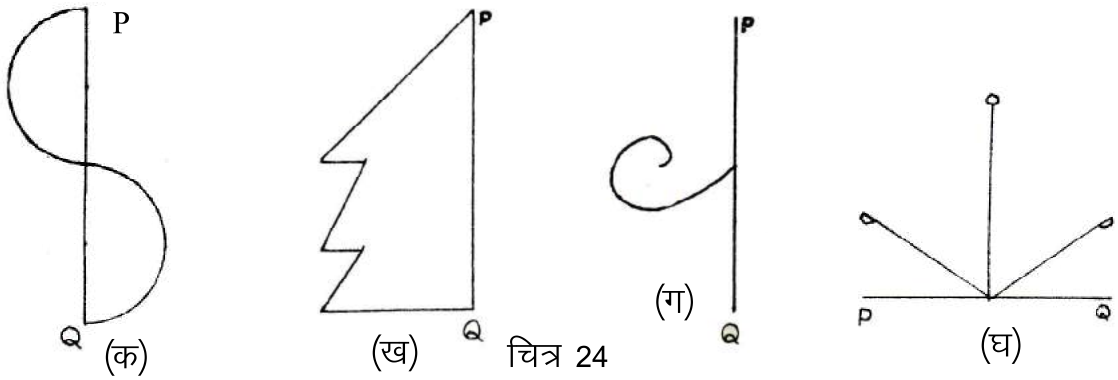
चित्र 23

प्र.2. अपने आसपास में स्थित 5 असममित आकृतियों के नाम लिखो जो इस पुस्तक में नहीं आई हों।

प्र.3. 90^{o} का कोण बनाइए और उस पर सममिति रेखा खींचिए।

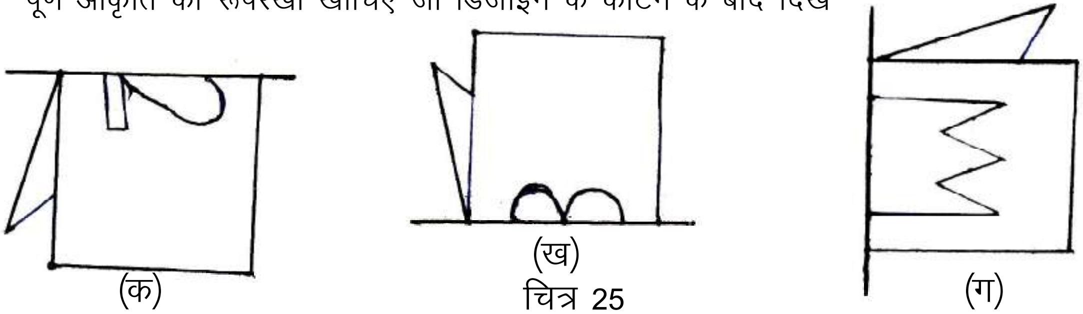
प्र.4. 6 cm का एक रेखाखण्ड़ खींचिए और उसका सममिति अक्ष बनाइए।

प्र.5. नीचे दी गई आकृतियाँ अधूरी है जिनका सममिति अक्ष PQ है। इन्हें पूरी कीजिए।



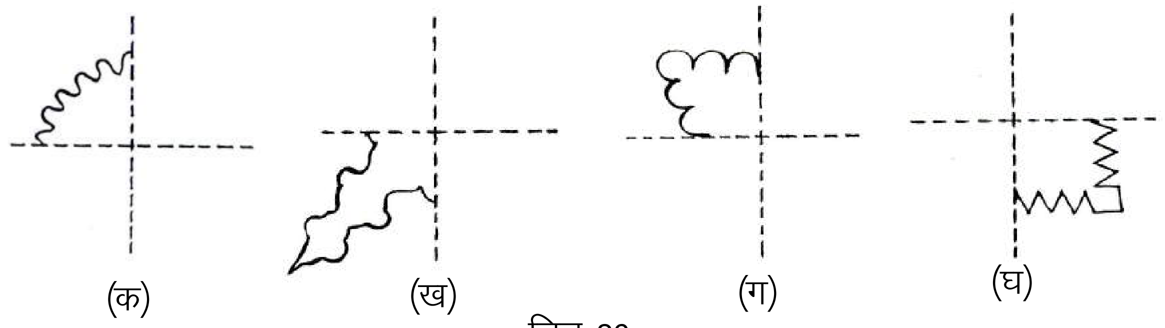
चित्र 24

प्र.6. नीचे कुछ मुड़ी हुई शीट की आकृतियाँ दी गई हैं जिनकी तह पर आकृतियाँ बनाई गई हैं। प्रत्येक में पूर्ण आकृति की रूपरेखा खींचिए जो डिजाइन के काटने के बाद दिख[illegible]



चित्र 25

प्र.7. नीचे दी गई आकृतियों को एक चार तह वाले वर्गांकित कागज़ पर बनाते तो कैसी दिखती? सोच कर वैसी ही आकृति अपनी कॉपी में बनाओ। यदि नहीं सोच पाते तो कागज़ काट कर पता लगाओ।



चित्र 26

प्र.8. 1 से 100 तक की संख्याओं में से सममित संख्याएँ कौन–कौन सी है? पता लगाओ एवं अपनी कॉपी में लिखो।

त्रिविमीय आकृतियाँ

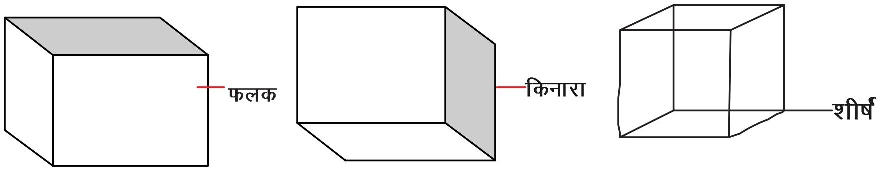
3HR88A

हम अपने दैनिक जीवन में कुछ ऐसी ठोस वस्तुओं को देखते हैं जिनका आकार सपाट नही होता है।

चित्र 27

फलक किनारे और शीर्ष

त्रिविमीय आकारों में हम उनके फलकों, किनारों और भीर्षों को सरलता से पहचान सकते हैं।



चित्र 28

उदाहरण के लिए, एक घन को लीजिए। घनाभ की प्रत्येक उपरी सपाट (आयताकार) सतह एक फलक है। इसके दो संलग्न फलक एक रेखाखण्ड में मिलते हैं जो घनाभ का किनारा कहलाता है। घनाभ के तीन संलग्न किनारे एक बिन्दु पर मिलते हैं, जिसे घनाभ का भीर्ष कहते हैं।

इस प्रकार एक घनाभ में 6 आयताकार फलक, 12 किनारे और 8 भीर्श होते हैं।

अभ्यास

1. उचित संबंध जोड़िए

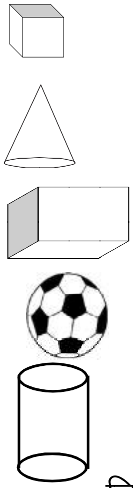
(i) भांकु (i)

(ii) गोला (ii)

(iii) बेलन (iii)

(iv) घन (iv)

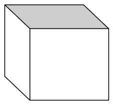
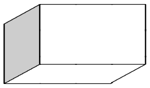
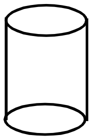
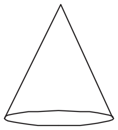
(v) घनाभ (v)



चित्र 29

2. निम्न वस्तुएँ किस आकार की हैं –
   - (i) चॉक का डिब्बा
   - (ii) टेनिस बॉल
   - (iii) पाइप
   - (iv) जोकर की टोपी
   - (v) पासा
3. किन्ही चार वस्तुओं के नाम बताइए जो एक घनाभ आकार से मिलती जुलती हों।
4. किन्ही ऐसी तीन वस्तुओं के नाम बताइये जो बेलन के आकार से मिलती जुलती हों।

5. नीचे दी गयी गई सारणी में त्रिविमीय आकृतियों के फलक, किनारे व शीर्षों की संख्या लिखिए –

आकृति						
फलक	समतल					
	वक्र					
किनारे	सीधे					
	वक्र					
शीर्ष						

हमने सीखा

1. हम फूलों को देखते हैं, सुन्दर चित्रों को, इमारतों को और अन्य चीज़ों को देखते हैं। ये सब आकृतियाँ सममित आकृतियाँ है।
2. सममितता से वस्तुएँ सुन्दर लगती हैं।
3. दिन प्रतिदिन हर जगह जब हम ऐसी आकृतियों को देखते हैं जो बराबर संतुलित अनुपात में हों तब हम कहते हैं, ये आकृतियाँ सममित आकृतियाँ हैं।
4. हमारे आस–पास कई प्रकार की त्रिविमीय आकृतियाँ होती हैं। इनमें से कुछ घन, घनाभ, गोला, बेलन और शंकु हैं।