

19 सांख्यिकी



भूमिका

शाला में कक्षा सजावट का कार्यक्रम आयोजित होना था। कक्षा 7वीं के विद्यार्थी यह तय नहीं कर पा रहे थे कि कक्षा के अंदर दीवारों की पुताई किस रंग से कराई जाये। उनकी शाला में हल्का पीला, गुलाबी, हल्का हरा एवं आसमानी मात्र चार रंग ही उपलब्ध थे। कक्षा नायक के कहने पर सभी विद्यार्थियों ने अपना नाम एवं पसंदीदा रंग एक पन्ने पर लिख दिया। जो निम्नांकित सारणी में प्रदर्शित है:-

सारणी-1

क्र.	विद्यार्थी का नाम	रंग
1.	राजेश	हल्का पीला
2.	रुचि	गुलाबी
3.	मीना	हल्का पीला
4.	रहीम	आसमानी
5.	हमीदा	हल्का पीला
6.	जुली	हल्का हरा
7.	अनिता	हल्का हरा
8.	फ्रांसिस	आसमानी

क्र.	विद्यार्थी का नाम	रंग
9.	केशव	हल्का पीला
10.	बसंत	आसमानी
11.	शेखर	हल्का हरा
12.	रीता	गुलाबी
13.	सुनील	हल्का पीला
14.	अनामिका	हल्का पीला
15.	बलवन्त	गुलाबी
16.	रघु	हल्का पीला

इन सूचनाओं के आधार पर क्या आप यह निर्णय ले सकते हैं कि दीवार पर कौन-से रंग से पुताई करानी है? तभी रीता को एक तरीका सूझा। उसने बोर्ड पर रंगों के नाम लिखे तथा प्रत्येक रंग को पसंद करने वाले विद्यार्थी को अपनी पसन्द के रंग के सामने अपना नाम लिखने को कहा।

अब सूची इस प्रकार बनी:-



चित्र-1

सारणी-2

रंग	विद्यार्थियों के नाम
गुलाबी	रुचि, रीता, बलवन्त
हल्का पीला	राजेश, मीना, हमीदा, केशव, सुनील, अनामिका, रघु
हल्का हरा	जूली, अनिता, शेखर
आसमानी	रहीम, बसंत, फ्रांसिस

चूंकि हल्का पीला रंग पसंद करने वाले विद्यार्थियों की संख्या अधिक थी, इस कारण इसी रंग से पुताई कराने का निर्णय लिया गया।

दैनिक जीवन में क्या आपने निर्णय लेने के लिए कभी यह तरीका अपनाया है?

आप, अपनी कक्षा में त्रैमासिक परीक्षा में प्रत्येक विषय में 34% से अधिक और 34% से कम अंक प्राप्त करने वालों की सूची बनाइए। क्या इस आधार पर आप बता सकते हैं कि किस विषय का परीक्षाफल सबसे अच्छा है और किस विषय का सबसे खराब?

आँकड़े (Data)

कोई भी निर्णय लेते समय आपको कुछ न कुछ जानकारियों की आवश्यकता होती है। इन आवश्यक संख्यात्मक जानकारियों को ही आँकड़े कहते हैं।

माना, आपको अपनी कक्षा के विद्यार्थियों के पढ़ने के लिए एक समाचार पत्र खरीदना है। आप कौनसा समाचार पत्र खरीदेंगे, जिसे अधिक से अधिक विद्यार्थी पढ़ना पसंद करें? यह निर्णय आप कैसे लेंगे?

सभी विद्यार्थियों ने एक सारणी तैयार की जिसमें पसंद के समाचार पत्र के सामने सभी ने अपना-अपना नाम लिखा। फिर जिस समाचार पत्र को पसन्द करने वालों की संख्या सर्वाधिक है, उसे ही खरीदने का निर्णय लिया गया।

जूली सारणियों को बार-बार देख रही थी और सोच रही थी कि इन सारणियों में नाम लिखने का कोई मतलब ही नहीं है। हमें तो मात्र यह गिनना है कि चाही गई जानकारी के पक्ष में कितने छात्र हैं। नाम न लिखकर उसके स्थान पर किसी संकेत का भी उपयोग किया जा सकता है।

क्या आप जूली की सोच से सहमत हैं? क्या ऐसा कोई तरीका सोच सकते हैं जिसमें नाम के स्थान पर केवल संकेत चिन्ह का उपयोग करके ही गणना की जा सके?

बसंत ने एक सुझाव दिया कि क्यों न प्रत्येक नाम के स्थान पर एक-एक खड़ी लकीर का उपयोग किया जाए और अन्त में सभी खड़ी लकीरों की गिनती कर ली जाए। सभी विद्यार्थी इससे सहमत थे।


अनिता ने कहा “चलो हम खेलों की लोकप्रियता का क्रम पता लगावें।” अनिता ने बोर्ड में 4 खेलों के नाम लिखे और अपने-अपने पसंद के खेल के सामने प्रत्येक विद्यार्थी को एक खड़ी लकीर खींचने को कहा। सारणी कुछ इस प्रकार बनी:-

सारणी—3


खेल का नाम	टेली चिन्ह (खड़ी लकीर)	विद्यार्थियों की संख्या
फुटबाल		3
क्रिकेट		7
वॉलीबाल		1
कबड्डी		5

परन्तु इस प्रकार की सारणी में ज्यादा खड़ी लकीरों को गिनने में असुविधा होती है, इसलिए जिस प्रकार से आपने छोटी कक्षाओं में गिनती सीखते वक्त दस-दस के बण्डल बनाए थे उसी प्रकार यदि पाँच-पाँच के बण्डल बना लें तो आपको गिनने में आसानी रहेगी। हम चार खड़ी लकीर खींचकर पाँचवे के लिए इन चारों लकीरों को काटते हुए एक तिरछी लकीर (दर्शाये अनुसार) खींचते हैं। जैसे 5 के लिए-

5 के लिए : 

19 के लिए : 

इससे गिनने में सरलता होती है।

उपरोक्त तालिका के अनुसार क्रिकेट पसंद करने वाले विद्यार्थियों की संख्या  अर्थात् 7 हैं। इसे ही **बारम्बारता (Frequency)** कहते हैं। प्रत्येक मान के लिए एक खड़ी लकीर खींचने की प्रक्रिया को **टैली (Tally)** लगाना कहते हैं तथा इस विधि को **टैली विधि (Tally method)** द्वारा **आंकड़ों का संकलन (Collection of Data)** कहते हैं एवं इससे प्राप्त सारणी को **बारम्बारता सारणी (Frequency Table)** कहते हैं।

आप भी इस विधि का उपयोग कर अपने आसपास के आंकड़ों को एकत्रित करने का प्रयास कीजिए।

उदाहरण-1 एक गांव के 20 घरों में बच्चों की संख्या इस प्रकार है:-

सारणी-4

मकान नं.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
बच्चों की संख्या	2	3	2	1	3	2	0	1	3	4	2	2	1	1
मकान नं.	15	16	17	18	19	20								
बच्चों की संख्या	2	4	3	2	0	3								

इन आँकड़ों के द्वारा टैली विधि का प्रयोग कर उपयुक्त बारम्बारता सारणी का निर्माण कीजिए?

हल प्रत्येक घर में बच्चों की संख्या, उनके लिए टैली चिन्ह तथा बारम्बारता के लिए कॉलम बनाते हैं तथा प्रत्येक मान के लिए उसके सामने टैली चिन्ह लगाते हैं। पाँचवे चिन्ह को सुविधा के लिए प्रारंभिक चार चिन्हों को काटते हुए तिरछा लगाते हैं।

सारणी - 5

बच्चों की संख्या	टैली चिन्ह	बारम्बारता
0		2
1		4
2		7
3		5
4		2

इस सारणी में आपने बच्चों की संख्या के लिए केवल शून्य से चार तक के अंकों को ही क्यों लिखा है ?

यदि इसे 1 से शुरू किया जाता तो क्या होता ?

यदि सारणी में बच्चों की संख्या 0,1,2,3,4,5,6,7 तक लिखते तो क्या होता ?

आँकड़ों का चित्रात्मक प्रदर्शन

राजेश आज का समाचार पत्र पढ़ रहा था, जिसमें लिखा था:-


“लड़कियों ने लड़कों से बाजी मारी”

इस वर्ष की 8वीं बोर्ड की परीक्षा में लड़कियाँ सभी क्षेत्रों में लड़कों से आगे रहीं।


राजेश चित्रों को देखकर सोचने लगा- “यह तो आँकड़ों के प्रदर्शन का अच्छा तरीका है। इन चित्रों को देखकर बड़े आसानी से यह समझा जा सकता है कि छात्राओं का परीक्षाफल छात्रों से सभी प्रकार से अच्छा है।” ऐसा ही कुछ हम जब प्रार्थना में लाइन बनाकर खड़े होते हैं, तब देखने को मिलता है। लाइनों की लम्बाई की सहायता से कक्षा के छात्र संख्या की तुलना की जा सकती है? राजेश ने अपने साथियों से कहा- “क्यों न सारणी-3 में एकत्रित आँकड़ों की मदद से खेलों की लोकप्रियता को चित्र रूप में प्रदर्शित किया जाए?”

सारणी-3 में कुल विद्यार्थियों की संख्या 16 थी। इनमें से फुटबाल का खेल पसंद करने वाले 3, क्रिकेट पसंद करने वाले 7, वॉलीबॉल पसंद करने वाले 1, कबड्डी पसंद करने वाले 5, विद्यार्थी थे। इन्हें चित्र रूप में किस प्रकार प्रदर्शित किया जा सकता है?

जूली ने कहा, “यदि हम प्रत्येक छात्र के लिए एक चित्र बनाएं, तो फुटबाल के आगे 3 चित्र, क्रिकेट के आगे 7 चित्र, वॉलीबॉल के आगे 1 और कबड्डी के आगे 5 चित्र बनेंगे-

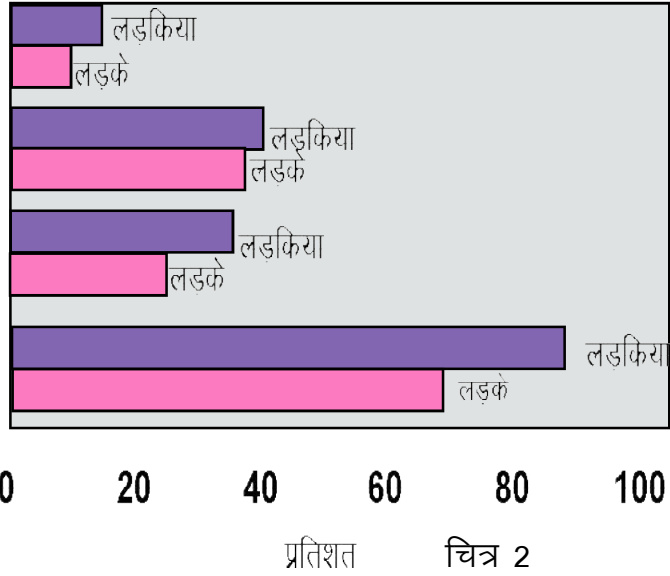
फुटबाल 

क्रिकेट 

वॉलीबॉल 

कबड्डी  चित्र-3

इसी प्रकार चित्रों के द्वारा प्रदर्शन को चित्र आरेख (pictograph) कहा जाता है। यह आसानी से समझने योग्य होता है एवं चित्रों को देखकर निष्कर्ष निकाला जा सकता है।



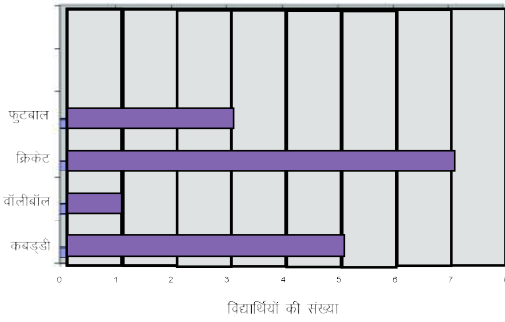
चित्र 2



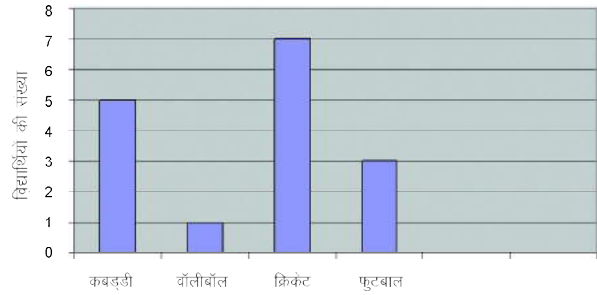
दण्ड आरेख

चित्र आरेख की विधि से प्रदर्शन में हमें बहुत से चित्रों को बनाने की आवश्यकता होती है जो कभी-कभी अव्यावहारिक हो जाती है। किन्तु यदि हम प्रत्येक छात्र के लिए 1 सेमी लम्बाई लेकर यदि दण्ड बनाएं तब आँकड़ों के प्रदर्शन में और सरलता होगी तथा इन दण्डों को क्षैतिज अथवा उर्ध्वाधर दोनों तरीकों से बनाया जा सकता है।

क्षैतिज दण्ड आरेख
(Horizontal Bar Graph)



उर्ध्वाधर दण्ड आरेख
(Vertical Bar Graph)



चित्र 4

इन आरेखों में दण्डों की चौड़ाई समान रखी गयी है। इन दण्ड आलेखों को देखकर इन खेलों की लोकप्रियता का अन्दाजा आसानी से लगाया जा सकता है। उक्त निरूपण में विद्यार्थियों की संख्या कम थी अतः प्रत्येक विद्यार्थी के लिए दण्ड की लम्बाई 1 सेमी लेकर उसे कॉपी में आसानी से दर्शाया जा सकता है।

किन्तु यदि विद्यार्थियों की संख्या अधिक हो तो ऐसी स्थिति में उसे कॉपी पर कैसे दर्शाएंगे? ऐसी स्थिति में दण्डों की ऊँचाई का निर्धारण करना मुख्य समस्या है।

आइए, इस पर विचार करें—

राजेश जिस मोहल्ले में रहता है वहां 750 पुरुष, 660 महिलाएं एवं 140 बच्चे हैं। हमें इसे आरेख के द्वारा प्रदर्शित करना है।

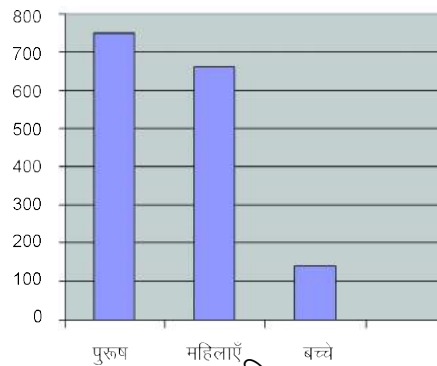
इन आँकड़ों के दण्ड के रूप में प्रदर्शित करने के लिए दण्डों की ऊँचाई क्या होनी चाहिए?

यदि हम प्रत्येक व्यक्ति के लिए 1 सेमी की ऊँचाई लें तो पुरुषों के लिए 750 सेमी, महिलाओं के लिए 660 सेमी एवं बच्चों के लिए 140 सेमी का दण्ड बनाना होगा। किन्तु इसे अपने कॉपी में बनाना संभव नहीं है।

यदि हम प्रति 10 व्यक्तियों के लिए 1 सेमी. का दण्ड लें तब ये दण्ड क्रमशः 75 सेमी, 66 सेमी एवं 14 सेमी के दण्ड बनेंगे, किन्तु इसे भी हम अपनी कॉपी में प्रदर्शित नहीं कर सकेंगे।

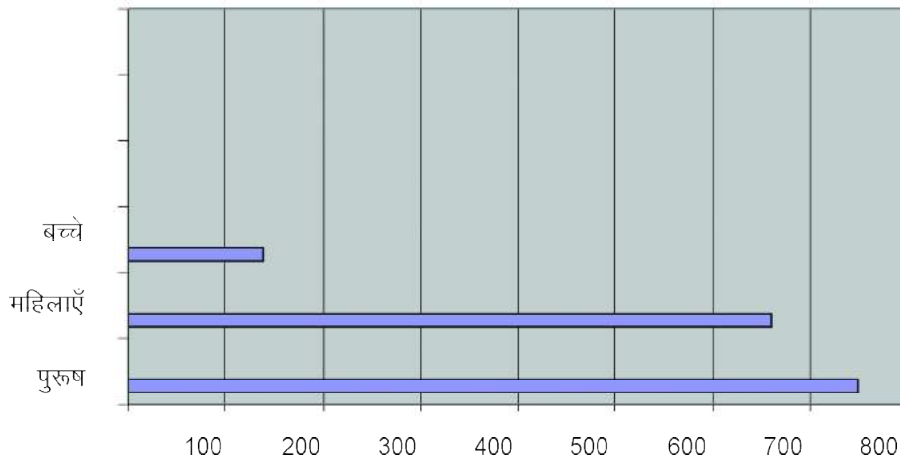
यदि हम प्रति 100 व्यक्तियों के लिए 1 सेमी का दण्ड लें तब दण्ड की लम्बाईयाँ क्रमशः 7.5 सेमी, 6.6 सेमी एवं 1.4 सेमी होगी। जो कि आसानी से हमारी कॉपी में बनाई जा सकती है। तो आइए, देखते हैं कि इसे किस प्रकार से हम एक दण्ड चित्र के माध्यम से दर्शाएंगे—

उर्ध्वाधर दण्ड आरेख



चित्र 5

इन आंकड़ों को प्रदर्शित करने में दण्ड को उर्ध्वाधर बनाया गया है इसे **उर्ध्वाधर दण्ड आरेख (Vertical Bar Graph)** कहते हैं। दण्डों को हम क्षैतिज रूप में भी प्रदर्शित कर सकते हैं।



चित्र 6

यदि हम दण्डों को क्षैतिज रूप में प्रदर्शित करें तो उसे **क्षैतिज दण्ड आरेख (Horizontal Bar Graph)** कहेंगे। (चित्र-6)

अनिता के मन में एक प्रश्न उठ रहा था कि दण्ड आरेख की क्या उपयोगिता है? क्योंकि बारम्बारता सारणी के अवलोकन से भी हमें वही जानकारी मिल जाती है जो दण्ड आरेख से मिलती है।

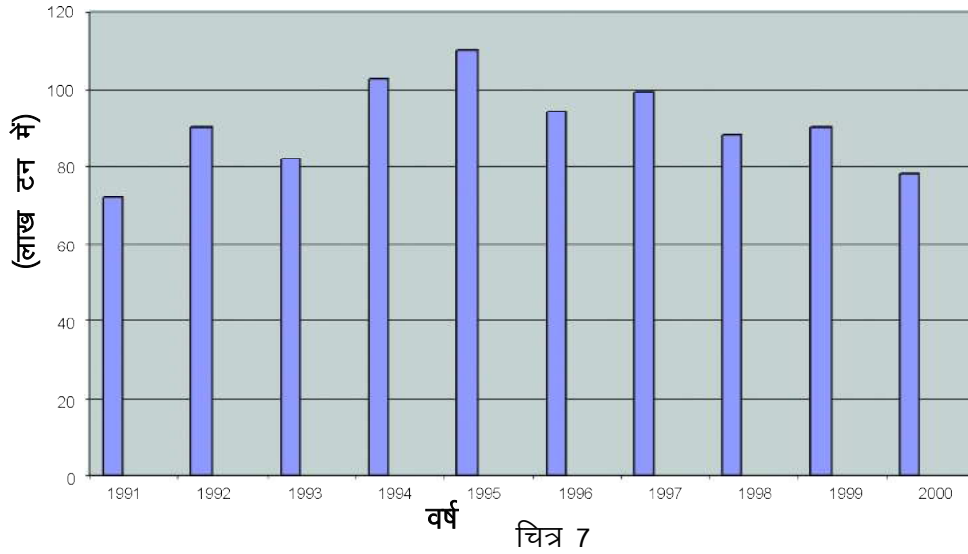
आइये अनिता के इस प्रश्न का हल ढूँढ़ें।

नीचे वर्ष 1991 से वर्ष 2000 तक गेहूँ के उत्पादन के आंकड़े दिए गए हैं:-

सारणी-6

वर्ष	गेहूँ का उत्पादन (लाख टन में)
1991	72
1992	90
1993	82
1994	103
1995	110
1996	94
1997	99
1998	88
1999	90
2000	78

इन आंकड़ों को दण्ड-आरेख द्वारा इस प्रकार व्यक्त कर सकते हैं :-



इस दण्ड आलेख को देखकर क्या आप बता सकते हैं कि किस वर्ष में गेहूँ का उत्पादन सबसे कम और किस वर्ष में सबसे अधिक हुआ? इससे और क्या-क्या जानकारियां आपको मिल सकती हैं? लिखिए।

आप पायेंगे कि वर्ष 1995 में सबसे अधिक तथा वर्ष 1991 में सबसे कम गेहूँ का उत्पादन हुआ है। यह भी पाते हैं कि 1992 एवं 1999 दोनों वर्षों में गेहूँ उत्पादन एक समान हुआ है। क्या बारम्बारता सारणी को केवल देखकर ऐसा ही निष्कर्ष निकाल पायेंगे?

यह स्पष्ट है कि सिर्फ आंकड़ों को देखकर किसी निष्कर्ष में पहुंचना कठिन होता है। इसके लिए सभी दिये गए आंकड़ों का सूक्ष्म अध्ययन जरूरी है जबकि दण्ड आरेख को केवल देखकर ही कह सकते हैं कि किस वर्ष उत्पादन सबसे अधिक और किस वर्ष सबसे कम हुआ है। अतः दण्ड आरेख का मुख्य लाभ यह है कि इसे एक बार देखकर ही समझ में आ जाता है तथा अन्य आंकड़ों से तुलना बड़ी आसानी से की जा सकता है।

प्रश्नावली 19



1. किसी कक्षा में 20 छात्रों ने गणित की जाँच परीक्षा में 5 में से निम्न अंक प्राप्त किए—

3 2 5 4 0 1 2 3 5 2 2 3 5
4 1 0 3 2 3 4

इन प्राप्तांकों को टैली विधि से सारणीबद्ध कीजिए।

2. 1 अप्रैल 2005 से 15 अप्रैल 2005 तक किसी शहर का अधिकतम दैनिक तापमान डिग्री सेल्सियस में इस प्रकार रहा 37.8, 37.8, 37.9, 38.0, 37.9, 37.9, 38.0, 38.1, 38.1, 38.2, 38.3, 38.3, 38.2, 38.1, 38.2

प्रत्येक दिन के तापमान को टैली विधि से सारणीबद्ध कीजिए।

3. नीचे दिए गए सारणी में कक्षा 6वीं के छात्रों के परीक्षाफल श्रेणीवार दिए गए हैं। इनका अवलोकन कर, दिए गए प्रश्नों के उत्तर दीजिए—

श्रेणी	छात्रों की संख्या	
प्रथम श्रेणी	12	(क) किस श्रेणी के छात्रों की संख्या सबसे अधिक है?
द्वितीय श्रेणी	14	(ख) परीक्षा में बैठे छात्रों की कुल संख्या कितनी थी?
तृतीय श्रेणी	10	(ग) कुल कितने छात्र उत्तीर्ण हुए?
अनुत्तीर्ण	04	

4. नीचे दी गई सारणी में किसी कंपनी की 5 वर्षों की वार्षिक आय दी गई है। आंकड़ों को दंड आरेख द्वारा दर्शाइए—

वर्ष	1996	1997	1998	1999	2000
वार्षिक आय (100000 रुपयों में)	10	20	15	12	22

5. निम्न सारणी अलग-अलग टी.वी. सेट के खरीददारों की सूचना देती है। इन आंकड़ों को दंड आरेख का रूप दीजिए।

ब्रांड	% खरीददार
p	25
q	30
r	15
S	10
T	10
अन्य	10

6. निम्न सारणी एक विद्यालय की वार्षिक परीक्षा में छात्रों के औसत प्राप्तांकों को दर्शाती है। आंकड़ों को दंड आरेख द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

विषय	छात्रों के औसत प्राप्तांक (%)
अंग्रेजी	55
गणित	60
विज्ञान	65
सामाजिक विज्ञान	90
हिन्दी	70

हमने सीखा

1. चित्र संकेतों द्वारा सांख्यिकीय आंकड़ों का ग्राफीय निरूपण आंकड़ों का चित्र आरेख कहलाता है।
2. दण्ड आरेख बराबर दूरी पर लिए गए एक समान चौड़ाई वाले क्षेत्रिज या उर्ध्वाधर दण्डों (आयतों) द्वारा संख्यात्मक आंकड़ों का चित्रीय निरूपण होता है।
3. दण्ड आरेख को देखकर बहुत से निष्कर्ष आसानी से निकाले जा सकते हैं।