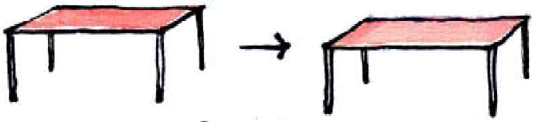
ज्यामितीय आकृतियों में परिवर्तन एवं सममिति

[TRANSFORMATION AND SYMMETRY IN GEOMETRICAL SHAPES]

12

BHI44D

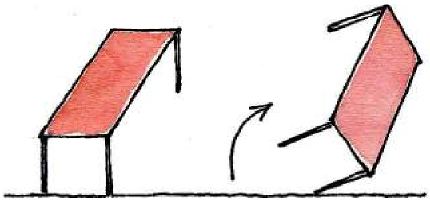
सलमा के दोस्त के घर जन्मदिन की पार्टी के लिए एक बड़ी टेबल की जरूरत पड़ी। सलमा ने कहा– "मेरे घर में एक बड़े आकार (साइज) की टेबल है। उसे यहाँ ला सकते हैं।"



चित्र–1(i)

कमरे के कोने में रखी टेबल को पहले सलमा व दोस्तों ने कमरे के दरवाजे के पास खिसकाकर रखा।

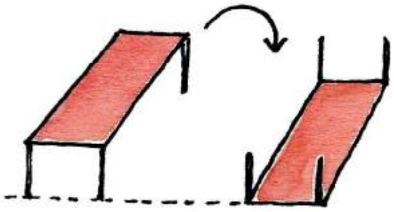
अब वे सोचने लगे– "इस बड़ी टेबल को दरवाजे के बाहर कैसे निकालें?"



चित्र–1(ii)

इसके लिए उन्होंने टेबल को तिरछा किया, ताकि दरवाजे के बाहर निकाली जा सके और फिर अन्त में उन्होंने टेबल को गाड़ी पर उलटा रख दिया। इस पूरी प्रक्रिया में टेबल की स्थिति कई बार बदली।

पहले चरण में टेबल को एक जगह से दूसरी जगह रखा गया। फिर दूसरे चरण में टेबल को घुमाया है और अन्त में टेबल को पलटा दिया।



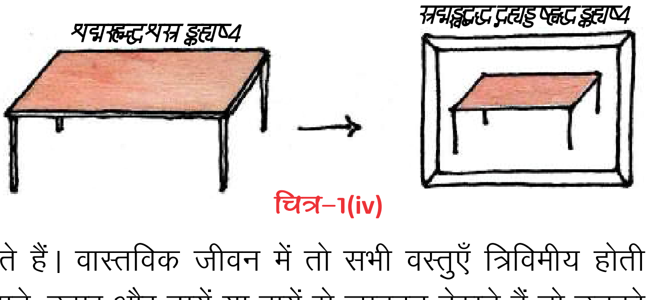
चित्र–1(iii)

इस पूरी प्रक्रिया में टेबल की स्थिति तो बदली है किन्तु आकार (साइज) और आकृति में कोई अन्तर नहीं आया। यानी खिसकाने, घुमाने और पलटाने पर वस्तु के आकार (साइज) और आकृति नहीं बदलते।

अब मान लीजिए सलमा इसी टेबल का चित्र अपनी कॉपी में बनाती है–

क्या चित्र में टेबल का आकार (साइज), वास्तव में टेबल के आकार (साइज) से अलग होगा? (चित्र–1(iv))

दोस्तों के साथ चर्चा करें।



चित्र–1(iv)

इसी तरह के विभिन्न आकार जैसे– त्रिभुजाकार, वृत्ताकार, गोलाकार, आयताकार इत्यादि हम दैनिक जीवन में अपने चारों ओर देखते हैं। वास्तविक जीवन में तो सभी वस्तुएँ त्रिविमीय होती हैं परन्तु त्रिविमीय वस्तुओं को ठीक सामने, ऊपर और दायें या बायें से लम्बवत देखते हैं तो उनको द्विविमीय आकृति ही दिखाई देती है।

इसे करें

यहाँ कुछ ठोस वस्तुएँ दी गई हैं। इन वस्तुओं को ठीक ऊपर, सामने, दायें और बायें से देखें और उसके आधार पर नीचे दी गई तालिका को पूरा करें–

क्र.सं.	वस्तु का नाम	त्रिविमीय आकृति	विभिन्न आयामों से देखने पर		
			ठीक ऊपर	सामने	दायें/बायें
1.	पासा	घन	वर्ग	....	....
2.	टूथपेस्ट का डिब्बा	घनाभ	आयत	आयत	....
3.	टॉर्च का सेल	बेलन	....	....	....
4.	गेंद	गोला	....	....	....

परिवर्तन (Transformation)

अभी हमने देखा कि वस्तुएँ उलटने–पलटने पर, घुमाने पर, चित्र बनाने पर, तिरछा करने पर अलग–अलग दिखाई देती हैं। कुछ परिस्थितियों में वस्तुओं का वास्तविक आकार (साइज) बदलता है और कुछ में स्थिर रहता है। इन सभी क्रियाओं का उपयोग हम अपनी दिनचर्या की गतिविधियों में भी करते हैं।

दीप्ती ने एक उदाहरण दिया:– "मैं जब अपने कमरे का फर्नीचर व्यवस्थित करती हूँ तो सोफा, मेज, कुर्सी, पलंग को विभिन्न तरीके से घुमाकर, खिसकाकर देखती हूँ।"

दीवार पर टंगी हुई तस्वीर की जगह बदलने के लिए तस्वीर को एक जगह से दूसरी जगह खिसकाते हैं।

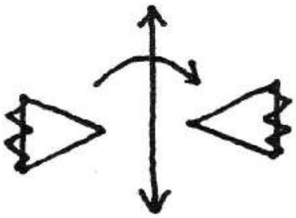
अश्विन ने कहा:– ''रसोई में बर्तन का उपयोग करते समय बर्तन सीधा रखते हैं और बर्तन धोने के बाद उसे उलटा रख देते हैं।'' पलटने के पहले बर्तन की स्थिति, पलटने के बाद बर्तन की स्थिति से अलग है। दोनों स्थितियों में बर्तन अलग दिखता है।

आकांक्षा कहती है– ''जब मैं अपने स्कूल की इमारत का चित्र बनाती हूँ, तो चित्र में इमारत का ढांचा और आकृति तो वही रहती है पर साइज छोटा हो जाता है।

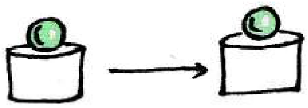
पासपोर्ट साइज से एक बड़ा फोटो बनवाने पर फोटो का आकार (साइज) बदलता है। क्या यह भी परिवर्तन है?

दीप्ती कुछ देर सोचकर बोली– "मैंने पाया कि कुछ परिस्थितियों में क्रिया के बाद मिली आकृति मूल आकृति, के जैसे दिखती है और सर्वांगसम भी होती है, पर कुछ अन्य परिस्थितियों में क्रिया के बाद आकार (साइज) बदल जाता है। अतः सर्वांगसमता नहीं दिखती। यानि मूल आकृति पर क्रिया करके उसकी स्थिति, आकृति या आकार (साइज) में बदलाव होने की प्रक्रिया को परिवर्तन (Transformation) कहा जाता है।"

चित्र–2(i) व (ii) में हो रहे परिवर्तनों को देखिए–

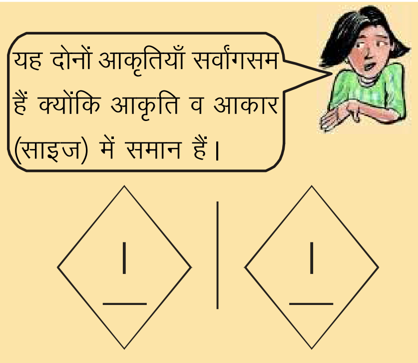


चित्र–2(i)



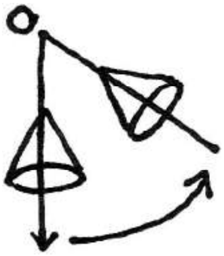
चित्र–2(ii)

चित्र–2(i) को देखिए। यदि पहली आकृति को रेखा l के आधार पर पलटाएँ तो दूसरी आकृति मिलेगी। चित्र–2(ii) में आकृति को एक स्थान से दूसरे स्थान तक खिसकाया है।

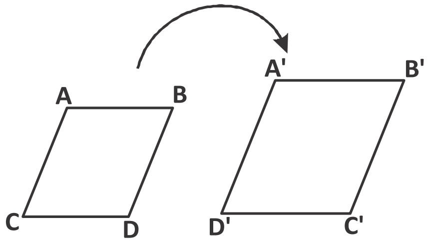


इन दोनों चित्रों में यदि मूल आकृति को दूसरी आकृति पर रखें तो क्या दोनों एक दूसरे को पूरी तरह ढंक लेगी?

हम जानते हैं कि समान आकृति और समान आकार (साइज) की आकृतियां सर्वांगसम होती हैं। यानी चित्र–2 (i) और (ii) में मूल आकृति और परिवर्तन के बाद मिली आकृति सर्वांगसम हैं।



चित्र–2(iii)



चित्र–2(iv)

अब बताइए चित्र–2 (iii) और (iv) में क्रमशः घुमाव और आकार (साइज) बढ़ाने के बाद मिल रही आकृतियां क्या अपनी मूल आकृतियों के सर्वांगसम हैं?

सोचें एवं चर्चा करें

ऐसे दो उदाहरण लिखिए जब आप अपने दैनिक जीवन में वस्तुओं के आकार (साइज), आकृति या स्थिति में परिवर्तन करते हों।

सोचिए और अपने दोस्तों के साथ चर्चा करके नीचे बनी तालिका पूरी कीजिए:–

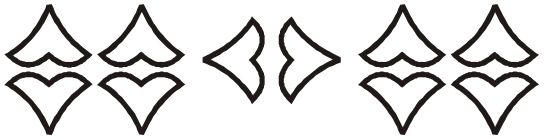
चित्र क्रं.	क्या हो रहा है	क्या दोनों आकृतियाँ आकार (साइज) में समान है?	क्या दोनों आकृतियों की आकृति समान हैं?	क्या दोनों आकृतियाँ सर्वांगसम हैं?
(i)	पलटाना	हाँ		
(ii)	खिसकाना		हाँ	
(iii)	घुमाना			हाँ
(iv)	बढ़ाना	नहीं	हाँ	नहीं

ऊपर बनी तालिका को पढ़कर आप क्या निष्कर्ष निकाल सकते हैं?

मारिया ने झट से कहा– ''चित्र–2 (i) पलटाना, (ii) खिसकाना और (iii) घुमाव में हो रहे परिवर्तन के दौरान दूसरी आकृति पहली आकृति के सर्वांगसम है, जबकि चित्र–2 (iv) बढ़ाव में साइज बदलने से सर्वांगसमता नहीं दिखती।''

ज्यामितीय आकृतियों के साथ खेलना

यह एक दीवार पर बने बॉर्डर का डिजाइन है, इसे आगे बढ़ाइए–



इस बॉर्डर की मूल आकृति है, जिसको घुमाकर, पलटाकर या खिसकाकर पूरी बॉर्डर बनाई जा सकती है। चलिए देखते हैं, कैसे?

मूल आकृति को पलटाने पर यह यानी बॉर्डर का पहला डिजाइन मिलता है। फिर मूल आकृति को क्रमशः खिसकाने और पलटाने पर दूसरा डिजाइन यानि मिलता है। अन्त में को घड़ी की सुई की उल्टी दिशा में 90° घुमाने पर मिलता है जिसे पुनः पलटाने पर मिलता है। अब इसी तरह बॉर्डर को और आगे बढ़ाएँ।

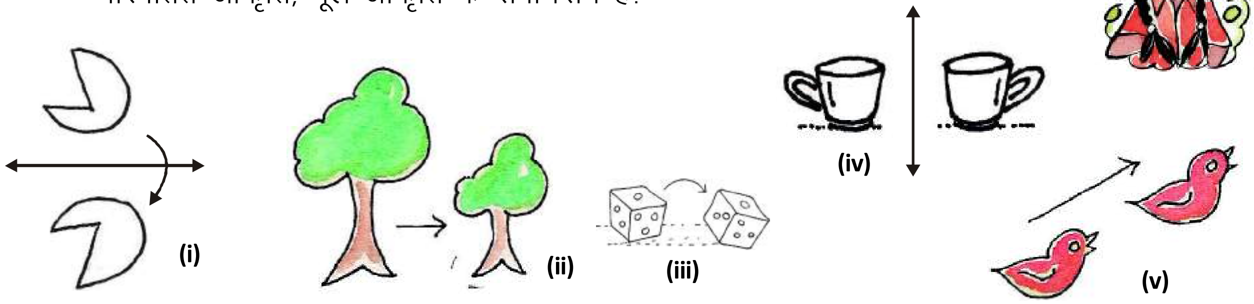
क्या आप इसी मूल आकृति से कोई दूसरा बॉर्डर डिजाइन बना सकते हैं? सोचे एवं बनाएँ।

करके देखें

अपने मन से एक मूल आकृति चुनें और परिवर्तन का उपयोग करते हुए डिजाइन बनाएँ।

प्रश्नावली – 12.1

1. निम्न आकृतियों में क्या क्रिया हो रही है? देखिए और लिखिए कि कौन सी क्रिया में परिवर्तित आकृति, मूल आकृति के सर्वांगसम है?

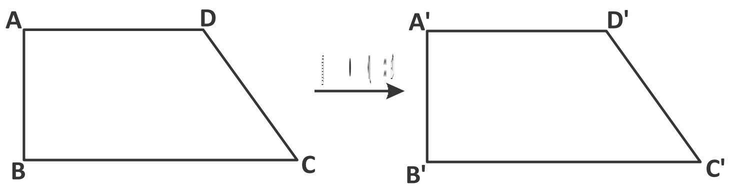


परिवर्तन के प्रकार (Types of Transformation)

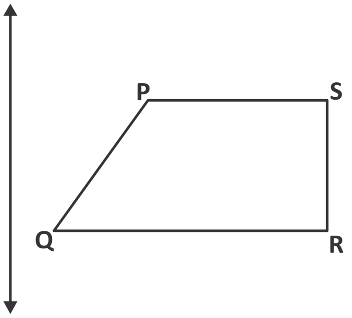
हम परिवर्तन के दो प्रकार देख सकते हैं–

1. **दृढ़ परिवर्तन (Rigid Transformation) :** ऐसी क्रियाएँ जिनमें मूल आकृति, परिवर्तित आकृति के सर्वांगसम होती है उसे दृढ़ परिवर्तन (rigid transformation) कहा जाता है।

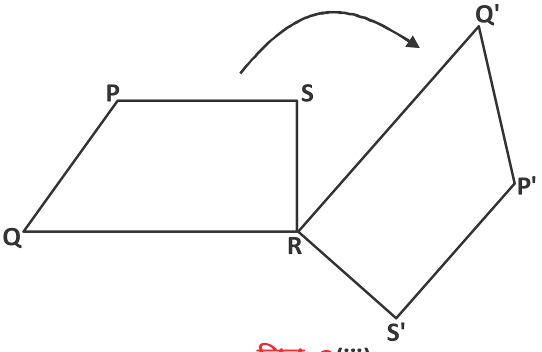
CF7UR7



चित्र–3(i)



चित्र–3(ii)



चित्र–3(iii)

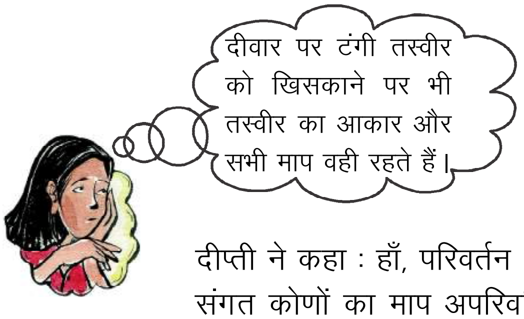
ऊपर बनी पंक्ति में चतुर्भुज ABCD को क्रमशः चित्र–3(i) खिसकाया, चित्र–3(ii) पलटाया और फिर चित्र–3(iii) घुमाया है। क्या यह सभी एक ही चतुर्भुज के चित्र है?

यहाँ एक ही आकृति पर क्रमशः तीन अलग–अलग क्रियाएँ की गई हैं। हम देख सकते हैं कि परिवर्तन की प्रत्येक क्रिया के बाद मूल आकृति की अपेक्षा परिवर्तित आकृति की स्थिति बदल जाती है।

हम जानते हैं कि दृढ़ परिवर्तन में क्रियाओं के बाद आकृतियों की आकृति और आकार (साइज) बदलते नहीं है।

(i) स्थानांतरण(Translation)

अब हम पहली क्रिया पर चर्चा करते हैं। चित्र–3(i) में हो रहे परिवर्तन को देखिए : चतुर्भुज ABCD को एक स्थान से 4 सेमी. क्षैतिज दिशा में खिसकाया है। क्या चतुर्भुज की सभी भुजाओं का माप स्थिर होगा? क्या चतुर्भुज के सभी कोणों का माप स्थिर होगा? हाँ (क्यों?)



सर्वांगसम आकृतियों से जुड़े हुए आधारों को याद कीजिए।

दीप्ती ने कहा : हाँ, परिवर्तन (i) में दोनों चतुर्भुज सर्वांगसम है, यानि संगत भुजाओं का माप और संगत कोणों का माप अपरिवर्तित रहेंगे।

$\therefore$ AB = A'B', BC = B'C', CD= C'D' और DA= D'A'

साथ ही संगत कोण भी बराबर होंगे–

$\angle$ABC = $\angle$A'B'C', $\angle$BCD = $\angle$B'C'D', $\angle$CDA = C'D'A'

और DAB = $\angle$D'A'B'

सोचें एवं चर्चा करें

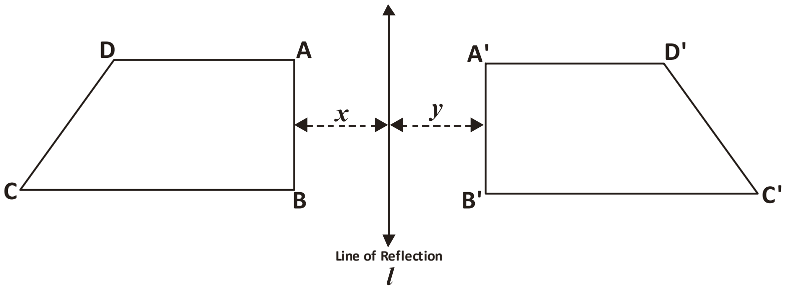
क्या पलटाने और घुमाने पर भी चतुर्भुज की संगत भुजाएं और कोण बराबर होंगे? कारण सोचिए और चर्चा करके लिखिए।

चतुर्भुज की आकृति और आकार (साइज) खिसकाने की क्रिया के बाद अपरिवर्तित हैं इसलिए यह एक दृढ़ परिवर्तन है। ऐसी क्रिया जिसमें आकृति को एक स्थान से किसी निश्चित दूरी और निश्चित दिशा तय करके दूसरे स्थान तक ले जाया जाता है, को स्थानान्तरण (translation) कहते हैं।

(ii) परावर्तन(Reflection)

चित्र–4 में हो रही क्रिया को देखते हैं–

यदि रेखा l पर एक दर्पण खड़ा कर दें तो चतुर्भुज ABCD का प्रतिबिंब कैसा दिखेगा?



चित्र–4

क्या वह चतुर्भुज A'B'C'D' की तरह दिखेगा?

रवि कहता है कि यदि मैं ABCD को रेखा 'l' के आधार पर पलटाऊँ तो मुझे A'B'C'D' मिलता है।

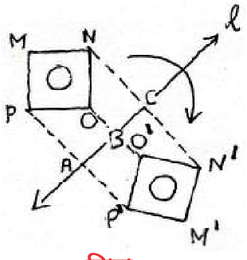
क्या आप रवि के तरीके से सहमत है? आप दूसरी आकृति बनाकर एक निश्चित रेखा के आधार पर पलटाकर देखें, कैसी आकृति मिलती है?

यह क्रिया परावर्तन (Reflection) कहलाती है और वह रेखा जिसके आधार पर परावर्तन करते हैं उसे परावर्तन की रेखा (Line of Reflection) कहते हैं जिसमें किसी आकृति को एक निश्चित रेखा के सापेक्ष पलटाकर परिवर्तित आकृति मिलती है।

यदि हम रेखा 'ℓ' से चतुर्भुज ABCD कि दूरी x माने और चतुर्भुज A'B'C'D' की दूरी को y माने, तो क्या $x = y$ मिलेगा? हाँ, वास्तविक आकृति और परावर्तन के बाद मिली आकृति रेखा 'ℓ' से समान दूरी पर होगी।

ध्यान दें कि यह परावर्तन का एक खास गुण है। चलिए, इसी बात को एक उदाहरण से समझते हैं–

यहाँ चित्र–5 में दिए गए वर्ग MNOP का परावर्तन करके वर्ग M'N'O'P' मिला है। अब आप दोनों वर्गों के संगत शीर्ष को मिलाइए। संगत शीर्ष को मिलाने वाली रेखाखण्ड PP',OO' और NN', रेखा 'ℓ' को क्रमशः बिंदु A, B और C पर काटती है।



चित्र–5

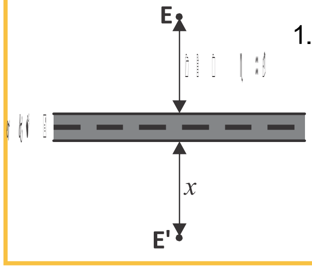
तो क्या हम कह सकते हैं कि PA=P'A?

साक्षी कहती है : "बिंदु A की शीर्ष P से जितनी दूरी होगी, शीर्ष P' बिंदु A से उतनी ही दूरी पर मिलेगा, मतलब PA=P'A।"

इसी तरह क्या OB=O'B और NC=N'C भी होगा? (क्यों)

इस चर्चा से हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि रेखा 'l' से दोनों वर्गों की दूरी समान है।

करके देखें

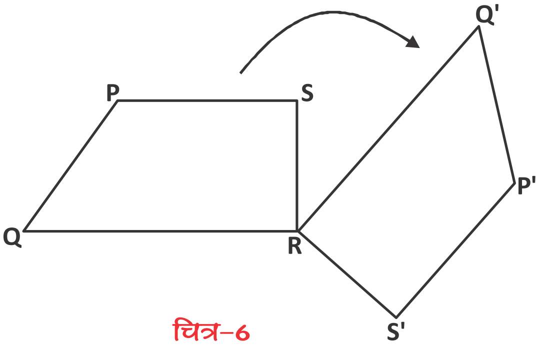


1. परावर्तन एक दृढ़ परिवर्तन है । क्यों? ग्रुप में चर्चा करके कारण सहित लिखें।

2. रोड के एक तरफ बिजली का खंभा (E) लगा है। खंभे की रोड से लम्बवत दूरी 120 मीटर है। रोड को परावर्तन की रेखा मानकर खंभे का परावर्तन (reflection) करें। अब बताइए परावर्तन के बाद रोड के दूसरी तरफ बने खंभे के प्रतिबिंब (E') की लम्बवत दूरी (x) कितनी होगी?

(iii) घुमाव (Rotation)

अब हम तीसरे तरीके के परिवर्तन पर चर्चा करते हैं।



चित्र-6

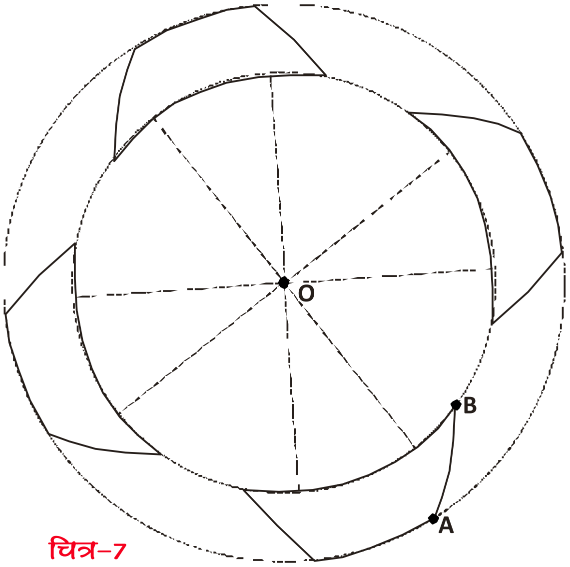
यहाँ चतुर्भुज PQRS को, बिन्दु 'R' को केन्द्र मानकर एक निश्चित माप के कोण में घड़ी की सुई की दिशा में घुमाया गया है। यह क्रिया घुमाव (rotation) है।

चित्र को देखिए और बताइए–

क्या चतुर्भुज PQRS ≅ चतुर्भुज P'Q'R'S' है?

(≅ सर्वांगसमता का चिह्न है।)

यानि घुमाव एक दृढ़ परिवर्तन है। क्यों?

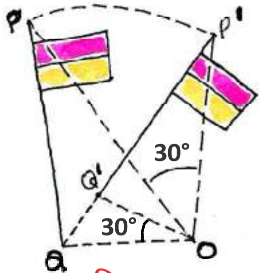


चित्र-7

आपने मेले में ऐसे झूले देखे होंगे जो वृत्ताकार घूमते हैं। इसी तरह का एक झूला चित्र में दिखाया है। यहाँ झूला बिंदु 'O' के सापेक्ष घूम रहा है। यानि बिंदु 'O' घुमाव का केंद्र है। यहाँ घुमाव का केंद्र वस्तु से बाहर स्थित है। यदि हम घूमते हुए झूले को देखें तो हम पाएंगे कि वह एक वृत्ताकार पथ में बिंदु 'O' के चारों ओर घूमता है (चित्र–7)। ध्यान से देखने पर आप पाएँगे कि झूले पर स्थित कोई भी बिंदु A या बिंदु B, भी वृत्ताकार पथ पर ही घूमेगा।

घुमाव की प्रक्रिया पर एक नये उदाहरण द्वारा चर्चा करते है–

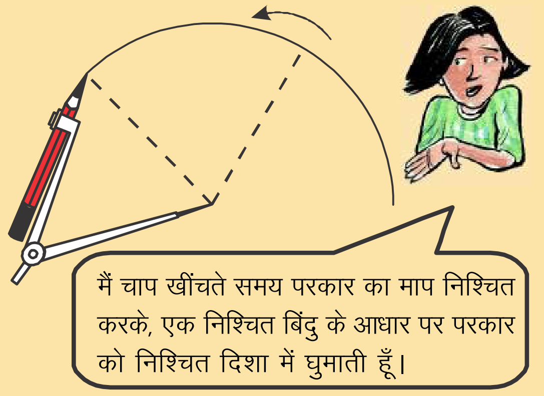
चित्र–8 को देखिए : यहाँ झण्डे PQ को बिन्दु 'O' के आधार पर 30°, घड़ी की सुई की दिशा में घुमाया है। यहाँ घुमाव का केन्द्र 'O' बाहर स्थित है।



चित्र–8

ऐसी स्थिति में आकृति को 30° घुमाने के लिए आकृति पर स्थित किसी बिंदु P अथवा Q से केंद्र O को जोड़ते हुए रेखा बनाएं। अब रेखा की लम्बाई को स्थिर रखते हुए घड़ी की दिशा में 30° का घुमाव करें। ध्यान दीजिए कि आकृति 30° घूमी है साथ ही आकृति पर स्थिति बिंदु P और बिंदु Q में 30° का घुमाव हुआ है।

घुमाव की क्रिया करने के लिए तीन बातों पर ध्यान देना होगा–

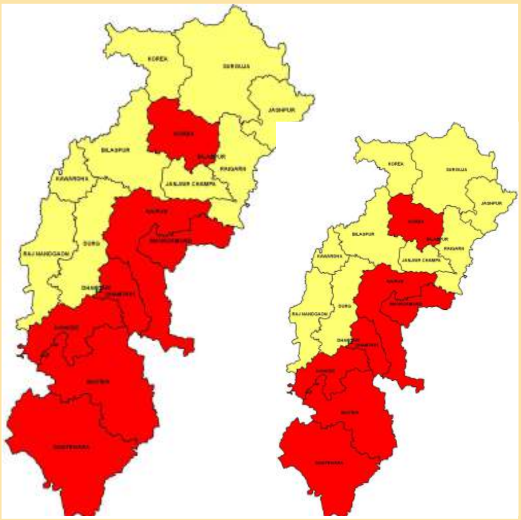


पहला– **घुमाव का केन्द्र (Centre of Rotation)** : वह बिन्दु जिसके आधार पर आकृति को घुमाएँगे। इस बिन्दु की स्थिति आकृति पर या आकृति के बाहर भी हो सकती है।

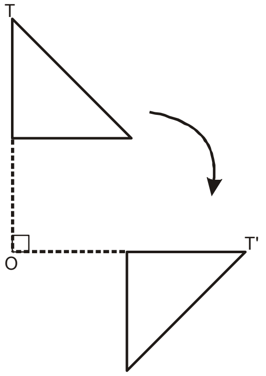
दूसरा– घुमाव की दिशा जो कि घड़ी की सुई की दिशा के समान या घड़ी की सुई की दिशा के विपरीत होगी।

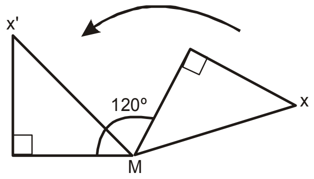
तीसरा – घुमाव के कोण का माप, घुमाव का केन्द्र और घुमाव की दिशा निर्धारित करने के साथ हमें तय करना होगा कि हम आकृति को कितने कोण से घुमाना चाहते हैं।

2. **अदृढ़ परिवर्तन (Non-rigid Transformation)** : जिसमें मूल आकृति, परिवर्तित आकृति के सर्वांगसम न हों, जैसे स्केलिंग, (बढ़ाना या घटाना) इस प्रकार के परिवर्तन को अदृढ परिवर्तन (non rigid transformation) कहते है।


यहाँ बने हुए छत्तीसगढ़ के दो नक्शों को देखें। दोनों नक्शों की आकृति समान है जबकि आकार (साइज) अलग–अलग है।

करके देखें





घुमाव को देखें और दोनों चित्रों में हो रहे परिवर्तन के लिए निम्न प्रश्नों के उत्तर अलग–अलग दें–

1. घुमाव के केन्द्र बिन्दु का नाम?
2. केन्द्र बिन्दु की स्थिति?
   (आकृति पर/आकृति के बाहर)
3. घुमाव की दिशा
4. घुमाव के कोण का माप?

प्रश्नावली – 12.2

1. आपको कमरे की दीवार के लिए बॉर्डर बनाना है।

   बॉर्डर कुछ इस तरह का है, इसे पूरा करें–

A B C D E F

पैटर्न के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दें।

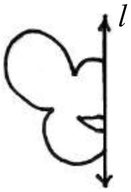
(i) यदि आपको सिर्फ आकृति A का चित्र दिया जाये तो क्या स्थानांतरण, घुमाव या परावर्तन द्वारा बॉर्डर का निर्माण कर सकते हैं?

(ii) कौन–सी आकृति पहली आकृति A से प्राप्त की जा सकती है? प्राप्त करने के लिए आप कौन–सी क्रिया का उपयोग करेंगे?

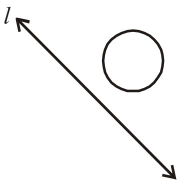
(iii) आकृति B से आकृति D प्राप्त करने के लिए कौनसी क्रिया का उपयोग करेंगे?

2. 'l' को परावर्तन की रेखा मानकर चित्र को पूरा करें–

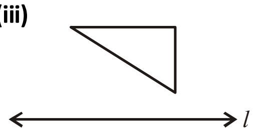
(i)



(ii)

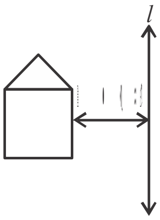


(iii)

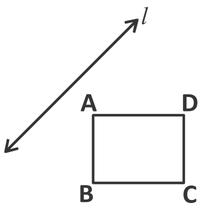


(iv)

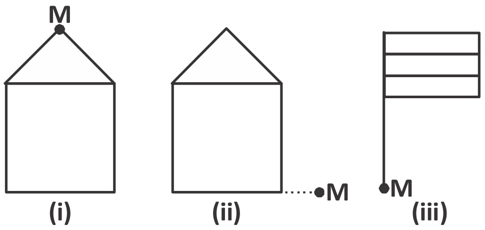
(v)



(vi)

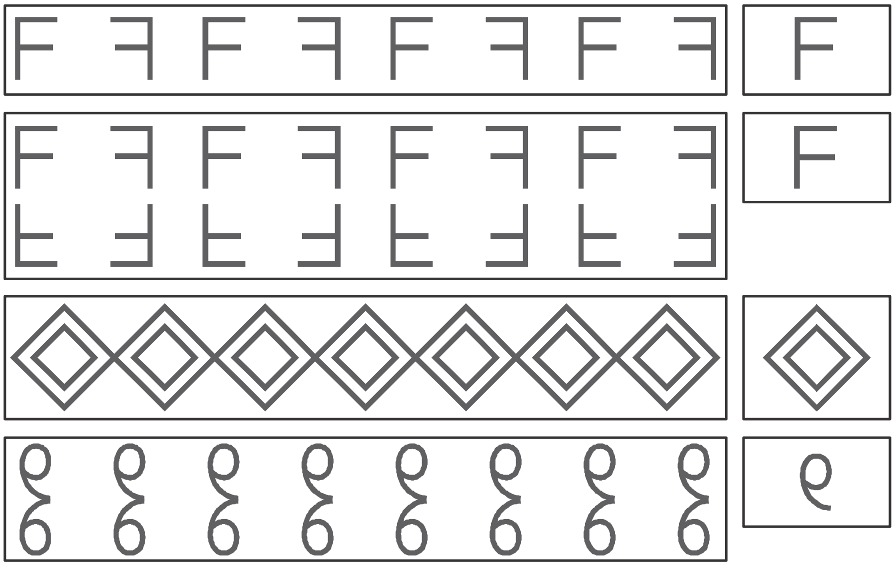


3. बिन्दु 'M' को घुमाव का केन्द्र मानकर, निम्न आकृति का निर्देशानुसार घुमाव करें–
   (i) 90° घड़ी की सुई की दिशा में
   (ii) 30° घड़ी की सुई की दिशा के विपरीत
   (iii) 60° घड़ी की सुई की दिशा में



4. अपने पसंद की एक आकृति चुनें। अब स्थानान्तरण, घुमाव और परावर्तन का उपयोग करते हुए टेबल को ढकने वाले कपड़े का बार्डर डिजाइन करें।

5. दी हुई मूल आकृति को परिवर्तित कर उसके आगे का पैटर्न बनाएं। हर पैटर्न में उपयोग होने वाले परिवर्तन की क्रियाओं का नाम लिखें।



सममिति (Symmetry)

चित्र–9

यहाँ बनी कुछ आकृतियाँ देखें यदि हम उन्हें ठीक आधे से मोड़ें तो दोनों ओर समान आकृतियाँ ही प्राप्त होंगी।

इस तरह की आकृतियों को हम क्या कहते हैं? उस रेखा को क्या कहेंगे जिस पर आकृतियाँ ठीक आधे में विभाजित होती हैं?

यह आकृतियाँ सममिति आकृतियाँ कहलाती है और जो रेखा आकृतियों को ठीक दो हिस्सों में विभाजित करें उसे सममित रेखा (Line of Symmetry) कहते हैं।

BYHCJX

(i) रैखिक सममिति (Linear Symmetry)

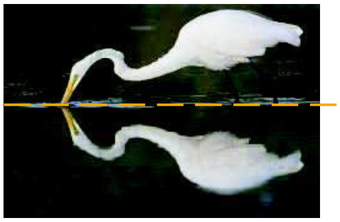
हम आस–पास की कुछ वस्तुओं में, इमारतों में, ज्यामितीय आकृतियों में, प्राकृतिक संरचनाओं में सममिति को पहचान सकते हैं।

चित्र–10 को देखो। इस चित्र पर एक ऐसी रेखा खींचें जो इसे दो सममित हिस्सों में बाँटती है। सममित रेखा के दोनों तरफ की आकृतियाँ समान है।

चित्र–10

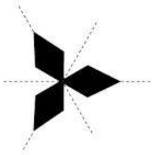
आप ऐसे कुछ और चित्र सोचिए।

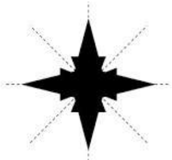
चित्र–11 देखिए। यहाँ सममित रेखा क्षैतिज है जिसके दोनों ओर पक्षी का चित्र समान है। इसे रैखिक सममिति कहते हैं।


चित्र–11

क्या इन चित्रों में कोई और भी रेखा खींची जा सकती है, जो इन्हें सममित हिस्सों में बाँटे?

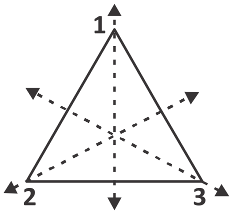
(ii) घूर्णन सममिति (Rotational Symmetry)

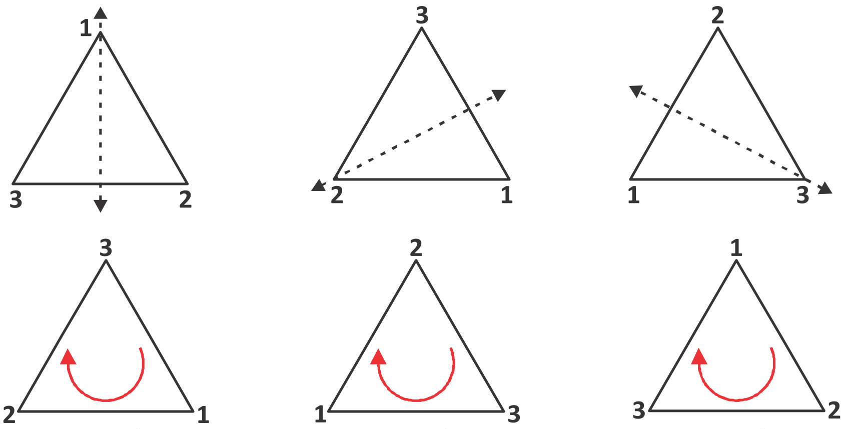

चित्र–12(i)


चित्र–12(ii)

चित्र–12(i) व (ii) को देखें। इनमें कितनी–कितनी सममित रेखाएँ हैं? आप पाएंगे कि एक बार के पूरे घुमाव में यह कम से कम एक बार अवश्य अपनी प्रारम्भिक स्थिति की तरह दिखेगा।

समबाहु त्रिभुज की चक्रीय सममिति पर चर्चा करते हैं। समबाहु त्रिभुज में सममित रेखाओं के तीन अक्ष होते हैं। जब हम किसी समबाहु त्रिभुज को घुमाते हैं तो वह तीन बार अपनी प्रारंभिक स्थिति की तरह दिखाई देता है। इस संख्या को **'घुमाव का क्रम'** (order of rotation) के नाम से जाना जाता है। इसी तरह चित्र–12 में बनी दोनों आकृतियों को घुमाएँ और इनके घुमाव का क्रम पता करें।





120° घुमाने पर | 240° घुमाने पर | 360° घुमाने पर (प्रारम्भिक अवस्था)

चित्र–13

अब तक की चर्चा के आधार पर तालिका पूर्ण करें–

आकृति	कितनी सममित रेखाएँ हैं?	एक घुमाव में आकृति कितनी बार पहले जैसी दिखी?	घुमाव का क्रम
सम पंचभुज			
समबाहु त्रिभुज	3	3	3
आयत			
वर्ग			
अंग्रेजी अक्षर U			
अंग्रेजी अक्षर M			

सोचें एवं चर्चा करें

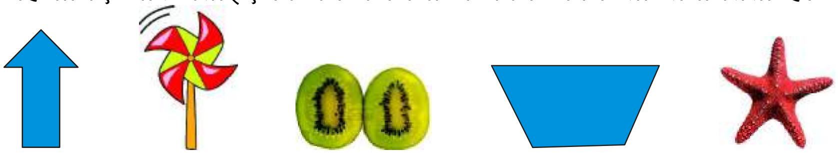
समबहुभुज में कितनी सममित रेखाएँ होती हैं? क्या समबहुभुज की भुजाओं और घुमावों के क्रम में कोई संबंध होता है? वह क्या है?

करके देखें

1. निम्नलिखित अंग्रेजी अक्षरों में कौन–कौनसी सममिति है? पहचानिए और लिखिए–

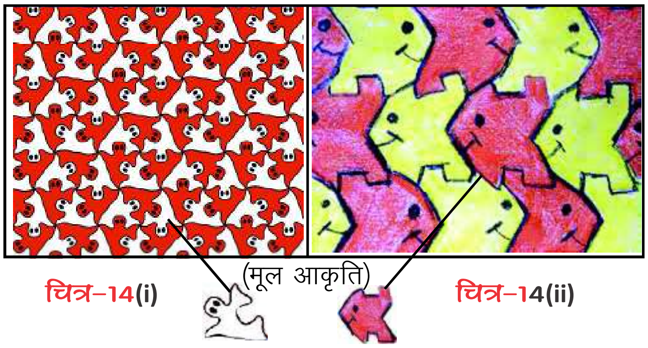
I F N H G A O

2. पहचानिए और बताइए कि निम्न चित्रों में कौन–कौन सी सममितता है?

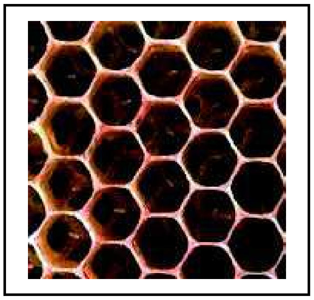


सममितता और परिवर्तन के कुछ अनुप्रयोग

आस–पास फर्श, दीवार, वाल पेपर, साड़ी, कपड़े आदि पर कई तरह के पैटर्न व डिजाइन देखे जा सकते हैं। इसमें कई तरह की सममितता होती है और यह कई बार एक या दो मूल आकृति (Motif) के परिवर्तन स्वरूपों से बनते हैं। जैसे चित्र–14(i) में आप



चित्र–14(i) चित्र–14(ii)



चित्र–15(i)

चित्र–15(ii)

मूल आकृति को जगह–जगह पहचान सकते हैं। इसी तरह 14(ii) में भी।

अब चित्र–15(i) और चित्र–15(ii) को ध्यान से देखें एवं मूल आकृति की पहचान करें और बनाएँ।

प्रश्नावली - 12.3

1. कुछ वस्तुओं के चित्र बनाइए जिनमें–
   (i) रैखिक सममिति पाई जाती है।
   (ii) घूर्णन सममिति पाई जाती हो।
2. आप अपने पसंद की एक आकृति लें व उसे मूल आकृति मानकर एक पैटर्न डिजाइन करें।
3. अंग्रेजी के अक्षर लिखे जिनमें :
   (i) दो सममित रेखाएँ है।
   (ii) सममित रेखाएँ नहीं है।
   (iii) घूर्णन सममिति है।

BZ68LK

हमने सीखा

1. यदि समान आकृतियों को पलटाया, घुमाया या खिसकाया जाए तो उनकी सर्वांगसमता बनी रहती है।
2. परिवर्तन जिसमें क्रिया के बाद मिली आकृति, मूल आकृति के सर्वांगसम होती है, उसे दृढ़ परिवर्तन कहते हैं।
3. दृढ़ परिवर्तन में तीन क्रियाएँ की जाती है– स्थानांतरण, परावर्तन और घुमाव।
4. स्थानांतरण के लिए दिशा और दूरी तय करना आवश्यक है।
5. घुमाव करने के लिए घुमाव का केंद्र, घुमाव का कोण और घुमाव की दिशा पता होना चाहिए।
6. परावर्तन की रेखा से मूल आकृति और परावर्तित आकृति समान दूरी पर होती हैं।
7. दो तरह की सममिति के बारे में पढ़ा– रैखिक सममिति, घूर्णन सममिति।
8. किसी मूल आकृति को समतल पर बिना खाली स्थान छोड़े या बिना एक दूसरे के ऊपर रखे, दोहराते हुए व्यवस्थित करते हुए पैटर्न बनाया जा सकता है।