ज्यामितीय रचनाएँ

[Geometrical Constructions]

BZF4N8

13

हमने स्केल से रेखाखंड, परकार व चाँदे से कोण बनाना सीखा है। अब हम कुछ बंद आकृतियाँ बनाना सीखेंगे।

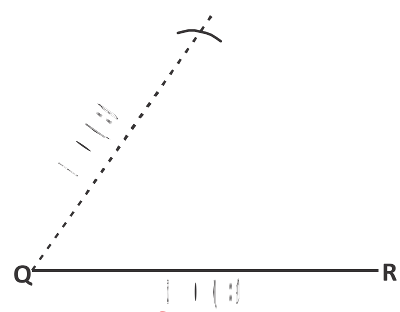
आइए रचना करें

यदि तीन रेखाखण्डों की लम्बाई दी गई हो और त्रिभुज की रचना करनी हो तो क्या यह हमेशा किया जा सकता है? आपस में चर्चा करें।

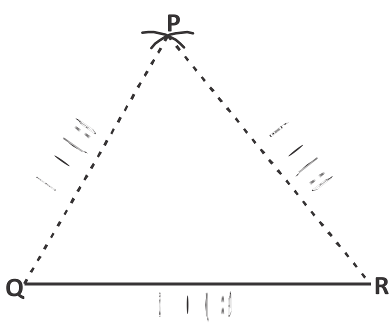
यदि किसी त्रिभुज की तीनों भुजाएँ 5 सेमी., 6 सेमी., 7 सेमी. हों तो त्रिभुज की रचना कैसे होगी? आइए, करके देखें–

चित्र–1(i)

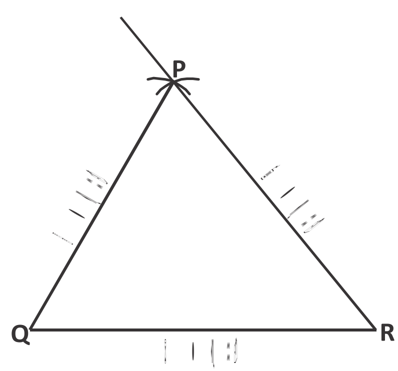
1. 6 सेमी. का एक रेखाखंड QR बनाएं। (चित्र–1(i))
2. परकार की भुजाओं को 5 सेमी. फैलाकर नोक को Q पर रखें। QR के एक ओर एक चाप काटें। (चित्र–1(ii))
3. परकार की भुजाओं को 7 सेमी. फैलाकर नोक को R पर रखें। एक और चाप काटें जो पहले चाप को काटता हो (चित्र–1(iii))
4. कटान बिंदु को 'P' नाम दें।
5. P को R और Qसे जोड़ें।
6. इस प्रकार एक त्रिभुज PQR की रचना हुई। (चित्र–1(iv))



चित्र–1(ii)

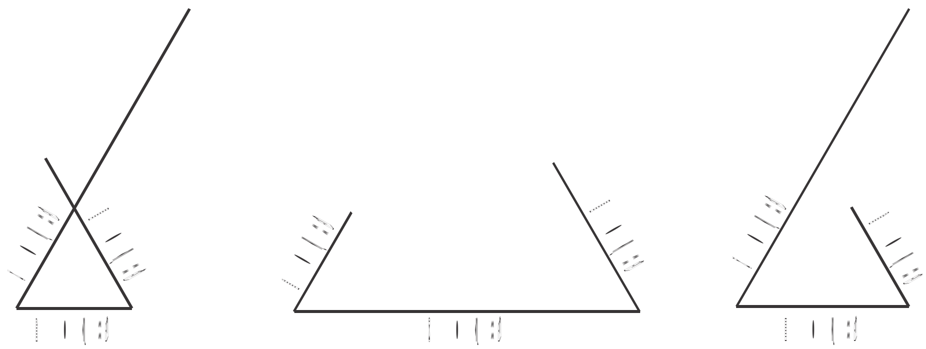


चित्र–1(iii)



चित्र–1(iv)

जयंत ने 2 सेमी., 3 सेमी. व 6 सेमी. की भुजा लेकर त्रिभुज बनाने की कोशिश की



क्या इस माप से त्रिभुज बन पा रहे हैं? क्यों?

करके देखें

क्या दी गई मापों से त्रिभुज बनाना संभव है?

(i)	(2 सेमी., 3 सेमी., 4 सेमी.)	(ii)	(3 सेमी., 4 सेमी., 5 सेमी.)
(iii)	(2 सेमी., 4 सेमी., 8सेमी.)	(iv)	(4 सेमी., 5 सेमी., 6 सेमी.)

दी गई मापों से त्रिभुज तभी बन पाएँगे जब दो छोटी भुजाओं की मापों का योग सबसे बड़ी भुजा की माप से अधिक हो।

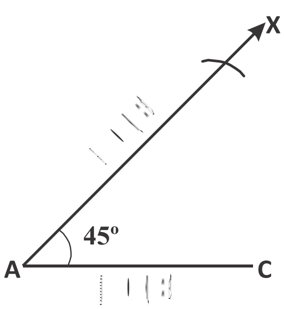
कुछ और रचनाएँ

<u>रचना (निर्मेय–1)</u> : एक त्रिभुज की रचना करना, जब दो भुजाओं की माप और उनके बीच के कोण की माप दी गई हो।

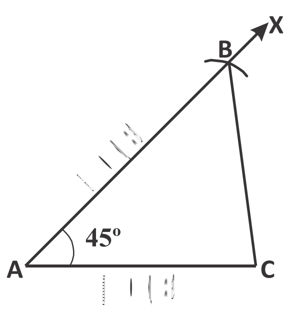
उदाहरण–1. एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए, जिसमें AB=5 सेमी., AC = 4 सेमी., $\angle A = 45°$ है।

रचना के पद

1. 4 सेमी. माप का रेखाखंड AC खींचिए।



चित्र–2(i)



चित्र–2(ii)

2. बिंदु A पर किरण AX खींचिए जो AC के साथ 45° का कोण बनाए।
3. A को केंद्र मानकर 5 सेमी. त्रिज्या का एक चाप खींचिए, जो AX को बिंदु B पर काटता हो। (चित्र–2(i))
4. बिंदु B और C को मिलाते हुए रेखाखंड BC खींचिए। इस प्रकार ΔABC प्राप्त होता है। (चित्र–2(ii))

यह भी करके देखें

इस त्रिभुज में AB = 5 सेमी., AC = 4 सेमी., और $\angle A = 45°$ हैं। हम चाहें तो पहले AB = 5 सेमी. का रेखाखंड खींच कर उस पर AB के साथ 45° का कोण बनाती हुई किरण AY खींच सकते हैं।

अब A से AC के लिए 4 सेमी. का चाप काटें।

क्या यह त्रिभुज ACB पहले बने त्रिभुज जैसा है?

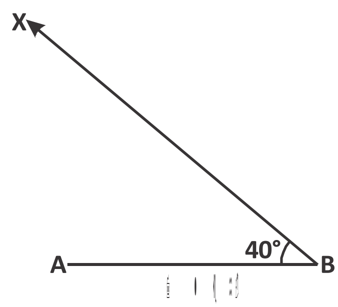
इसे भी करें

नीचे दिए गए मापों से त्रिभुज की रचना करें–

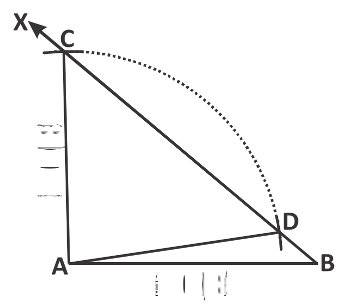
AB = 7 सेमी., AC = 6 सेमी., $\angle B = 40°$

रचना के पद

1. सर्वप्रथम 7 सेमी. लंबाई का रेखाखंड AB खींचिए।
2. बिंदु B पर किरण BX खींचिए, जो AB के साथ 40° का कोण बनाए। (चित्र–3(i))
3. A को केंद्र मानकर 6 सेमी. त्रिज्या वाला एक चाप खींचिए। यह किरण BX को दो बिंदुओं, क्रमशः C और D पर काटता है। (चित्र–3(ii))



चित्र–3(i)



चित्र–3(ii)

आप यह देख सकते हैं कि दी गई शर्तों के लिए किरण BX पर दो बिंदु C और D प्राप्त होते हैं। इसलिए यह कह सकते हैं कि दी गई मापों से त्रिभुज के दो बिंदु A और B तो अद्वितीय रूप से निर्धारित किए जा सकते हैं, परंतु तीसरे बिंदु को हम C अथवा D दोनों मान सकते हैं। चूंकि तीसरा बिंदु C या D कोई भी हो सकता है अतः एक अद्वितीय त्रिभुज की रचना करने के लिए दी गई माप पर्याप्त नहीं है।

करके देखें

दी गई मापों से त्रिभुज की रचना कर अपने साथियों के साथ चर्चा करें:–

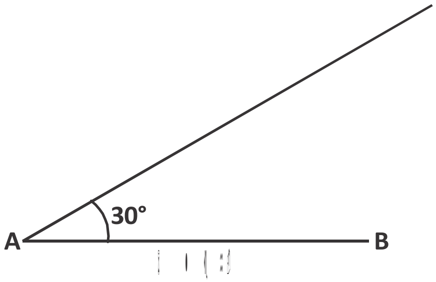
(i) AB = 7 सेमी., AC = 6 सेमी., $\angle C = 40°$

(ii) AB = 3 सेमी., BC = 4 सेमी., $\angle A = 60°$

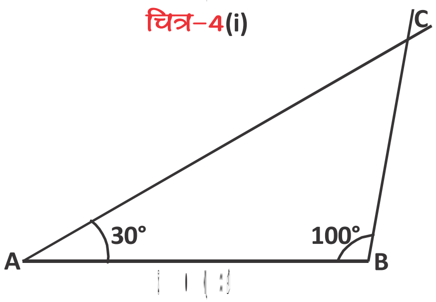
(iii) PR = 6 सेमी., PQ = 5 सेमी., $\angle Q = 75°$

(iv) AB = 4.5 सेमी., AC = 6.3 सेमी., $\angle A = 55°$

आपने देखा कि एक अद्वितीय त्रिभुज की रचना तभी की जा सकती है, जब उसकी दो भुजाओं की माप और उनके बीच के कोण की माप दी गई हो?



चित्र–4(i)



चित्र–4(ii)

<u>रचना (निर्मेय–2)</u> : त्रिभुज की रचना करना, जब एक भुजा और उसके सिरों के दो कोणों की माप दी गई हो–

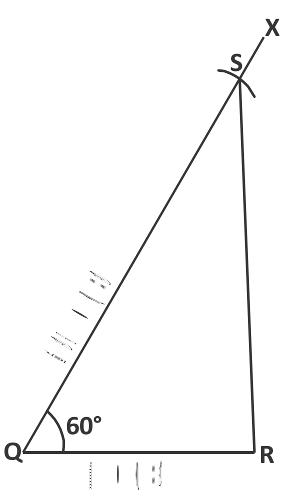
उदाहरण–2. किसी त्रिभुज ABC में AB = 6 सेमी. ; $\angle BAC = 30°$, $\angle ABC = 100°$ हों तो त्रिभुज की रचना कीजिए।

रचना के पद

1. AB = 6 सेमी. का रेखाखंड खींचिए।
2. AB रेखाखंड के बिंदु A पर चाँदे से 30° का कोण बनाइए। (चित्र–4(i))
3. बिंदु B पर चाँदे से 100° का कोण बनाइए।
4. दोनों कोणों की भुजाओं को बढ़ाने पर जो कटान बिंदु मिला उसे C नाम दीजिए।
5. इस प्रकार त्रिभुज ABC प्राप्त हुआ। (चित्र–4(ii))

करके देखें

1. दी गई मापों से त्रिभुज की रचना कर अपने साथियों से चर्चा करें कि ये किस प्रकार के त्रिभुज हैं–
   - (i) ΔPQR में PQ = 5 सेमी., $\angle P = 90°$, $\angle Q = 30°$
   - (ii) ΔMNP में MN = 6 सेमी., $\angle M = 90°$, $\angle N = 30°$
2. रचना करके देखें कि क्या दी गई मापों से त्रिभुज बनाना संभव है?
   - (i) PQ = 3.5 सेमी., ; $\angle Q = 45°$; $\angle R = 50°$
   - (ii) XY = 7.5 सेमी., ; $\angle Z = 70°$; $\angle Y = 40°$



चित्र–5(i)

विशेष प्रकार के त्रिभुज (Special Type of Triangles)

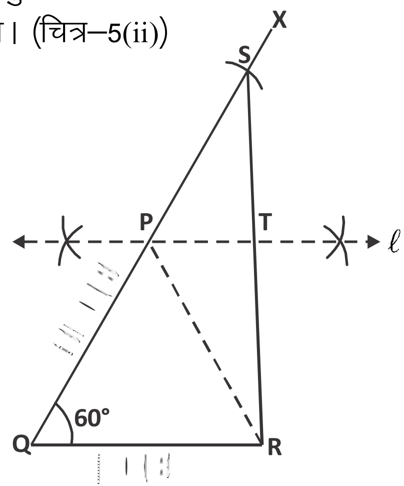
<u>रचना (निर्मेय–3)</u> : ऐसे त्रिभुज की रचना करना जिसका आधार, आधार का एक कोण और शेष दो भुजाओं का योग दिया है।

उदाहरण–3. त्रिभुज PQR की रचना कीजिए जिसमें आधार QR = 4 सेमी. PQ + PR = 7.5 सेमी. एवं $\angle PQR = 60°$

रचना के पद

1. एक रेखाखंड QR = 4 सेमी. खींचिए और बिंदु Q पर $\angle XQR = 60°$ बनाइए।
2. बिंदु Q को केंद्र मानते हुए 7.5 सेमी. (QP + PR = 7.5 सेमी.) त्रिज्या लेकर किरण QX पर एक चाप खींचिए जो उसे बिंदु S पर काटता हो, RS को मिलाइए। (चित्र–5(i))

3. परकार की सहायता से RS का लंब समद्विभाजक ℓ खींचिए जो QS को बिंदु P पर तथा SR को T पर काटता हो। (चित्र–5(ii))

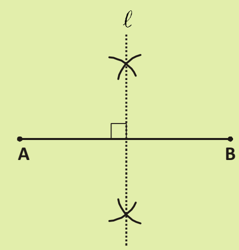


चित्र–5(ii)

लंब समद्विभाजक (Perpendicular bisector) : अर्थात् वह रेखा जो किसी दिए गए रेखाखंड पर समकोण बनाते हुए उसे दो बराबर भागों में बाँटती है।

लंब समद्विभाजक की रचना :

1. परकार की भुजाओं में रेखाखंड की लंबाई के आधे से अधिक का अंतर लीजिए।
2. अब परकार की नोंक को बिंदु A पर रखकर रेखाखंड के दोनों और चाप काटें, फिर बिंदु B पर परकार रखकर यही प्रक्रिया दोहराएँ।
3. चापों की कटान बिंदुओं को स्केल की सहायता से मिलाएँ।



यह रेखा 'ℓ', रेखाखंड AB का लंब समद्विभाजक है।

4. PR को मिलाइए। (चित्र–5(iii))

$\Delta PTS \cong \Delta PTR$ बनेंगे। (क्यों?)

$\therefore$ PS = PR

QP + PS = QP + PR (=7.5 सेमी.)

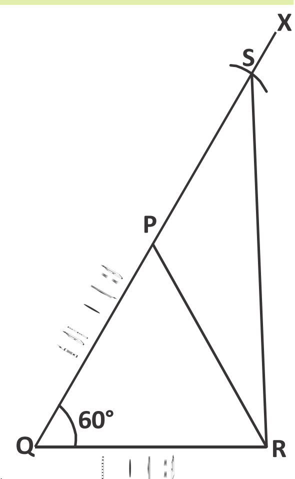
अतः ΔPQR अभीष्ट त्रिभुज है।

पद 3 की रचना ऐसी ही क्यों?

भुजा QS पर एक बिंदु P इस प्रकार चाहिए कि PS = PR हो।

ऐसा करने का एक तरीका यह हो सकता है कि इन दोनों रेखाखंडों को दो सर्वांगसम त्रिभुज की संगत भुजाओं के रूप में देखा जाए।

SR का लंब समद्विभाजक दो ऐसे बिंदु P और T देता है जो रेखाखंड PT के द्वारा ΔPSR को दो सर्वांगसम त्रिभुजों में बाँटता है।



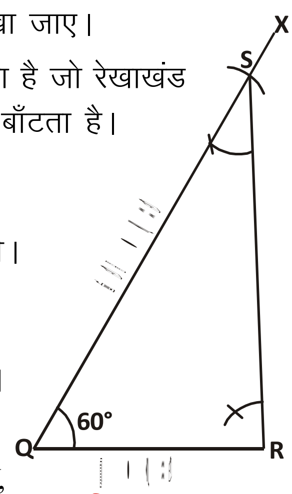
चित्र–5(iii)

वैकल्पिक विधि

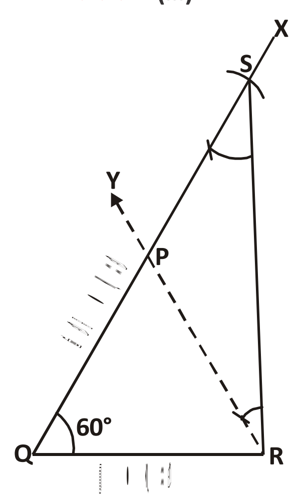
इसी त्रिभुज PQR की रचना अब हम अन्य प्रकार से करेंगे।

रचना के पद

1. उपर्युक्त चरण 1 व 2 की पुनरावृत्ति कीजिए। (चित्र–6(i) के अनुसार)
2. $\angle$QSR के बराबर कोण $\angle$SRY बनाइए। किरण RY, QX को बिंदु P पर काटेगी। (चित्र–6(ii))



चित्र–6(i)

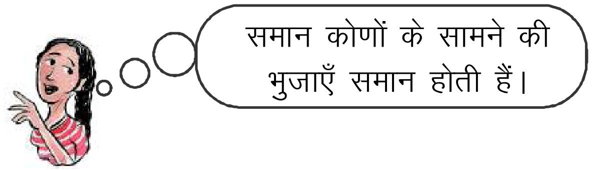


चित्र–6(ii)

PS = PR (क्यों?)

QP + PS = QP + PR = 7.5 सेमी.

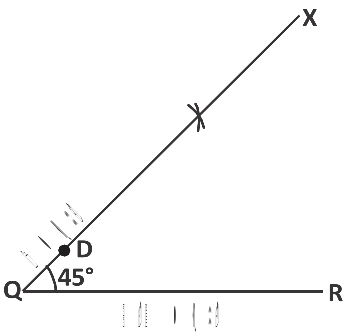
$\therefore$ PQR अभीष्ट त्रिभुज है।



करके देखें

त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें BC = 6 सेमी., $\angle B = 60°$ एवं AB+AC = 11 सेमी.

<u>रचना (निर्मेय–4)</u> : ऐसे त्रिभुज की रचना करना जिसका आधार, आधार का एक कोण और शेष दो भुजाओं का अंतर दिया है।



चित्र–7(i)

उदाहरण–4. त्रिभुज PQR की रचना कीजिए जिसमें आधार QR = 5.2 सेमी. $\angle PQR = 45°$ और PQ – PR = 1 सेमी. है।

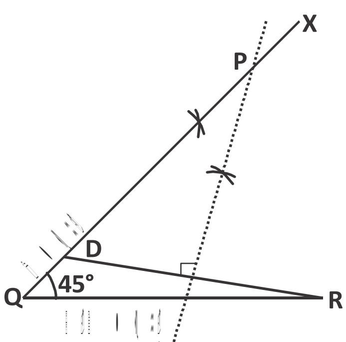
रचना के पद

1. रेखाखंड QR = 5.2 सेमी. खींचिए।
2. बिंदु Q पर $\angle XQR = 45°$ बनाइए। QX पर एक बिंदु D इस प्रकार लीजिए कि QD = 1 हो। (PQ – PR = 1 सेमी.) (चित्र–7(i))

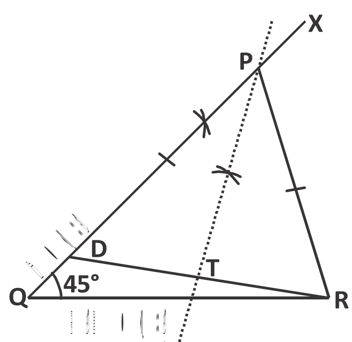
मैं बताती हूँ!

हमें QX पर एक ऐसा बिंदु P चाहिए जिसमें PD = PR हो जाए (तभी PQ और PR का अंतर 1 सेमी. होगा।)

PD = PR करने के लिए इन्हें दो सर्वांगसम त्रिभुजों की संगत भुजाओं के रूप में देखें। DR का लंब समद्विभाजक खींचने से हमें दो ऐसे सर्वांगसम त्रिभुज PDT और PRT मिलते हैं।



चित्र–7(ii)



चित्र–7(iii)

3. बिंदु R को D से मिलाइए एवं भुजा RD का लंब समद्विभाजक खींचिए जो किरण QX को बिंदु P पर प्रतिच्छेद करता है। (चित्र–7(ii))

4. बिंदु P को R से मिलाइए। इस प्रकार अभीष्ट ΔPQR की रचना हुई। (चित्र–7(iii))

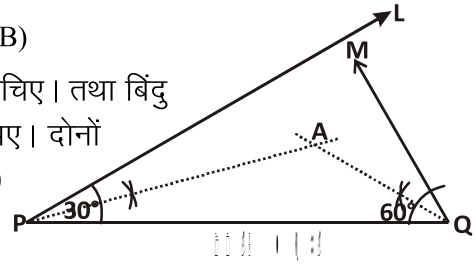
रचना (निर्मेय–5) : एक ऐसे त्रिभुज की रचना करना जिसका परिमाप तथा दोनों आधार कोण दिए हैं।

उदाहरण–5. एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें $\angle B = 30°$, $\angle C = 60°$ एवं AB + BC + CA = 10.5 सेमी. हैं।

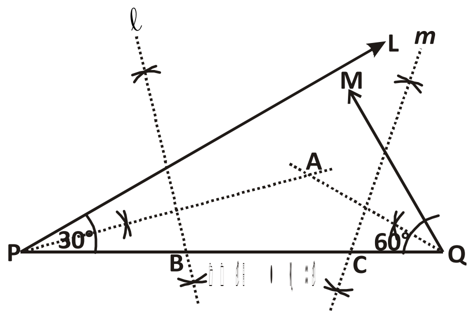
रचना के पद

1. एक रेखाखंड PQ = 10.5 सेमी. खींचिए। (PQ = BC + CA + AB)

2. बिंदु P पर दिए गए $\angle B$ का मान 30° बनाते हुए उसका अर्द्धक खींचिए। तथा बिंदु Q पर दिए गए $\angle C$ का मान 60° बनाते हुए उसका अर्द्धक खींचिए। दोनों कोणों के अर्द्धक एक दूसरे को बिंदु A पर काटेंगे। (चित्र–8(i))

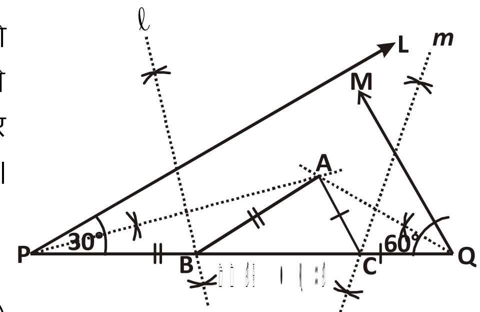


चित्र–8(i)



चित्र–8(ii)

3. अब PA एवं QA के लंब समद्विभाजक ℓ और m खींचिए। जो रेखाखंड PQ को बिंदु B और C पर प्रतिच्छेद करते हैं। (चित्र–8(ii))



चित्र–8(iii)

4. बिन्दु B को A से, तथा बिंदु C को A से मिलाइए। (चित्र–8(iii)) इस प्रकार ΔABC की रचना हुई।

करके देखें

आपके द्वारा बनाए गए त्रिभुज की तीनों भुजाओं को नापिए और उनका योग कीजिए। क्या AB + BC + CA = 10.5 सेमी. प्राप्त हुआ।

यदि त्रिभुज की एक भुजा बढ़ाई जाए तो इस प्रकार निर्मित बहिष्कोण सुदूर अंतः कोणों के योग के बराबर होता है।

प्रश्नावली–13.1

1. नीचे कुछ त्रिभुजों की भुजाओं और कोणों की माप दी गई हैं इनसे त्रिभुजों की रचना कीजिए।

क्र.	त्रिभुज	दी गई मापें		
(i)	ΔDEF	DE = 4.5 cm.	EF = 5.5 cm.	DF = 4 cm.
(ii)	ΔPQR	$\angle Q = 30°$	$\angle R = 30°$	QR = 4.7 cm.
(ii)	ΔABC	$\angle B = 60°$	BC = 5 cm.	AB + AC = 8 cm

2. एक समकोण त्रिभुज की रचना कीजिए जिसका आधार 4 सेमी. एवं कर्ण और दूसरी भुजा का योग 8 सेमी. हो।

3. एक त्रिभुज PQR की रचना कीजिए जिसमें $QR = 7$ cm., $\angle Q = 45°$ और $PQ - PR = 2$ सेमी. हो।

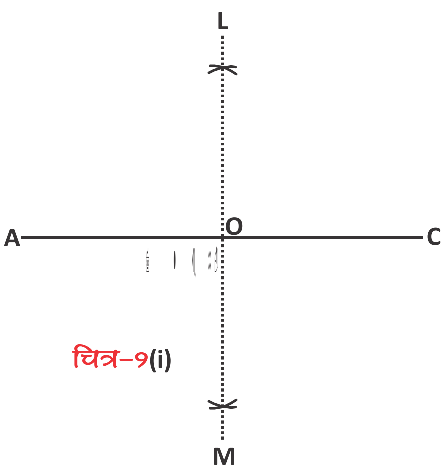
4. एक त्रिभुज XYZ की रचना कीजिए जिसमें $\angle XYZ = 50°$, $YZ = 5$ cm. और $XZ - XY = 2.5$ cm. हो।

5. एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें $AB + BC + CA = 13$ cm. एवं $\angle B = 45°$, $\angle C = 70°$ हो।

चतुर्भुज की रचना (Construction of Quadrilateral)

अब तक आपने चतुर्भुजों की रचना अलग–अलग स्थितियों में की है। आइए, अब हम कुछ नई परिस्थितियों में चतुर्भुज की रचना करेंगे।

<u>रचना (निर्मेय–6)</u> : समांतर चतुर्भुज की रचना करना जब उसके दो विकर्ण और उनके बीच के कोण दिए हुए हों।

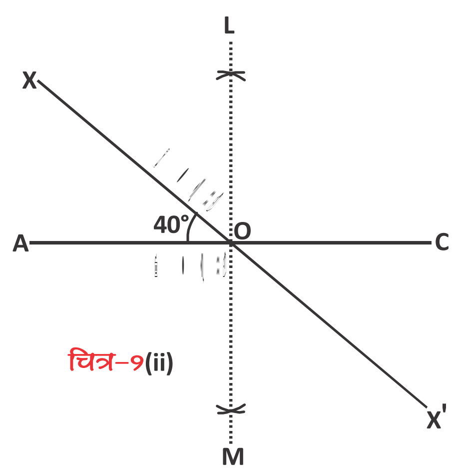


चित्र–9(i)

उदाहरण–6. एक समांतर चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए जिसमें $AC = 7$cm. और $BD = 6$ cm. और इनके बीच का एक कोण $40°$ हो।

रचना के पद

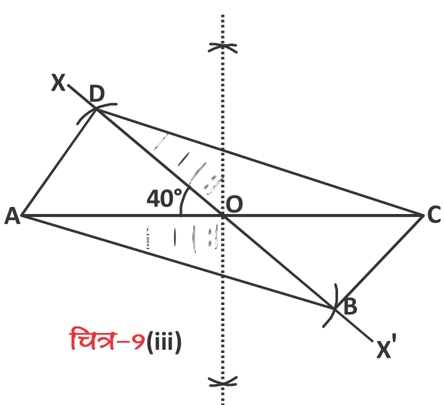
1. रेखाखंड $AC = 7$ सेमी. खींचिए।
2. रेखाखंड AC का लंब समद्विभाजक LM खींचिए जो AC को O पर प्रतिच्छेद करे। (चित्र–9(i))
3. किरण OX खींचिए जिसमें $\angle AOX = 40°$ का हो। फिर किरण OX को बढ़ाकर रेखा XOX' खींचिए। (चित्र–9(ii))



चित्र–9(ii)

4. बिंदु O को केंद्र मानकर 3 सेमी. (दूसरे विकर्ण $BD = 6$ सेमी. की लंबाई का आधा) का चाप लेकर XOX' पर दो चाप B व D खींचिए। B व D दोनों को A व C से मिलाइए। (चित्र–9(iii))

इस प्रकार अभीष्ट समांतर चतुर्भुज ABCD की रचना हुई।



चित्र–9(iii)

ध्यान रहे– समांतर चतुर्भुज के विकर्ण एक–दूसरे को समद्विभाजित करते हैं। अतः हमने AC का लंब समद्विभाजक खींचा जिसमें AC का मध्य बिंदु O प्राप्त हुआ एवं बिंदु O पर $\angle AOX = 40°$ पर OB = OD = 3 सेमी. बनाया।

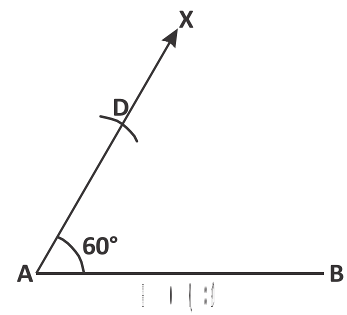
करके देखें

क्या इसी प्रकार आप आयत एवं वर्ग की रचना भी कर सकते हैं।

अपने साथियों से चर्चा कीजिए और उन पर आधारित दो सवाल बनाकर रचना कीजिए?

रचना (निर्मेय–7) : समलंब चतुर्भुज की रचना करना जब दो आसन्न भुजाएँ एवं इनके बीच का कोण तथा समांतर भुजाओं का पता हो।

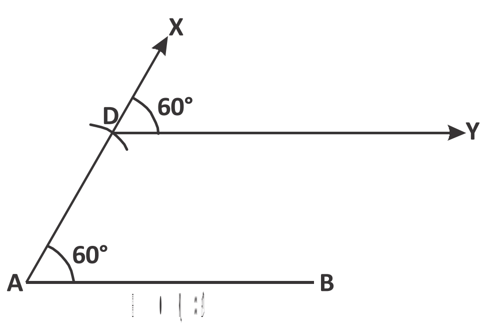
उदाहरण–7. समलंब चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए यदि AB = 5 सेमी., BC = 2.8 सेमी. AD = 3 सेमी., A = 60° और AB || CD



चित्र–10(i)

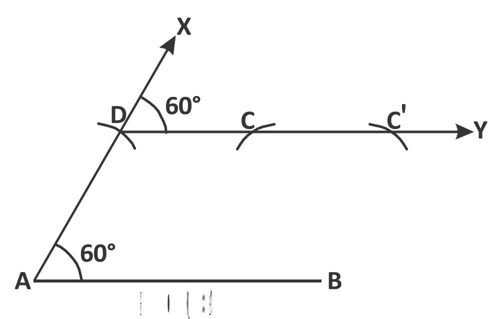
रचना के पद

1. AB = 5 सेमी. का रेखाखंड खींचिए।
2. बिंदु A पर 60° का कोण बनाते हुए AX रेखा खींचिए।
3. AD = 3 सेमी. का चाप AX पर काटिए जिससे हमें D बिंदु प्राप्त होगा। (चित्र–10(i))



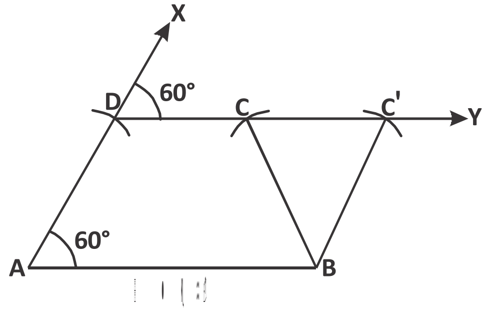
चित्र–10(ii)

4. बिंदु D पर 60° को कोण बनाते हुए DY किरण खींचिए। (चित्र–10(ii))



चित्र–10(iii)

5. बिंदु B से किरण DY पर BC = 2.8 सेमी. का चाप काटिए। जो DY को C व C' पर काटता है। (चित्र–10(iii))



चित्र–10(iv)

6. B से C व C' को मिलाइए। (चित्र–10(iv)) इस प्रकार अभीष्ट समलंब चतुर्भुज ABCD एवं समांतर चतुर्भुज ABC'D प्राप्त होगा।

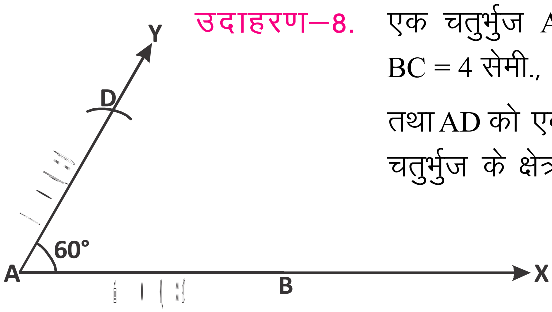
प्रश्नावली – 13.2

1. एक समांतर चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए, यदि AD = 4 सेमी., AB =6 सेमी. और $\angle A = 65°$ हो।
2. एक समांतर चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए जिसमें AB = 4 सेमी., AD = 3 सेमी. और विकर्ण AC = 4.5 सेमी. हो।
3. एक आयत की रचना कीजिए जिसकी एक भुजा 3 सेमी. एवं विकर्ण 5 सेमी. हो।
4. एक सम चतुर्भुज की रचना कीजिए जिसके दो विकर्ण क्रमशः 4.5 सेमी और 6 सेमी. हैं।
5. एक समलंब चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए जिसमें AB || CD, AB = 5 सेमी. BC = 3 सेमी., AD = 3.5 सेमी. और समांतर भुजाओं के बीच की दूरी 2.5 सेमी. हो।

<u>रचना (निर्मेय–8)</u> : दिए गए चतुर्भुज के क्षेत्रफल के बराबर त्रिभुज की रचना करना।

उदाहरण–8. एक चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए जिसमें AB = 7 सेमी., CD = 6 सेमी., BC = 4 सेमी., AD = 5 सेमी. और $\angle BAD = 60°$ हो।

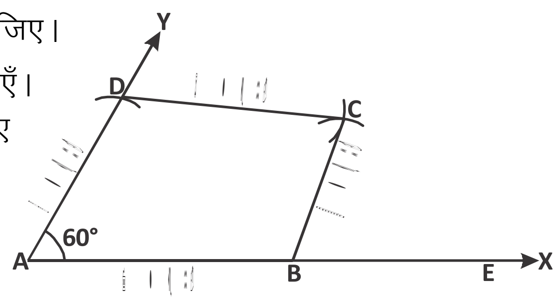
तथा AD को एक भुजा मानकर एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसका क्षेत्रफल, चतुर्भुज के क्षेत्रफल के बराबर हो।



चित्र–11(i)

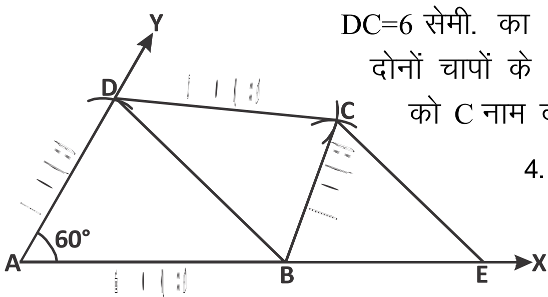
रचना के पद

1. रेखा AX खींचिए। AX पर रेखाखंड AB = 7 सेमी. लीजिए।
2. बिंदु A पर 60° का कोण $\angle BAY$ बनाएँ। AY पर AD = 5 सेमी. का चाप काटिए जो बिंदु D पर काटेगा। (चित्र–11(i))



चित्र–11(ii)

3. बिंदु B से BC=4 सेमी. एवं बिंदु D से DC=6 सेमी. का चाप काटिए। दोनों चापों के प्रतिच्छेद बिंदु को C नाम दीजिए।

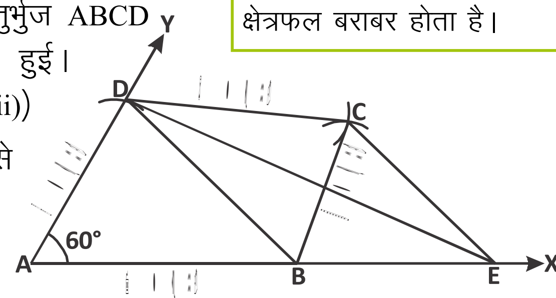


चित्र–11(iii)

4. BC, CD को मिलाइए। अभीष्ट चतुर्भुज ABCD की रचना हुई। (चित्र–11(ii))

एक ही आधार एवं दो समांतर रेखाओं के बीच बने त्रिभुजों का क्षेत्रफल बराबर होता है।

5. अब BD को मिलाइए। बिंदु C से BD || CE खींचें जो AX को E पर काटती है। (चित्र–11(iii)) E से D को मिलाइए। (चित्र–11(iv))



चित्र–11(iv)

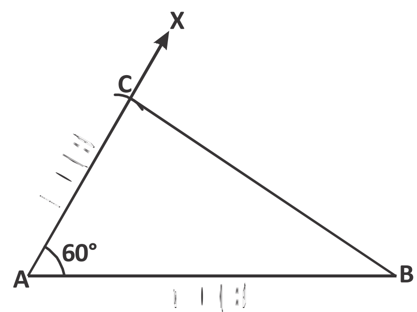
इस प्रकार अभीष्ट त्रिभुज ADE प्राप्त हुआ जिसका क्षेत्रफल चतुर्भुज ABCD के क्षेत्रफल के बराबर है।

सोचें एवं चर्चा करें

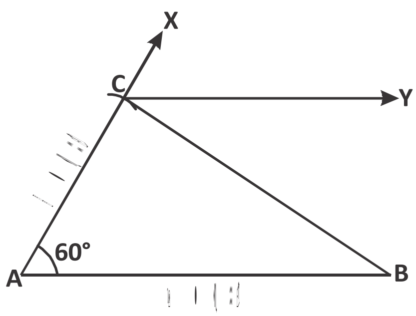
ΔADE का क्षेत्रफल, चतुर्भुज ABCD के क्षेत्रफल के बराबर है, कैसे?

रचना (निर्मेय–9) : एक त्रिभुज के बराबर क्षेत्रफल वाले, समांतर चतुर्भुज एवं आयत की रचना करना।

उदाहरण–9. एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें AB = 9 सेमी. AC = 5 सेमी. तथा कोण $\angle CAB = 60°$ हो इस त्रिभुज के क्षेत्रफल के बराबर एक समांतर चतुर्भुज की रचना कीजिए।



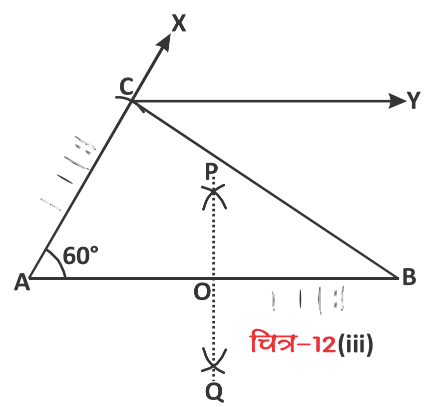
चित्र–12(i)



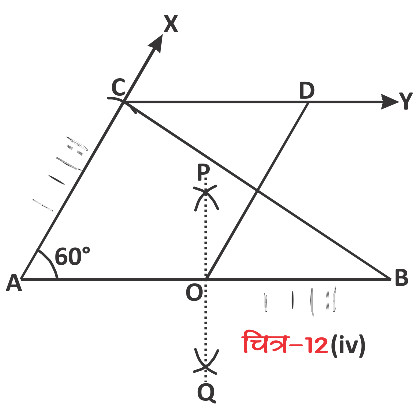
चित्र–12(ii)

रचना के पद

1. रेखाखंड AB = 9 सेमी. खींचिए। बिंदु A पर 60° का कोण $\angle BAX$ बनाइए।
2. रेखा AX पर AC = 5 सेमी. का चाप काटिए। बिंदु C प्राप्त होगा। BC को मिलाइए। अभीष्ट त्रिभुज ABC प्राप्त होगा। (चित्र–12(i))
3. बिंदु C से AB के समांतर CY रेखा खींचिए। (चित्र–12(ii))
4. AB का लंब समद्विभाजक PQ खींचिए जो AB को O पर समद्विभाजित करता है। (चित्र–12(iii))
5. बिंदु O से AC ∥ OD खींचिए। (चित्र–12(iv))



चित्र–12(iii)



चित्र–12(iv)

इस प्रकार अभिष्ट समांतर चतुर्भुज AODC प्राप्त हुआ जिसका क्षेत्रफल ΔABC के बराबर है।

प्रश्नावली – 13.3

1. एक चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए जिसमें AB = 5 सेमी., BC = 6 सेमी., CD = 7 सेमी. तथा $\angle B = \angle C = 90°$। फिर AB को एक भुजा मानकर ऐसे त्रिभुज की रचना कीजिए जो क्षेत्रफल में, चतुर्भुज के क्षेत्रफल के बराबर हो।
2. एक समचतुर्भुज की रचना कीजिए जिसकी भुजाएँ 6 सेमी. तथा एक कोण 60° का हो। फिर एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसका क्षेत्रफल बनाए गए समचतुर्भुज के क्षेत्रफल के बराबर हो।

3. एक समद्विबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए जिसका आधार 6 सेमी. तथा आधार पर कोण $70°$ हो, तो इस त्रिभुज के क्षेत्रफल के बराबर क्षेत्रफल का समांतर चतुर्भुज एवं आयत की रचना कीजिए।

4. एक त्रिभुज PQR की रचना कीजिए जिसमें $PQ = 8$ सेमी., $PR = 6$ सेमी., $\angle QPR = 65°$ हो, इस त्रिभुज के क्षेत्रफल के बराबर क्षेत्रफल के समांतर चतुर्भुज की रचना कीजिए।

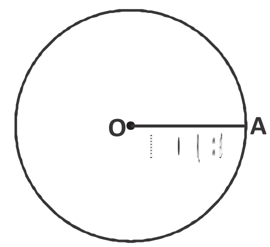
BZXVRI

किसी वृत्त के अंतर्गत एवं बहिर्गत समबहुभुज की रचना करना

रचना (निर्मेय–10) : 3 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त के अंतर्गत एक सम पंचभुज की रचना कीजिए।

रचना के पद

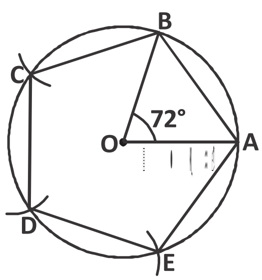
1. 3 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए जिसका केंद्र O है। O को परिधि से मिलाइए व प्राप्त बिंदु को A नाम दीजिए।(चित्र–13(i))



चित्र–13(i)

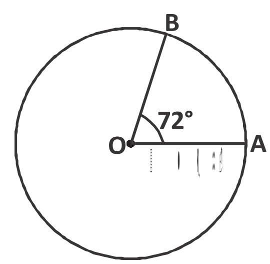
2. हमें एक सम पंचभुज बनाना है अतः वृत्त को केन्द्र पर पाँच समान भागों में बाँटना होगा।

केंद्र पर एक कोण का मान $= \dfrac{360°}{5} = 72°$ होगा।



चित्र–13(iv)

3. त्रिज्या OA के बिंदु O पर $72°$ का कोण बनाते हुए OB खींचिए जो परिधि को B पर काटता है। (चित्र–13(ii))

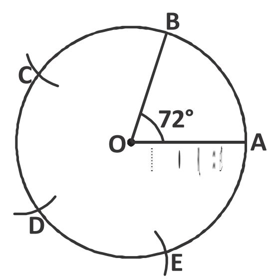


चित्र–13(ii)

4. अब AB चाप के बराबर परकार से B से परिधि पर चाप काटे तो C मिलेगा। इसी प्रकार C से D व E बिंदु प्राप्त होंगे। (चित्र–13(iii))

5. A को B, B को C, C को D, D को E व E को A से मिलाइए। (चित्र–13(iv))

इस प्रकार अभीष्ट समपंचभुज ABCDE प्राप्त होता है।



चित्र–13(iii)

इसी प्रकार वृत्त के अंतर्गत किसी भी समबहुभुज की रचना की जा सकती है।

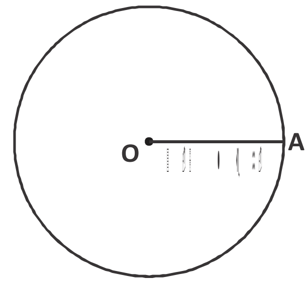
सोचें एवं चर्चा करें

पंचभुज के लिए केंद्र पर एक कोण $\dfrac{360°}{5}$ है और षटभुज के लिए $\dfrac{360°}{6}$ है। क्या n भुज के लिए $\dfrac{360°}{n}$ हो सकता है?

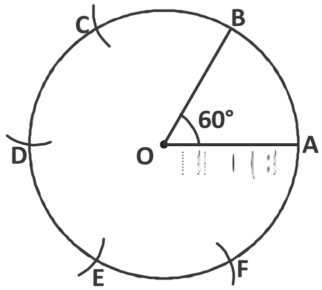
रचना (निर्मेय–11) : 3.5 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त के बहिर्गत एक सम षट्भुज की रचना कीजिए।

रचना के पद

1. 3.5 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए जिसका केंद्र O है। वृत्त की परिधि पर कोई बिंदु A लीजिए तथा केंद्र O मिलाइए। (चित्र–14(i))



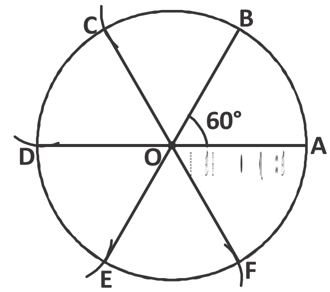
चित्र–14(i)



चित्र–14(ii)

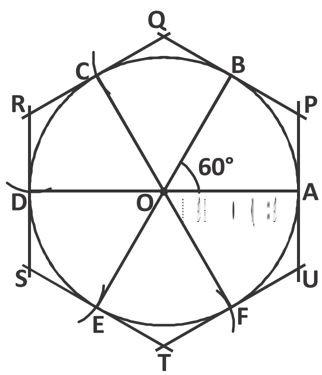
2. समषट्भुज के लिए वृत्त के केंद्र पर अंतरित कोण का मान $= \frac{360°}{6} = 60°$ होगा। त्रिज्या OA पर बिंदु O से 60° का कोण बनाते हुए OB खींचिए।

3. रचना–10 की तरह AB चाप के बराबर परिधि पर बिंदु C, D, E व F प्राप्त कीजिए। (चित्र–14(ii))



चित्र–14(iii)

4. बिंदुओं C, D, E व F को केंद्र O से मिलाइए। (चित्र–14(iii))



चित्र–14(iv)

5. OA, OB, OC, OD, OE एंव OF पर क्रमशः लंबवत् रेखा UAP, PBQ, QCR, RDS, SET एवं TFU खींचिए। (चित्र–14(iv))

इस प्रकार अभीष्ट षट्भुज PQRSTU प्राप्त हुआ जो दिए गए वृत्त के बहिर्गत है।

इसी प्रकार किसी भी वृत्त के बहिर्गत/परिगत एक समबहुभुज की रचना की जा सकती है।

प्रश्नावली – 13.4

1. एक 2 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त के अंतर्गत सम चतुर्भुज की रचना कीजिए।
2. एक 3 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त के अंतर्गत समअष्टभुज की रचना कीजिए।
3. एक 2.5 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त के बहिर्गत समपंचभुज की रचना कीजिए।
4. एक 3 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त के बहिर्गतसमअष्टभुज की रचना कीजिए।

C17RT6

हमने सीखा

1. एक त्रिभुज की रचना तभी की जा सकती है जब–
   (i) त्रिभुज में दो छोटी भुजाओं की मापों का योग सबसे बड़ी भुजा की माप से अधिक होता है।
   (ii) दो भुजाओं की माप और उनके बीच बने कोण की माप दी गई हो।
   (iii) एक भुजा और उसके सिरों पर बने दो कोणों की माप दी गई हो।
   (iv) त्रिभुज का आधार, आधार का कोई एक कोण और शेष दो भुजाओं का योग दिया हो।
   (v) त्रिभुज का आधार, आधार का एक कोण और शेष दो भुजाओं का अंतर दिया हो।
   (vi) त्रिभुज का परिमाप और आधार के दोनों कोण दिए हों।
2. एक समांतर चतुर्भुज की रचना की जा सकती है जब उसके दो विकर्ण और उनके बीच का कोण दिया हो।
3. समलंब चतुर्भुज की रचना की जा सकती है जब दो आसन्न भुजाएँ, उनके बीच का कोण तथा समांतर भुजाओं का पता हो।
4. एक ही आधार एवं दो समांतर रेखाओं के बीच बने त्रिभुजों का क्षेत्रफल बराबर होता है।
5. n भुजा वाले बहुभुज के केंद्र पर प्रत्येक भुजा द्वारा बनने वाला कोण $\frac{360°}{n}$ होता है।
6. वृत्त के परिगत एवं अंतर्गत बहुभुज की रचना की जा सकती है।