



## अध्याय-11

# गुरुत्वाकर्षण

### (Gravitation)

आप बल और गति के अध्याय में ऐसी बहुत सी घटनाओं से परिचित हुए हैं जहाँ वस्तु पृथ्वी की ओर गति करती है जैसे एक पत्थर को पृथ्वी की सतह से ऊपर की ओर फेंकने पर वापस सतह पर आ जाता है। बारिश की बूँदों से लेकर सूखा पत्ता, धूल के कण, सब कुछ पृथ्वी पर ही आ गिरते हैं। क्या आपने कभी सोचा कि वस्तुएँ पृथ्वी पर क्यों गिरती हैं?

किसी पत्थर को ऊँचाई से गिराने पर पृथ्वी की सतह तक आते-आते उसका वेग क्यों बढ़ जाता है?

आपने पिछली कक्षा में जाना कि सौर मंडल में पृथ्वी जैसे कई ग्रह सूर्य के चक्कर लगाते हैं और चंद्रमा जैसे उपग्रह, ग्रहों के चक्कर लगाते हैं। ऐसे स्थिति में पृथ्वी सूर्य के ऊपर या चंद्रमा पृथ्वी के ऊपर क्यों नहीं गिरता?

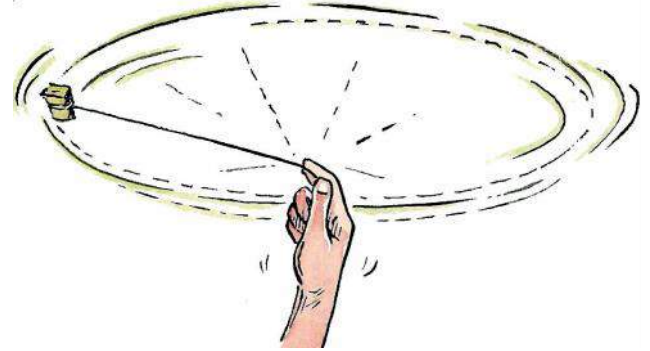
### क्रियाकलाप-1

एक लकड़ी के गुटके को धागे से बांधिए। धागे के एक सिरे को हाथ से पकड़कर गुटके से बंधे हुए दूसरे सिरे को छोड़ दीजिए। क्या हुआ?

चित्र 1 में दिखाए अनुसार अब धीरे-धीरे गुटके को वृत्ताकार घुमाएँ। उसे तेजी से घुमा कर देखें। क्या आप अपनी उंगली पर ज्यादा तनाव महसूस करते हैं?

यदि आप गुटके को तेजी से घुमाते हुए धागे को छोड़ दें या धागा टूट जाए तो गुटका किस तरफ जाएगा? क्या धागा टूटने के बाद भी गुटका वृत्ताकार पथ में घूमता रहेगा? क्या आप ने गुटके की गति के दिशा के बारे में कुछ सोचा है? आपस में चर्चा करें।

सावधानी से प्रयोग करके देखिए तथा पता लगाएँ कि यदि घुमाने की गति को धीरे-धीरे कम करते हैं तो क्या होगा?



चित्र क्रमांक-1

पत्थर द्वारा वृत्ताकार पथ में गति



### 11.1 गुरुत्वाकर्षण की अवधारणा (Concept of Gravitation)

ऊपर के प्रयोग में आपने देखा कि तेजी से वृत्ताकार गति में घूम रहे गुटके को धागा जोड़े रखता है लेकिन पृथ्वी और चंद्रमा के बीच में तो ऐसा कोई मजबूत धागा नहीं है, जो चंद्रमा को बांध कर रखे। फिर भी ऐसा कौन सा बल है जिसके कारण चंद्रमा पृथ्वी को केंद्र में रखकर नियत घूम रहा है?

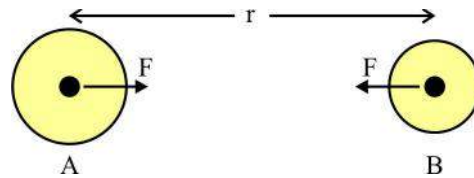
काफी समय तक लोगों का यह मानना था कि चंद्रमा और अन्य वस्तुओं को आकर्षित करना पृथ्वी का विशेष गुण है और इसी के कारण चंद्रमा और अन्य सभी तारे पृथ्वी के चारों ओर घूम रहे हैं। किंतु तारा मंडल तथा ग्रहों में विभिन्न अवलोकनों के साथ यह मान्यता मेल नहीं खा रही थी। इन अवलोकनों के आधार पर बनी कॉपरनिकस के सौर केंद्रिक ब्रह्मांड की धारणा एवं केपलर के नियमों के साथ भी यह मान्यता ठीक नहीं बैठ रही थी। उनके अनुसार अगर सूर्य केंद्र में है और ग्रह उसके चारों ओर घूम रहे हैं कुछ वैसे ही जैसे पृथ्वी के इर्द-गिर्द चंद्रमा का घूमना, तो यह मानना होगा कि जैसे पृथ्वी चंद्रमा को आकर्षित करती है उसी प्रकार सूर्य भी पृथ्वी को अपनी ओर आकर्षित करता है।

इस संदर्भ में आइजक न्यूटन (Issac Newton) ने अन्य वैज्ञानिकों के काम को समझ कर तथा सभी अवलोकनों को देखकर यह निष्कर्ष निकाला कि आकर्षण बल केवल पृथ्वी, चंद्रमा और सूर्य के बीच में ही नहीं बल्कि संसार की हर छोटी बड़ी सभी वस्तुओं के बीच होता है। पत्थर, धूल कण, पानी, ग्रह, तारे इत्यादि प्रत्येक वस्तु द्रव्यमान (mass) के कारण हर दूसरी वस्तु पर आकर्षण बल लगाते हैं। द्रव्यमान के कारण आकर्षित करने का यह गुण गुरुत्वाकर्षण बल कहलाता है।

### गुरुत्वाकर्षण के सार्वत्रिक नियम (Law of Universal Gravitation)

न्यूटन के अनुसार ब्रह्माण्ड की किन्हीं दो वस्तुओं के बीच लगने वाला आकर्षण बल दोनों वस्तुओं के द्रव्यमान एवं उनके बीच की दूरी पर निर्भर करता है।

चित्र 2 में दिखाए अनुसार मान लें कि कोई दो पिण्ड A और B, r दूरी पर स्थित हैं। ये एक दूसरे को F बल से आकर्षित करते हैं। पिण्ड A और B का द्रव्यमान क्रमशः  $m_1$  तथा  $m_2$  है, तो न्यूटन के नियम के अनुसार उनके बीच लगने वाले बल का मान दोनों वस्तुओं के द्रव्यमान के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती होता है।



चित्र क्रमांक-2 : किन्हीं दो पिण्डों के बीच गुरुत्वाकर्षण बल

अर्थात्,  $F \propto m_1 \times m_2$  .....(1)

एवं दोनों वस्तुओं के बीच लगने वाला बल उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

$F \propto \frac{1}{r^2}$  .....(2)

समी. (1) और (2) से,

$F \propto \frac{m_1 \times m_2}{r^2}$  .....(3)

$F = G \frac{m_1 \times m_2}{r^2}$  .....(4)

न्यूटन के समय G का मान पता नहीं था। सन् 1797 में कैवेंडिश (Cavendish) ने ज्ञात द्रव्यमान की दो वस्तुओं को कुछ दूरी पर रखकर उनके बीच के आकर्षण बल का आकलन कर समीकरण (4) से G का मान ज्ञात किया।

यहाँ  $G$  सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक है। SI पद्धति में  $G$  का मान  $6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$  है।

सोचिए, यदि वस्तुओं के मध्य की दूरी दोगुनी कर दी जाए तो बल का मान क्या होगा? दूरी को तिगुना कर दिया जाए तो बल का मान क्या होगा? हम देख सकते हैं कि दूरी बढ़ने के साथ-साथ बल का मान तेजी से कम होता है।

- क्या आप बता सकते हैं कि  $G$  का मान कम या ज्यादा होने से हमारे जीवन पर क्या प्रभाव पड़ेगा? यदि गुरुत्वाकर्षण बल नहीं होता तो क्या होता? अपने साथियों के साथ समूह में चर्चा करें।

**उदाहरण-1 :** सूर्य का द्रव्यमान  $2 \times 10^{30} \text{ kg}$  तथा पृथ्वी का द्रव्यमान  $6 \times 10^{24} \text{ kg}$  है। यदि पृथ्वी तथा सूर्य के बीच की औसत दूरी  $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$  है तो सूर्य द्वारा पृथ्वी पर लगाए गए बल की गणना करें। पृथ्वी द्वारा सूर्य पर लगाए गए बल का मान क्या होगा?

**हल :** सूर्य द्वारा पृथ्वी पर लगाया गया बल और पृथ्वी द्वारा सूर्य पर लगाया गया बल बराबर है। दोनों में से एक की गणना करने पर हमें दूसरा बल भी ज्ञात हो जाएगा।

समीकरण (4) के अनुसार पृथ्वी एवं सूर्य के बीच एक दूसरे पर लगाए गए बल,

$$F = G \frac{m_e \times m_s}{r^2}$$

यहाँ  $m_e$  = पृथ्वी का द्रव्यमान =  $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ ,  $m_s$  = सूर्य का द्रव्यमान =  $2 \times 10^{30} \text{ kg}$ ,  $r$  = पृथ्वी तथा सूर्य के बीच की औसत दूरी =  $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ ,  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

अतः

$$F = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times 2 \times 10^{30}}{(1.5 \times 10^{11})^2} \text{ N}$$

$$F = \frac{6.67 \times 6 \times 2 \times 10^{-11} \times 10^{24} \times 10^{30}}{(1.5 \times 10^{11})^2} \text{ N}$$

$$= \frac{6.67 \times 6 \times 2 \times 10^{-11+24+30-22}}{1.5^2} \text{ N}$$

$$= \frac{6.67 \times 6 \times 2}{1.5^2} \times 10^{21} \text{ N} = 35.57 \times 10^{21} \text{ N}$$

अतः सूर्य एवं पृथ्वी एक दूसरे को  $35.57 \times 10^{21} \text{ N}$  बल से आकर्षित करते हैं।

## क्रियाकलाप-2

आप अपने तथा अपने से 1 मीटर दूर बैठे अपने मित्र के बीच लगने वाले गुरुत्वाकर्षण बल के मान का अभिकलन कीजिए। बताइए क्या आप इस बल का अनुभव कर पाते हैं? यदि नहीं तो क्यों?

## 11.2 गुरुत्वीय त्वरण 'g' (Gravitational acceleration 'g')

गति के अध्याय में आपने जाना कि बल के कारण किसी वस्तु में त्वरण उत्पन्न होता है। किसी वस्तु को जब पृथ्वी गुरुत्वाकर्षण बल से आकर्षित करती है तब उस वस्तु में भी त्वरण उत्पन्न होता है। पृथ्वी के गुरुत्वाकर्षण बल के कारण वस्तु में उत्पन्न त्वरण को गुरुत्वीय त्वरण कहते हैं। गुरुत्वीय त्वरण को 'g' से दर्शाते हैं।

समीकरण 4 एवं न्यूटन के गति के द्वितीय नियम की सहायता से हम 'g' का मान निकाल सकते हैं। मान लें कि पृथ्वी के सतह पर एक 'm' द्रव्यमान की वस्तु है। पृथ्वी उस वस्तु के ऊपर F बल लगा रही है। समीकरण (4) से,

$$F = G \frac{Mm}{R^2} \dots\dots\dots(5)$$

M = पृथ्वी का द्रव्यमान, R = पृथ्वी के केंद्र से सतह की दूरी, m = वस्तु का द्रव्यमान है।

इस वस्तु में गुरुत्वाकर्षण बल कितना त्वरण उत्पन्न करेगा?

न्यूटन के गति के द्वितीय नियम अनुसार, यदि यह त्वरण 'g' है तो

$$F = mg \dots\dots\dots(6)$$

समीकरण (5) एवं (6) को एक साथ लिखने पर

$$mg = G \frac{Mm}{R^2}$$

$$g = G \frac{M}{R^2} \dots\dots\dots(7)$$

समीकरण (7) की सहायता से हम 'g' के मान की गणना कर सकते हैं। पृथ्वी का द्रव्यमान  $M = 6 \times 10^{24}$  kg और त्रिज्या  $R = 6.4 \times 10^6$  m।

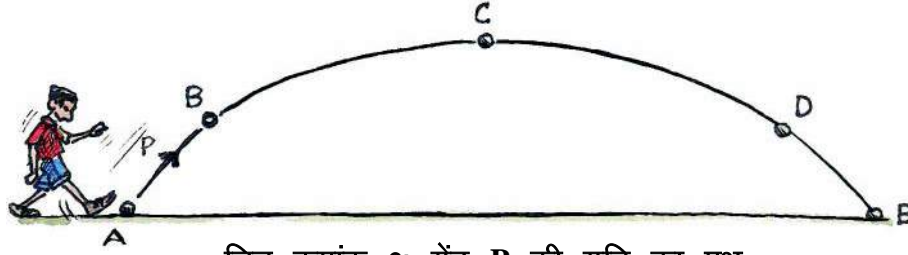
गणना करने पर 'g' का मान  $9.81 \text{ m/s}^2$  के लगभग है। इस अध्याय में सभी गणितीय सवालों को हल करने के लिए सुविधा के लिए हम 'g' के मान को  $10 \text{ ms}^{-2}$  लेंगे। क्या 'g' का मान सभी स्थान पर एक ही है? क्या 'g' का मान वस्तु के द्रव्यमान, आयतन, आकार, वस्तु की प्रकृति, घनत्व, पृथ्वी के ऊपर की अवस्था और पृथ्वी के केंद्र से दूरी पर निर्भर करेगा? इनमें से कौन से कारक महत्वपूर्ण हैं?

क्या पृथ्वी के ध्रुव और भूमध्य रेखा पर 'g' का मान समान है? कहाँ पर यह मान अधिक होगा? अपने साथियों से चर्चा करें?

## 11.3 मुक्त पतन (Free fall)

चित्र 3 में दिखाए अनुसार एक बालक गेंद को पृथ्वी से ऊपर किक करता है। गेंद का ऊपर जाने से लेकर नीचे आने तक का पथ ABCDE द्वारा दिखाया गया है जिसमें A गेंद की प्रारंभिक स्थिति, C गेंद की अधिकतम ऊँचाई तथा E गेंद की अंतिम स्थिति है।





चित्र क्रमांक-3: गेंद P की गति का पथ

- क्या आप बता सकते हैं कि B, C, D एवं E अवस्थाओं पर P के ऊपर कौन कौन से बल क्रियाशील हैं?
- क्या गुरुत्वाकर्षण बल के अलावा वस्तु P पर कोई अन्य बल भी क्रियाशील है जो वस्तु को गतिशील करने के लिए प्रयोग में आया है?
- क्या वस्तु को पैर से किक करने के बाद भी वह बल क्रियाशील होता है? यदि हाँ तो कितने समय तक क्रियाशील रहेगा?
- इस क्रियाशील बल के कारण वस्तु में कितना त्वरण उत्पन्न होगा? यदि इस पथ पर वस्तु P पर सिर्फ पृथ्वी द्वारा लगाया गया गुरुत्वाकर्षण बल क्रियाशील है और यह बल पृथ्वी के केंद्र की ओर क्रियाशील है, ऐसे में वस्तु कैसे ऊपर की ओर जा रही है? ये सभी प्रश्न स्वाभाविक हैं।

ऐसा अक्सर सोचा जाता है कि यदि वस्तु में गति है तो उस पर जरूर गति की दिशा में बल लग रहा होगा। मगर ऐसा हमेशा नहीं होता। आपने बल एवं गति के नियम के अध्याय में देखा कि जरूरी नहीं है कि यदि वस्तु गति कर रही है तो उस पर कोई बल क्रिया कर रहा हो। हम ने गति के द्वितीय नियम से यह भी देखा है कि वस्तु के ऊपर क्रियाशील बल, संवेग के परिवर्तन के दर के अनुक्रमानुपाती होता है। किन्तु यह आवश्यक नहीं है कि वह संवेग की दिशा में हो। यदि वह संवेग की दिशा के विपरीत है तो वह संवेग को घटाएगा।

वास्तव में चलती हुई हर वस्तु की गति के विपरीत वायु बल लगाती है। मगर यह बल बहुत कम होता है और सहजता के लिए वायु द्वारा लगाए गए बल को हम अधिकांशतः नजरअंदाज कर देते हैं।

हम जब किसी वस्तु पर बल लगा कर उसे ऊपर की ओर फेंकते हैं तो हम वस्तु को प्रारम्भिक गति देते हैं। इस प्रारम्भिक गति तथा संवेग के लिए बल चाहिए। शुरु में फेंकते समय हम बल लगाते हैं, पर सवाल यह है कि जब वस्तु हाथ से निकल जाती है, तब क्या हाथ से दिया हुआ बल वस्तु पर अब भी क्रिया कर रहा होगा?

गति के प्रथम नियम के अनुसार बल लगाने पर वस्तु में गति का संचार होता है और फिर जड़त्व के कारण वस्तु ऊपर की दिशा में चलती रहती है। हाथ से निकलने के बाद वस्तु पर सिर्फ गुरुत्वाकर्षण बल ही क्रियाशील होता है। इसका अर्थ यह हुआ की वस्तु में जो त्वरण होगा वह सिर्फ गुरुत्वाकर्षण बल के कारण ही होगा।

वस्तु की गति की जिस-जिस स्थिति में वस्तु पर सिर्फ गुरुत्वाकर्षण बल क्रियाशील हो, उस स्थिति को स्वतंत्र रूप से नीचे गिरना या मुक्त पतन कहा जाता है। क्या आप ऐसी कुछ और परिस्थितियों के बारे में सोच सकते हैं जहाँ वस्तु मुक्त पतन की अवस्था में होती है? समूह में चर्चा करें।

आपने गति के अध्याय में वस्तु की गति के समीकरणों के बारे में पढ़ा है। उन समीकरणों में त्वरण 'a' के स्थान पर 'g' लिखकर हम यह बताते हैं कि यह त्वरण गुरुत्वाकर्षण बल के कारण है।

गुरुत्वीय त्वरण में गति के समीकरण

$$1. \quad v = u + gt$$

$$2. \quad h = ut + \frac{1}{2} gt^2$$

$$3. \quad v^2 = u^2 + 2gh, \text{ (h = वस्तु की पृथ्वी के तल से ऊँचाई)}$$

हम कुछ उदाहरण लेकर इसे समझने की कोशिश करेंगे। मान लें कि आप दो अलग-अलग द्रव्यमान की वस्तुओं A एवं B को 100 m ऊपर से स्थिरावस्था से छोड़ते हैं। A एवं B के द्रव्यमान क्रमशः 2 kg और 10 kg हैं। 10 m दूरी तय करने के बाद दोनों के चाल का मान क्या होगा? अगले 10 m के बाद में चाल क्या होगी? इनके चाल की गणना करके तालिका 1 की पूर्ति करें।

#### सारणी क्रमांक-1 मुक्त पतन में वस्तुओं की स्थिति, समय एवं चाल

तय की गई दूरी (m में)	वस्तु A की चाल (m/s)	वस्तु B की चाल (m/s)	वस्तु A को दूरी तय करने में लगा समय (s)	वस्तु B को दूरी तय करने में लगा समय (s)
0				
10			$\sqrt{2}$	
20	20 (लगभग)			
.....				
100		$20\sqrt{5}$		$2\sqrt{5}$

इस सारणी के आधार पर स्थिति और समय के बीच, चाल और समय के बीच तथा स्थिति और चाल के बीच ग्राफ खींचिए।

क्या वस्तु के द्रव्यमान का उसकी चाल पर कोई प्रभाव होता है?

**उदाहरण-2 :** 20 m ऊंची मीनार की चोटी से एक पत्थर छोड़ा जाता है। पृथ्वी की सतह पर पहुँचने से पहले उसका वेग क्या होगा? पत्थर के पृथ्वी पर पहुँचने में लगे समय की गणना कीजिए। 'g' का मान  $10\text{m/s}^2$  लिया जाए।

**हल :** मीनार की ऊँचाई,  $h = 20\text{ m}$

पत्थर का प्रारम्भिक वेग,  $u = 0$

$$g = 10\text{m/s}^2$$

$$s = ut + \frac{1}{2} gt^2$$

$$20 = 0 \times t + \frac{1}{2} 10t^2$$

$$5t^2 = 20$$

$$t^2 = 4$$

$$t = 2s$$

अतः वस्तु को पृथ्वी पर पहुँचने में लगा समय 2 सेकण्ड है।

(ii) पत्थर का वेग—

$$v = u + gt$$

$$= u + 10 \times 2 \text{ m/s (u=0)}$$

$$= 20 \text{ m/s}$$

अतः पृथ्वी पर पहुँचने से पहले पत्थर की चाल, 20m/s है।

**उदाहरण-3 :** ऊर्ध्वार्धर दिशा में ऊपर की ओर फेंकी गई एक गेंद 6 s में फेंकने वाले के पास लौट आती है। बताओ—

1. गेंद किस वेग से ऊपर फेंकी गई?
2. गेंद की अधिकतम ऊँचाई क्या थी?
3. 4 सेकंड पश्चात गेंद की स्थिति।

**हल :**

1. गेंद का प्रारम्भिक वेग,  $u = ?$

गेंद का अंतिम वेग,  $v = 0 \text{ m/s}$

गेंद को ऊपर जाने में लगा समय  $t = 3 \text{ s}$

वस्तु प्रथम 3 sec में ऊपर जाएगी फिर अगले 3 sec में नीचे आएगी

अतः गेंद को पूरी दूरी तय करने के लिए लगा समय  $= 3s + 3s = 6s$

गेंद का वेग

$$v = u - gt$$

$$0 = u - 10 \times 3 \text{ m/s (गुरुत्वाकर्षण बल के विपरीत दिशा में गति के कारण ऋण लिया गया)}$$

$$u = +30 \text{ m/s}$$

2. गेंद की अधिकतम ऊँचाई

$$s = ut - \frac{1}{2}gt^2$$

$$= 30 \times 3 - \frac{1}{2} \times 10 \times 3^2 \text{ m}$$

$$= 90 - 45 \text{ m}$$

$$= 45 \text{ m}$$

3. वापस आते समय 1 sec में वस्तु द्वारा तय की गई दूरी

$$s = ut + \frac{1}{2} gt^2$$

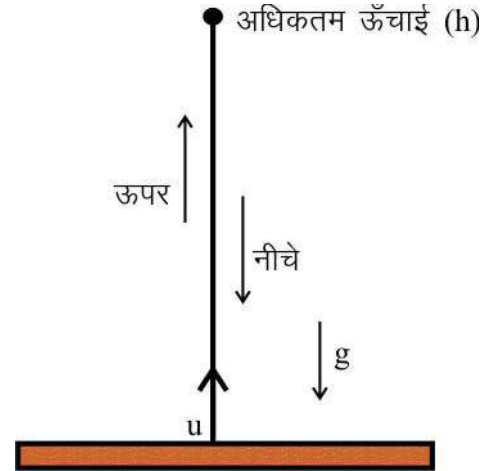
$$= 0 + \frac{1}{2} \times 10 \times 1^2 \text{ m}$$

$$= 5 \text{ m}$$

अतः 4 sec पश्चात् गेंद की स्थिति  $45 \text{ m} - 5 \text{ m} = 40 \text{ m}$

प्रश्न :

1. किसी भी 'm' द्रव्यमान की वस्तु को पृथ्वी की सतह पर 'h' ऊँचाई से स्थिर अवस्था से गिराते हैं, तो सतह पर पहुँचने के ठीक पूर्व उसका वेग क्या होगा?
2. एक गेंद को चित्र-4 में दिखाए अनुसार ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर 5 m/s चाल से फेंकिए। गेंद कितनी ऊँचाई तय करेगी और कितने समय बाद पुनः आपके हाथ में लौटकर आएगी? गेंद की किस अवस्था में चाल सब से कम होगी और उसका मान क्या होगा?



#### 11.4 द्रव्यमान एवं भार (Mass and weight)

चित्र क्रमांक-4 : गेंद की गति

आप जानते हैं कि जड़त्व द्रव्यमान पर निर्भर करता है। किसी वस्तु में पदार्थ की कुल मात्रा को हम वस्तु का द्रव्यमान कहते हैं। किसी वस्तु में यदि पदार्थ के कुल परिमाण में कोई परिवर्तन नहीं किया गया तो किसी भी स्थान पर उस वस्तु का द्रव्यमान स्थिर रहेगा। हम अक्सर वस्तु को द्रव्यमान में मापते हैं, जैसे 2 kg चावल, 1 kg दाल, 3 kg शक्कर आदि। यदि हम 2 kg द्रव्यमान चावल को धरती से चंद्रमा पर लेकर जाएं तो चावल का द्रव्यमान चंद्रमा पर भी 2 kg ही होगा। SI पद्धति में द्रव्यमान का मात्रक किलोग्राम (kg) है।



किसी वस्तु को धरती जिस बल से अपनी ओर आकर्षित करती है उसे वस्तु का भार कहते हैं। SI पद्धति में भार का मात्रक न्यूटन (newton) है।

समीकरण (6) से हम जानते हैं कि पृथ्वी की किसी निश्चित सतह पर 'm' kg द्रव्यमान की एक वस्तु पर पृथ्वी mg बल लगाती है। अर्थात् 'm' kg द्रव्यमान की वस्तु का भार पृथ्वी की उसी निश्चित सतह पर mg है। आपको



क्या लगता है कि पृथ्वी की सभी सतह पर वस्तु का भार उतना ही है? क्या किसी वस्तु का भार पृथ्वी, चंद्रमा और सूरज की सतह पर स्थिर रहेगा?

**प्रश्न :**

1.  $M_{\text{moon}} = 7 \times 10^{22} \text{ kg}$ , एवं त्रिज्या  $R_{\text{moon}} = 1700 \text{ km}$  है। समीकरण 7 की सहायता से चंद्रमा की सतह पर किसी 'm' द्रव्यमान की वस्तु पर त्वरण का मान ज्ञात करें। (त्रिज्या को मीटर में लें)
2. पृथ्वी एवं चंद्रमा की सतह पर 'm' द्रव्यमान की वस्तु के भार की तुलना करें।
3. पृथ्वी और चंद्रमा के केन्द्रों के बीच की दूरी  $3.84 \times 10^5 \text{ km}$  है। पृथ्वी और चंद्रमा एक दूसरे पर कितना बल लगाएंगे?

### क्रियाकलाप-3

अपनी कक्षा के तीन दोस्तों का द्रव्यमान पता कीजिए। उन तीनों दोस्तों पर पृथ्वी द्वारा लगने वाले बल की गणना तथा तुलना कीजिए। चंद्रमा पर इन तीनों के ऊपर लगने वाले बल में क्या परिवर्तन होगा?

### 11.5 गुरुत्वीय केंद्र (Centre of gravity)



UM6K2K

आपने कभी मेलों में या अपने घर के आस-पास किसी बच्चे या बड़े व्यक्ति को एक मोटी रस्सी पर चलते देखा होगा। वह अपना संतुलन उस रस्सी पर कैसे बना पाता है?

रस्सी पर चलते समय वह अपने दोनों हाथों को फैला देता है या कभी-कभी एक सीधी लम्बी लकड़ी का सहारा लेता है। क्या आपने कभी सोचा है कि वह ऐसा क्यों करता है?



चित्र क्रमांक-5

### क्रियाकलाप-4

**क्या आप बिना झुके उठ सकते हैं?**

एक कुर्सी पर चित्र क्रमांक-6 में दिखाए अनुसार आराम से बैठिए। उस कुर्सी से बिना अपने पैर मोड़े उठने का प्रयास कीजिए।

- क्या हम ऐसा कर सकते हैं? यदि नहीं तो क्यों?



चित्र क्रमांक-6

### क्रियाकलाप-5

किसी बाँस की लम्बी लकड़ी को अपनी हथेली पर संतुलित करने का प्रयास कीजिए।

यह किस स्थिति में संभव हो रहा है?

भार वितरण की औसत या संतुलित स्थिति को गुरुत्वीय केंद्र कहा जाता है। वह बिंदु जहाँ पर वस्तु का कुल भार केन्द्रित होता हुआ प्रतीत होता है, गुरुत्वीय केंद्र कहलाता है।

### क्रियाकलाप-6

#### गुरुत्वीय केंद्र ज्ञात करना

एक मीटर पैमाना लीजिए। अपनी एक अंगुली पर इसे विभिन्न बिंदुओं से इसे संतुलित करने का प्रयास कीजिए। आप क्या देखते हैं? क्या पैमाने के मध्य बिंदु से उसे संतुलित किया जा सकता है? ऐसा क्यों हुआ?

एक नियमित आकार की वस्तु जैसे मीटर पैमाने का गुरुत्वीय केंद्र उसके मध्य बिंदु पर होता है। उस पैमाने का संपूर्ण भार उस बिंदु पर केन्द्रित माना जा सकता है। उस एक बिंदु पर आधार देने के कारण संपूर्ण पैमाने को आधार प्राप्त होता है।

किसी वस्तु को संतुलित कर उसका गुरुत्वीय केंद्र आसानी से ज्ञात किया जा सकता है। मीटर पैमाने के साथ-साथ कई छोटे तीर गुरुत्वीय बल का प्रतिनिधित्व करते हैं। इन सभी का योग गुरुत्वीय केंद्र पर परिणामी बल होगा।

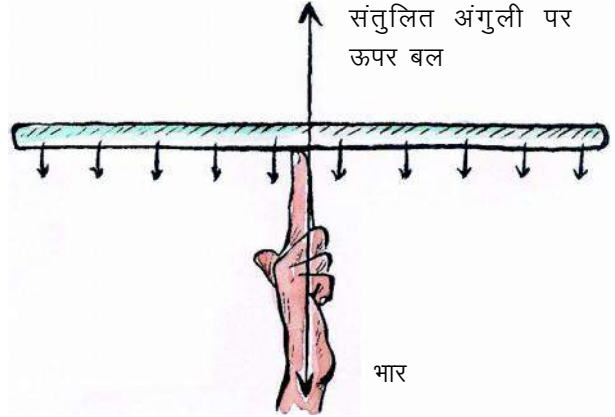
पैमाने का संपूर्ण भार उस एक बिंदु पर केन्द्रित माना जा सकता है। अतः इस बिंदु से गुजरा हुआ एकल बल ऊपरी दिशा में आरोपित करने पर पैमाना संतुलित किया जा सकता है।

• किसी वस्तु का गुरुत्वीय केंद्र कैसे ज्ञात किया जा सकता है?

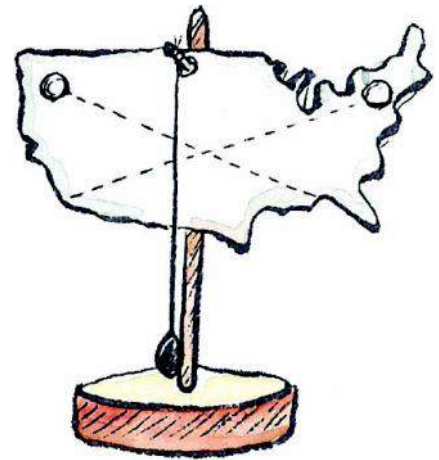
स्वतंत्रतापूर्वक लटकती (निलंबित) वस्तु का गुरुत्व केंद्र निलंबन बिंदु के ठीक नीचे रहता है।

यदि निलंबन बिंदु से गुजरती हुई एक ऊर्ध्वाधर रेखा खींची जाए तो उस रेखा के साथ-साथ कहीं पर गुरुत्वीय केंद्र होगा। उसकी सही स्थिति जानने के लिए उस वस्तु को किसी अन्य बिंदु से निलंबित कीजिए तथा दूसरी ऊर्ध्वाधर रेखा उस निलंबन बिंदु से खींचिए। इन दो रेखाओं का प्रतिच्छेद बिंदु ही गुरुत्वीय केंद्र है।

इसी प्रकार रस्सी पर चलने वाले व्यक्ति का गुरुत्वीय केन्द्र भी ठीक उसके बीच में होता है। सीधी लम्बी लकड़ी का सहारा लेकर वह अपने गुरुत्वीय केन्द्र को नीचे की ओर (घुटने या पैर पर) केन्द्रित करने का प्रयास करता है जिससे वह आसानी से उस रस्सी पर चल पाता है।



चित्र क्रमांक-7



चित्र क्रमांक-8

### क्रियाकलाप-7

#### एक वलय के गुरुत्वीय केंद्र को ज्ञात करना

दी गई विधि में समझाया गया है कि कैसे गुरुत्वीय केंद्र प्राप्त किया जाता है। इसी के आधार पर वलय का गुरुत्वीय केंद्र भी ज्ञात किया जा सकता है।

- एक वलय का गुरुत्वीय केंद्र कहाँ होता है?
- क्या किसी वस्तु का गुरुत्वीय केंद्र उसके बाहर हो सकता है?
- जहाँ वस्तु का कोई द्रव्यमान नहीं है, क्या वहाँ पर गुरुत्वीय केंद्र हो सकता है?

#### स्थिरता

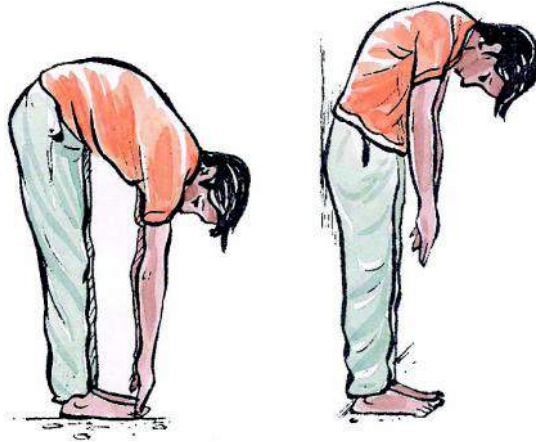
स्थिरता के लिए गुरुत्वीय केंद्र की जगह ज्ञात करना आवश्यक है। किसी भी आकार की वस्तु के गुरुत्वीय केंद्र से एक रेखा नीचे की ओर खींची यदि वह वस्तु के आधार के अंतर्गत है तो वस्तु स्थिर रहेगी।

यदि गुरुत्वीय केंद्र वस्तु के आधार के बाहर होता है तो वस्तु अस्थिर होती है।

### क्रियाकलाप-8

#### गुरुत्वीय केंद्र का परिवर्तन और उसका प्रभाव

जब आप सीधे खड़े होते हैं तो आपका गुरुत्व केंद्र कहाँ होता है?



(अ)

(ब)

चित्र क्रमांक-9

अँगूठे को छूने का प्रयास कीजिए। दीवार के साथ खड़े रहकर इसे पुनः दोहराइए जैसा कि चित्र क्रमांक-9 (ब) में दर्शाया गया है।

- चित्र क्रमांक-9 (ब) में दर्शाई स्थिति में क्या आप अपने पैर के अँगूठे को छू सकते हैं? यदि नहीं तो क्यों?
- इन दोनों स्थितियों में आप अपने शरीर के गुरुत्व केंद्र में क्या परिवर्तन देखते हैं?

सोचिए :

- एक गोले और एक त्रिभुजाकार पटल का गुरुत्वीय केंद्र कहाँ होता है?
- क्या किसी वस्तु का एक से अधिक गुरुत्वीय केंद्र हो सकता है?
- पीसा की झुकी मीनार गिरती क्यों नहीं है?
- अपनी पीठ पर भारी वजन उठाते समय आपको सामने क्यों झुकना पड़ता है?



हमने सीखा

- ब्रह्मांड की सभी वस्तुएँ द्रव्यमान के कारण एक दूसरे पर आकर्षण बल लगाती हैं। द्रव्यमान के कारण आकर्षित करने का यह गुण गुरुत्वाकर्षण बल कहलाता है। (यह केन्द्रीकृत बल है।)
- सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक को  $G$  से दर्शाया जाता है।  $G$  का मान  $6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$
- गुरुत्वीय त्वरण,  $g$  का मान  $9.81 \text{ m/s}^2$  माना जाता है।
- पृथ्वी पर मुक्त पतनशील वस्तु 'g' त्वरण से गतिशील होती है।
- वस्तु का द्रव्यमान एक स्थिर राशि है। मगर किसी वस्तु का भार वस्तु के ऊपर क्रियाशील गुरुत्वीय त्वरण पर निर्भर है।

### मुख्य शब्द (Keywords)

गुरुत्वाकर्षण (gravitation), सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक (universal gravitational constant), गुरुत्वीय त्वरण (gravitational acceleration), द्रव्यमान (mass), भार (weight), त्रिज्या (radius), मुक्तपतन (freefall), गुरुत्वीय केंद्र (centre of gravity)

### अभ्यास

1. बहुविकल्पीय प्रश्न :-

- दो वस्तुओं के मध्य लग रहा गुरुत्वाकर्षण बल निर्भर नहीं करता—
  - दोनों वस्तुओं के मध्य की दूरी पर
  - दोनों वस्तुओं के द्रव्यमान के गुणनफल पर
  - दोनों वस्तुओं के द्रव्यमान के योग पर
  - गुरुत्वाकर्षण नियतांक पर



- (ii) G का मान है –
- (अ)  $7.67 \times 10^{11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$  (ब)  $6.67 \times 10^{11} \text{Nm}^2/\text{kg}$   
 (स)  $6.67 \times 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$  (द)  $5.67 \times 10^{11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$
- (iii) पृथ्वी की सतह पर गुरुत्वीय त्वरण का मान होता है—
- (अ)  $9.8 \text{ m/s}^2$  (ब)  $8.8 \text{ m/s}^2$   
 (स)  $4.8 \text{ m/s}^2$  (द)  $8.9 \text{ m/s}^2$
- (iv) सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियम से दो पिण्डों जिनका द्रव्यमान  $m_1$  और  $m_2$  है और जिनके बीच की दूरी R है के मध्य लगने वाला बल बराबर है—
- (अ)  $F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$  (ब)  $F = G \frac{m_1 m_2}{R^4}$   
 (स)  $F = G m_1 m_2 / R$  (द)  $F = G \frac{M}{R}$
- (v) गुरुत्वीय बल के विरुद्ध ऊपर की ओर गति कर रही वस्तु का उसकी अधिकतम ऊँचाई पर अंतिम वेग क्या होगा?
- (अ) 0 (ब)  $u^2/2g$   
 (स)  $h/t$  (द)  $2gh$
2. रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए –
- (i) 10 kg द्रव्यमान की वस्तु का पृथ्वी पर भार ..... होगा।
- (ii) विराम अवस्था से मुक्त रूप से पृथ्वी की ओर h ऊँचाई से गिरती हुई वस्तु का वेग ..... होगा।
- (iii) सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक का मान ..... होता है।
- (iv) गुरुत्वीय त्वरण 'g' का SI पद्धति में मात्रक ..... है।
- (v) दो भिन्न-भिन्न द्रव्यमान की वस्तुएं यदि समान ऊँचाई से गिराई जाएँ तो वे ..... समय में पृथ्वी की सतह पर पहुँचेंगी।
- 3 पृथ्वी तथा उसकी सतह पर रखी किसी 1 kg की वस्तु के बीच गुरुत्वीय बल का परिमाण क्या होगा? यहाँ पृथ्वी का द्रव्यमान =  $6 \times 10^{24} \text{ kg}$  और पृथ्वी के केंद्र से उसकी सतह की दूरी = 6400 km है।
4. दो वस्तुओं के बीच लगने वाले गुरुत्वाकर्षण बल का मान क्या होगा यदि—
- (i) एक वस्तु का द्रव्यमान दो गुना कर दिया जाए।
- (ii) वस्तुओं के बीच की दूरी तीन गुना कर दी जाए।

- (iii) दोनों वस्तुओं के द्रव्यमान दो गुना कर दिया जाए।
5. एक कागज की शीट उसी प्रकार की शीट को मोड़कर बनाई गई गेंद से धीमी क्यों गिरती है?
  6. गुरुत्वाकर्षण के सार्वत्रिक नियम का क्या महत्व है?
  7. यदि चंद्रमा पृथ्वी को आकर्षित करता है, तो पृथ्वी चंद्रमा की ओर गति क्यों नहीं करती?
  8. एक गेंद उर्ध्वाधर दिशा की ओर  $49 \text{ m/s}$  के वेग से फेंकी जाती है। परिकलन कीजिए—
    - (i) गेंद की अधिकतम ऊँचाई
    - (ii) पृथ्वी की सतह तक वापस लौटने में गेंद को लगा कुल समय।
  9. किसी वस्तु को यदि  $10 \text{ m/s}$  की वेग से ऊर्ध्वाधर फेंका जाए तो वह कितने समय पश्चात और कितने वेग से वापस आयेगी? ( $2 \text{ s}$ ,  $10 \text{ m/s}$  के)
  10. दो वस्तुओं के बीच लगने वाला गुरुत्वाकर्षण बल  $F$  है। किन-किन परिस्थितियों में दोनों वस्तुओं के बीच लगने वाला गुरुत्वाकर्षण बल  $4F$  होगा?
  11. दो विभिन्न द्रव्यमान वाली वस्तुएँ एक साथ पृथ्वी पर क्यों पहुँचती हैं? क्या दोनों वस्तुओं पर लगने वाला गुरुत्वाकर्षण बल बराबर है?
  12.  $m$  द्रव्यमान की वस्तु में पृथ्वी द्वारा उत्पन्न त्वरण का सूत्र व्युत्पन्न कीजिए तथा इसके मान की गणना करो।