शिक्षा निदेशालय, राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र दिल्ली

अभ्यास प्रश्न पत्र -2

(सत्र : 2023-24)

कक्षा – XII

गणित (कोड: 041)

समय: 3 घंटे

अधिकतम अंक: 80

सामान्य निर्देशः

1. इस प्रश्न पत्र में पाँच खंड हैं - ए, बी, सी, डी तथा ई, प्रत्येक खंड अनिवार्य है। यद्यपि कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिया है।
2. भाग ए में 18 प्रश्न, बहुविकल्पीय तथा 2 अभिकथन-कारण प्रश्न प्रत्येक 1 अंक का है (20 अंक)
3. भाग बी में 5 अति लघु उत्तर (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं (10 अंक)
4. भाग सी में 6 लघु उत्तर (SA) प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं (18 अंक)
5. भाग डी में 4 में दीर्घ उत्तर (LA) प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं (20 अंक)
5. भाग ई में 3 स्रोत आधारित / गद्यांश / क्षमता प्रकरण अध्ययन / एसेसमेंट की एकीकृत इकाई पर आधारित प्रश्न जिसमें प्रत्येक प्रश्न (उपभाग सहित) 4 अंक का है (12 अंक)

खंड - ए

प्रश्न संख्या 1-18, बहुविकल्पीय प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. फलन $\cos^{-1}(2x-3)$ का प्रांत है:

(a) $[-1,1]$

(b) $(1, 2)$

(c) $(-1,1)$

(d) $[1, 2]$

2.

यदि $A = \begin{bmatrix} 10 & 2k+5 \\ 3k-3 & k+5 \end{bmatrix}$ एक सममित आव्यूह है तो k का मान होगा :

(a) 8

(b) 5

(c) -0.4

(d) $\frac{1+\sqrt{1561}}{12}$

3.

दो आव्यूह $P = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $Q^T = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ के लिए $P-Q$ होगा :

(a) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 0 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -0 & -3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -3 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$

4.	यदि A कोटि 3x3 का आव्यूह है तथा $ A =5$, तब $\text{adj } A$ होगा : <table border="1" data-bbox="211 80 1429 268"> <tr> <td data-bbox="211 80 795 161">(a) 250</td> <td data-bbox="795 80 1429 161">(b) 125</td> </tr> <tr> <td data-bbox="211 161 795 268">(c) 625</td> <td data-bbox="795 161 1429 268">(d) 25</td> </tr> </table>	(a) 250	(b) 125	(c) 625	(d) 25	1
(a) 250	(b) 125					
(c) 625	(d) 25					
5.	माना P तथा Q दो विभिन्न कोटि $3 \times n$ तथा $n \times p$ के आव्यूह हैं तो $P \times Q$ आव्यूह की कोटि होगी : <table border="1" data-bbox="211 376 1429 564"> <tr> <td data-bbox="211 376 795 456">(a) $3 \times p$</td> <td data-bbox="795 376 1429 456">(b) $p \times 3$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="211 456 795 564">(c) $n \times n$</td> <td data-bbox="795 456 1429 564">(d) 3×3</td> </tr> </table>	(a) $3 \times p$	(b) $p \times 3$	(c) $n \times n$	(d) 3×3	1
(a) $3 \times p$	(b) $p \times 3$					
(c) $n \times n$	(d) 3×3					
6.	निम्नलिखित में से कौन सा बिंदु अर्ध समतल $x+y-6$ में स्थित है ? <table border="1" data-bbox="211 672 1429 846"> <tr> <td data-bbox="211 672 795 752">(a) (5,2)</td> <td data-bbox="795 672 1429 752">(b) (2,5)</td> </tr> <tr> <td data-bbox="211 752 795 846">(c) (8,1)</td> <td data-bbox="795 752 1429 846">(d) (1,3)</td> </tr> </table>	(a) (5,2)	(b) (2,5)	(c) (8,1)	(d) (1,3)	1
(a) (5,2)	(b) (2,5)					
(c) (8,1)	(d) (1,3)					
7.	निम्नलिखित अवकल समीकरणों में किसमें कोटि और घात समान है? <table border="1" data-bbox="211 913 1429 1196"> <tr> <td data-bbox="211 913 795 1034">(a) $y' + y'' = 0$</td> <td data-bbox="795 913 1429 1034">(b) $(y'') + (y')^2 = 0$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="211 1034 795 1196">(c) $(y'')^2 + (y')^2 + x = 0$</td> <td data-bbox="795 1034 1429 1196">(d) $y'' = 2y$</td> </tr> </table>	(a) $y' + y'' = 0$	(b) $(y'') + (y')^2 = 0$	(c) $(y'')^2 + (y')^2 + x = 0$	(d) $y'' = 2y$	1
(a) $y' + y'' = 0$	(b) $(y'') + (y')^2 = 0$					
(c) $(y'')^2 + (y')^2 + x = 0$	(d) $y'' = 2y$					
8.	यदि $x = \log 5t$ तथा $y = \log 7t$ तब $\frac{dy}{dx}$ का मान होगा: <table border="1" data-bbox="211 1263 1429 1505"> <tr> <td data-bbox="211 1263 795 1357">(a) 1</td> <td data-bbox="795 1263 1429 1357">(b) 2</td> </tr> <tr> <td data-bbox="211 1357 795 1505">(c) $\frac{7}{5}$</td> <td data-bbox="795 1357 1429 1505">(d) $\frac{5}{7}$</td> </tr> </table>	(a) 1	(b) 2	(c) $\frac{7}{5}$	(d) $\frac{5}{7}$	1
(a) 1	(b) 2					
(c) $\frac{7}{5}$	(d) $\frac{5}{7}$					
9.	$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x \cos x + x^3 + 1 - \tan^5 x) dx$ का मान बराबर होगा : <table border="1" data-bbox="211 1612 1429 1814"> <tr> <td data-bbox="211 1612 795 1706">(a) π</td> <td data-bbox="795 1612 1429 1706">(b) 2π</td> </tr> <tr> <td data-bbox="211 1706 795 1814">(c) 3π</td> <td data-bbox="795 1706 1429 1814">(d) 4π</td> </tr> </table>	(a) π	(b) 2π	(c) 3π	(d) 4π	1
(a) π	(b) 2π					
(c) 3π	(d) 4π					
10.	अवकल समीकरण $(1-y^2)\frac{dy}{dx} + yx = ay$ ($-1 < y < 1$) का समाकलन गुणक है : <table border="1" data-bbox="211 1881 1429 2204"> <tr> <td data-bbox="211 1881 795 2016">(a) $\frac{1}{y^2-1}$</td> <td data-bbox="795 1881 1429 2016">(b) $\frac{1}{\sqrt{y^2-1}}$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="211 2016 795 2204">(c) $\frac{-1}{\sqrt{1-y^2}}$</td> <td data-bbox="795 2016 1429 2204">(d) $\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$</td> </tr> </table>	(a) $\frac{1}{y^2-1}$	(b) $\frac{1}{\sqrt{y^2-1}}$	(c) $\frac{-1}{\sqrt{1-y^2}}$	(d) $\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$	1
(a) $\frac{1}{y^2-1}$	(b) $\frac{1}{\sqrt{y^2-1}}$					
(c) $\frac{-1}{\sqrt{1-y^2}}$	(d) $\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$					
11.	अवकल समीकरण की कोटि तथा घात का गुणनफल है: $\sqrt{1 + \frac{d^2 y}{dx^2}} = x \frac{dy}{dx}$ <table border="1" data-bbox="211 2338 1429 2596"> <tr> <td data-bbox="211 2338 795 2432">(a) 3</td> <td data-bbox="795 2338 1429 2432">(b) 2</td> </tr> <tr> <td data-bbox="211 2432 795 2596">(c) 4</td> <td data-bbox="795 2432 1429 2596">(d) 1</td> </tr> </table>	(a) 3	(b) 2	(c) 4	(d) 1	1
(a) 3	(b) 2					
(c) 4	(d) 1					

12.	यदि समांतर चतुर्भुज के विकर्ण $\vec{d}_1=3\hat{i}$ तथा $\vec{d}_2=4\hat{j}$ हैं तब इसका क्षेत्रफल होगा:	1
	(a) 2 sq unit	(b) 3 sq unit
	(c) 6 sq unit	(d) 12 sq unit
13	यदि $\hat{a}$ तथा $\hat{b}$ दो इकाई सदिश हैं तथा ' θ ' उनके बीच का कोण है तो $ \hat{a}-\hat{b} $ होगा।	1
	(a) $\sin \frac{\theta}{2}$	(b) $2 \sin \frac{\theta}{2}$
	(c) $\cos \frac{\theta}{2}$	(d) $2 \cos \frac{\theta}{2}$
15	एक उद्देश्य फलन $Z=5x+10y$ का अधिकतम मान $x+2y \leq 120, x+y \geq 60, x-2y \geq 0, x \geq 0, y \geq 0$ प्रतिबंध पर होगा :	1
	(a) 300	(b) 600
	(c) 400	(d) 800
16	यदि A और B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं जिनके और $P(A)=\frac{3}{5}$, तथा $P(B)=\frac{4}{9}$ तो $P(A' \cap B')$ बराबर है:	1
	(a) $\frac{4}{15}$	(b) $\frac{8}{15}$
	(c) $\frac{1}{3}$	(d) $\frac{2}{9}$
17	किसी रेखिक व्यवरोधों के निकाय द्वारा निर्धारित एक सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिन्दु $(0, 10), (5, 5), (15, 15), (0, 20)$ हैं। मान लीजिए $Z=px+qy$ जहाँ $p, q > 0$ । p तथा q लगाने वाला प्रतिबंध जिसमें Z का अधिकतम मान $(15, 15)$ और $(0, 20)$ बिंदुओं पर प्राप्त होगा :	1
	(a) $q=3p$	(b) $p=2q$
	(c) $q=2p$	(d) $p=q$
18	यदि $x+y \leq 2, x, y \geq 0$, वह बिंदु जिस पर $3x+2y$ का अधिकतम मान प्राप्त हुआ हो, होगा :	1
	(a) $(0, 2)$	(b) $(0, 0)$
	(c) $(2, 0)$	(d) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
अभिकथन-कारण प्रश्न		
निम्नलिखित प्रश्नों में अभिकथन (A) के बाद कारण (R) दिया गया है। निम्नलिखित विकल्पों में से सही विकल्प का चुनाव कीजिए।		
(a) A तथा R दोनों सत्य हैं और R, A की सही व्याख्या है।		
(b) A तथा R दोनों सत्य हैं परंतु R, A की सही व्याख्या नहीं है।		
(c) A सत्य है परंतु R असत्य है।		
(d) A असत्य है परंतु R सत्य है।		
19.	अभिकथन (A) $\cos^{-1}(\frac{-1}{2})$ का प्रमुख मूल्य $\frac{2\pi}{3}$ है।	1
	कारण (R): $\cos^{-1}x$ का प्रांत R है	
20.	अभिकथन (A) : बिंदुओं A(1, 2, 3) तथा B(4, 5, 6) से हो कर जाने वाली रेखा का सदिश समीकरण $\vec{r}=(4\hat{i}+5\hat{j}+6\hat{k})+\lambda(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$ है।	1
	कारण (R) : किसी सदिश $\vec{a}$ वाले बिंदु से हो कर जाने वाली तथा सदिश $\vec{b}$ के समांतर रेखा का समीकरण $\vec{r}=\vec{a}+\lambda\vec{b}$ है।	

खंड बी

इस खंड में पाँच अति लघु उत्तर (VSA) वाले प्रश्न हैं प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

21. एक प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन $f(x)$ का आलेख नीचे दिया गया है। आलेख का अवलोकन करिये और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(i) यदि $f(x) = \frac{\pi}{6}$, हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।

(ii) $f\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)$ का मान क्या है ?

22. यदि फलन $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 3x}{x}, & \text{यदि } x \neq 0 \\ k, & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$ $x=0$ पर संतत है तो k का मान ज्ञात कीजिए।

23. यदि $y\sqrt{1-x^2} + x\sqrt{1-y^2} = 1$ है तो सिद्ध कीजिए $\frac{dy}{dx} = -\sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$
- अथवा
- $\sin^2 x$ का अवकलज $e^{\cos x}$ के अनुरूप ज्ञात कीजिए।

24. एक बिन्दु वक्र $y=x^2$ के अनुरूप गति कर रहा है यदि कोटि में 2 यूनिट प्रति सेकंड की दर से वृद्धि हो रही है। किस दर पर मूल बिन्दु से दूरी बढ़ रही है यदि बिन्दु (2,4) पर हो ?

25. $\int_{-1}^2 \frac{|x|}{x} dx$ ज्ञात कीजिए।
- अथवा
- $\int \frac{x+1}{x(1-2x)} dx$ ज्ञात कीजिए।

खंड सी

इस खंड में छह : लघु उत्तर (SA) वाले प्रश्न हैं प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।

26. यदि $\sin y = x \cos(a+y)$, सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a+y)}{\cos a}$, ये भी दिखाइए कि जब $x=0$, $\frac{dy}{dx} = \cos a$

27. सिक्का उछालने के प्रयोग पर विचार करें। यदि सिक्का पर चित प्रकट हो फिर से उछालें, परंतु यदि पट प्रकट हो, तो पासे को फेंकें। यदि घटना का कम से कम एक पट होने के घटित होने को दिया गया है तो घटना में पासे पर 4 से बड़ी संख्या प्रकट होने की सप्रतिबंध प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन निम्नलिखित है।

X	0	1	2	3
$P(x)$	k	k^2	$2k^2$	k

k का मान ज्ञात कीजिए, अतः वितरण का माध्य ज्ञात कीजिए।

28.	<p>हल कीजिए $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{1+\sqrt{\cot x}}$</p> <p style="text-align: center;">अथवा</p> <p>हल कीजिए $\int_{-5}^5 x+2 dx$</p>	3
29.	<p>अवकल समीकरण $x \cos\left(\frac{y}{x}\right) \frac{dy}{dx} = y \cos\left(\frac{y}{x}\right) + x$ का हल ज्ञात कीजिए।</p> <p style="text-align: center;">अथवा</p> <p>अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2x + x^2 \cot x$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए। दिया है जब $x = \frac{\pi}{2}$ तो $y=0$</p>	3
30.	<p>व्ययवरोधों $x+2y \geq 100, 2x-y \leq 0, 2x+y \leq 0, x \geq 0, y \geq 0$ के अंतर्गत $Z=x+2y$ का अधिकतमीकरण कीजिए। रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेखी विधि से हल कीजिए।</p>	3
31.	<p>यदि $y = x^{\sin x} + (\sin x)^x$, तब ज्ञात कीजिए $\frac{dy}{dx}$</p>	3
खंड डी		
इस खंड में चार दीर्घ उत्तर वाले प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।		
32.	<p>रेखा $y=3x+2$, x अक्ष एवं कोटियों $x=-1$ तथा $x=1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।</p>	5
33.	<p>मान लीजिए कि R, प्राकृत संख्याओं के समुच्चय N में निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित एक संबंध $R = \{(x, y) : x \in N, y \in N, 2x + y = 41\}$ है। संबंध R का प्रांत तथा परिसर ज्ञात कीजिए। साथ ही सत्यापित (जाँच) कीजिए कि क्या R स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है।</p>	5
34.	<p>रेखा $\vec{r} = 6\hat{i} + 7\hat{j} + 7\hat{k} + \lambda(3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$ में बिंदु $(1, 2, 3)$ का प्रतिबिम्ब ज्ञात कीजिए।</p> <p style="text-align: center;">अथवा</p> <p>रेखाओं $\vec{r} = (1-t)\hat{i} + (t-2)\hat{j} + (3-2t)\hat{k}$ तथा $\vec{r} = (s+1)\hat{i} + (2s-1)\hat{j} - (2s+1)\hat{k}$ के बीच की लघुतम दूरी ज्ञात कीजिए।</p>	5
35.	<p>यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, तब दिखलाइए $A^3 - 4A^2 - 3A + 11I = 0$, अतः A^{-1} ज्ञात कीजिए।</p> <p style="text-align: center;">अथवा</p> <p>यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए। A^{-1} का प्रयोग करके रैखिक समीकरणों के निकाये $x - 2y = 10, 2x - y - z = 8$ तथा $-2y + z = 7$ को हल कीजिए।</p>	5
खंड ई		
स्रोत आधारित / गद्यांश / क्षमता प्रकरण अध्ययन / एसेसमेंट की एकीकृत इकाई प्रश्न		
36.	<p>एक समूह गतिविधि कक्षा में 10 छात्र हैं जिनकी उम्र 16, 17, 15, 14, 19, 17, 16, 18, 16 और 15 वर्ष है। एक छात्र को यादृच्छिक रूप से इस प्रकार चुना जाता है कि प्रत्येक को चुने जाने की समान संभावना हो और छात्र की उम्र दर्ज की जाए। ऊपर दी गई जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।</p> <p>(i) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चयनित छात्र की आयु एक भाज्य संख्या है। (ii) माना x चयनित छात्र की आयु है। x का मान क्या हो सकता है? (iii) यादृच्छिक चर x का संभाव्यता वितरण ज्ञात करें और इसलिए औसत आयु ज्ञात कीजिए। या</p>	1+1+2

(iii) यदि 14 वर्ष की आयु के एक छात्र को 18 वर्ष की आयु के किसी अन्य छात्र द्वारा प्रतिस्थापित किया जाता है, तो यादृच्छिक चर x का प्रायिकता बंटन ज्ञात करें और इसलिए औसत आयु ज्ञात कीजिए।

37.

एक कण $f(x) = (x-1)(x-2)^2$ बहुपद द्वारा दर्शाए गए वक्र के अनुदिश घूम रहा है जैसा कि नीचे दिए गए चित्र में दिखाया गया है।

उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

- बहुपद $f(x) = (x-1)(x-2)^2$ के क्रान्तिक बिंदु ज्ञात कीजिए।
- वह अंतराल ज्ञात कीजिए जहां $f(x)$ सख्ती से बढ़ रहा है
- वह अंतराल ज्ञात कीजिए जहां $f(x)$ सख्ती से घट रहा है।

अथवा

$f(x) = (x-1)(x-2)^2$ की स्थानीय अधिकतमा का क्या मतलब है

1+1+2

38.

विद्युत की निर्बाध आपूर्ति के लिए लाइनों की मरम्मत एवं रख-रखाव अति आवश्यक है। रख-रखाव मुख्य रूप से वर्ष में दो बार किया जाता है, एक बार मानसून से पहले और दूसरा मानसून के बाद यह देखने के लिए किया जाता है कि लाइन में कोई खराबी तो नहीं आई है। सर्दियों में बिछाए जाने वाले विद्युत पारेषण तारों को गर्मियों में विस्तार को समायोजित करने के लिए कसकर खींचा जाता है। ऐसे दो तार निम्नलिखित रेखाओं पर स्थित हैं:

$$l_1: \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-1}$$

$$l_2: \frac{x}{-1} = \frac{y-7}{3} = \frac{z+7}{-2}$$

ऊपर दी गई जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

- क्या रेखाएँ समतलीय (दूरी शून्य है) हैं? आपने जवाब का औचित्य साबित करें।
- रेखाओं का प्रतिच्छेदन बिंदु ज्ञात कीजिए।

2+2