MP BOARD CLASS 12 PAPER 2014
गणित : कक्षा XII

खण्ड 'अ'

1. प्रत्येक वस्तुनिष्ठ प्रश्न में दिये गये विकल्पों में से सही उत्तर चुनकर लिखिए— $5 \times 1 = 5$

(i) व्यंजक $\frac{2x+3}{(x+1)(x-3)} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-3}$ तो $a + b =$

(a) 0, (b) 1, (c) 2, (d) 3.

(ii) $\sin\left[\sin^{-1}\frac{1}{2} + \cos^{-1}\frac{1}{2}\right]$ का मान होगा—

(a) 1, (b) 2, (c) $\frac{1}{2}$, (d) $\frac{1}{4}$.

(iii) z-अक्ष के समान्तर समतल का समीकरण—

(a) $ax + by + d = 0$, (b) $bx + cz + d = 0$,
(c) $by + cz + d = 0$, (d) इनमें से कोई नहीं।

(iv) यदि $y = \log[\log(\log x)]$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान होगा—

(a) $\frac{1}{x \log x}$, (b) $\frac{1}{x \log x \log(\log x)}$,
(c) $\frac{1}{x \log(\log x)}$, (d) $\frac{1}{x}$.

(v) गोले $6x^2 + 6y^2 + 6z^2 - 16x + 9z - 6 = 0$ के केन्द्र के निर्देशांक हैं—

(a) $\left(\frac{3}{4}, 0, \frac{4}{3}\right)$, (b) $(-16, 0, 9)$,
(c) $\left(-8, 0, \frac{9}{2}\right)$, (d) $\left(\frac{4}{3}, 0, \frac{-3}{4}\right)$.

उत्तर—(i) (c), (ii) (a), (iii) (a), (iv) (b), (v) (d).

2. निम्नलिखित कथनों में सत्य/असत्य लिखिए— $5 \times 1 = 5$

(a) मूल बिन्दु से समतल $6x - 3y + 2z + 14 = 0$ की दूरी 2 है।

(b) सहसम्बन्ध गुणांक का मान सदैव 2 होता है।

(c) अचर पद का समाकलन शून्य होता है।

(d) सदिश $\vec{a}$ के अनुदिश एकांक सदिश $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ है।

(e) यदि बिन्दुओं P और Q के स्थिति सदिश क्रमशः $\hat{i} + 3\hat{j} - 7\hat{k}$ और $5\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ हों, तो $|PQ|$ का मान $9\sqrt{2}$ होगा।

उत्तर—(a) सत्य, (b) असत्य, (c) असत्य, (d) सत्य, (e) सत्य।

3. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए— $5 \times 1 = 5$

(a) e^{ax} का nवाँ अवकलज .... है।

(b) पूर्ण सहसम्बन्ध होने पर दोनों समाश्रयण रेखाएँ .... होती हैं।

(c) सदिश $\vec{b}$ का $\vec{a}$ की दिशा में प्रक्षेप .... होगा।

(d) $2x + 3y$ का न्यूनतम मान, जब $xy = 6$ है .... होता है।

(e) Y-अक्ष की दिक्-कोज्याएँ .... होती हैं।

उत्तर—(a) $a^n . e^{ax}$, (b) सम्पाती, (c) $\frac{\vec{a} . \vec{b}}{|\vec{a}|}$, (d) 12, (e) (0, 1, 0).

https://www.evidyarthi.in/

(c) 2 का घनमूल दशमलव के तीन स्थान तक — (iii) $1 \cdot 258$

(d) समलम्ब चतुर्भुजीय नियम — (iv) $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

(e) $n = 4$ लेकर सिम्पसन नियम से $\int_0^2 x^2 dx$ का सन्निकट मान — (v) $1 \cdot 25$

(vi) $\int_a^b f(x)\, dx = \frac{h}{2} [(y_0 + y_n) + 2 (y_1 + y_2 + ... y_{n-1})]$; जहाँ $h = \left(\frac{b-a}{n}\right)$

उत्तर—(a) → (iv), (b) → (i), (c) → (iii), (d) → (vi), (e) → (ii).

5. प्रत्येक का एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए— $5 \times 1 = 5$

(a) $\int e^x (\sin x + \cos x)\, dx$ का मान क्या होगा ?

(b) $\int_0^{\pi/2} \sin x\, dx$ का मान क्या होगा ?

(c) $\int_0^{\pi/2} \log (\sin x)\, dx$ का मान क्या होगा ?

(d) $\int_0^{\pi} |\cos x|\, dx$ का मान क्या होगा ?

(e) $\int \frac{\cot x}{\log (\sin x)} dx$ का मान क्या होगा ?

उत्तर—(a) $e^x . \sin x$, (b) 1, (c) $\frac{\pi}{2} \log \frac{1}{2}$, (d) 2, (e) $\log (\log \sin x)$.

खण्ड 'ब'

6. किसी चतुर्भुज ABCD के विकर्ण AC तथा BD हों, तो सिद्ध कीजिए :

$$\vec{AB} + \vec{DC} = \vec{AC} + \vec{DB}.$$ 2 *अथवा*

यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - 5\hat{j} + 8\hat{k}, \vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}, \vec{c} = -3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ हो, तो $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ ज्ञात कीजिए।

7. गोले का सदिश समीकरण तथा कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र $(2, -3, 4)$ तथा त्रिज्या 5 है। 2 *अथवा*

उस गोले का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो गोले $|\vec{r} + (\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k})| = 5$ के संकेन्द्री है और जो इससे दोगुनी त्रिज्या का है।

8. यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + 5\hat{j} + 8\hat{k}, \vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$ तथा $\vec{c} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ हो, तो $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ का मान ज्ञात कीजिए। 2 *अथवा*

एक कण पर बल $\vec{F} = 4\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ क्रिया करके उसे बिन्दु (1, 2, 3) से (5, 4, 1) तक विस्थापित कर देता है। किया गया कार्य ज्ञात कीजिए।

9. $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2 *अथवा*

$\int \frac{1}{1 - \sin x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

https://www.evidyarthi.in/

10. $\int \log_e x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2 अथवा

$\int \frac{\sec x}{(\sec x - \tan x)} dx$ को हल कीजिए।

11. निम्नांकित भिन्न को आंशिक भिन्न में विभक्त कीजिए :

$$\frac{x^2 + 7x}{x^2 + 7x - 8}$$ 4 अथवा

यदि $\frac{1}{x^3 - 2x^2 - x + 2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-2}$ हो, तो A + B + C का मान ज्ञात कीजिए।

12. समीकरण $\tan^{-1} x + 2 \cot^{-1} x = \frac{2\pi}{3}$ को हल कीजिए। 4 अथवा

सिद्ध कीजिए कि : $\sec^2 (\tan^{-1} 2) + \operatorname{cosec}^2 (\cot^{-1} 3) = 15.$

13. यदि $y = \sin (2 \sin^{-1} x)$ हो, तो सिद्ध कीजिये कि :

$$\frac{dy}{dx} = 2\sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}.$$ 4 अथवा

यदि $y = \tan^{-1} \left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

14. $\sec x$ का अवकल गुणांक प्रथम सिद्धान्त से ज्ञात कीजिए। 4 अथवा

यदि $y = \log\sqrt{\frac{1 - \cos 3x}{1 + \cos 3x}}$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

15. यदि लाभ फलन $P(x) = 41 + 24x - 18x^2$ है, तो कम्पनी द्वारा प्राप्त किया गया उच्चिष्ठ लाभ ज्ञात कीजिए। 4 अथवा

एक गोलाकार गुब्बारे की त्रिज्या 10 सेमी/सेकण्ड की एक समान दर से बढ़ रही है। गोले के पृष्ठ क्षेत्रफल में वृद्धि किस दर से होगी जबकि उसकी त्रिज्या 15 सेमी हो ?

16. निम्नांकित आँकड़ों से सहसम्बन्ध गुणांक की गणना कीजिए— 4

x	3	10	8	6	8
y	15	17	4	5	4

अथवा

यदि दो चर राशियों x और y का सहसम्बन्ध गुणांक r है, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$r = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_{x-y}^2}{2\sigma_x \sigma_y}.$$

17. निम्नलिखित आँकड़ों से समाश्रयण रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए : 4

x	2	4	6	8	10
y	6	5	4	3	2

अथवा

निम्नलिखित आँकड़ों से y का मान ज्ञात कीजिए जब $x = 70$ तथा सहसम्बन्ध गुणांक 0·8 है :

https://www.evidyarthi.in/

	x	y
माध्य	18	100
मानक विचलन	14	20

18. दो रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिए जिनकी दिक् कोज्याएँ समीकरण $l + m + n = 0$ तथा $2l + 2m - mn = 0$ द्वारा प्राप्त की जा सकती है। 5 *अथवा*

समतलों $x + 3y + 6 = 0$ तथा $3x - y + 4z = 0$ के प्रतिच्छेदन से होकर जाने वाले समतलों के समीकरण ज्ञात कीजिए जिनकी मूल बिन्दु से दूरी 1 है।

19. यदि $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1 - \cos 4x}{x^2}; & x \neq 0 \\ 4 \quad ; & x = 0 \end{cases}$

तो $f(x)$ के $x = 0$ पर सांतत्य की विवेचना कीजिए। 5 *अथवा*

$\lim_{x \to 0} \dfrac{6^x - 1}{\sqrt{3 - x} - \sqrt{3}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

20. दीर्घवृत्त $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} = 1$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5 *अथवा*

मान ज्ञात कीजिए : $\int \dfrac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx.$

21. अवकल समीकरण $(1 + x^2) \dfrac{dy}{dx} + 2xy = 4x^2$ को हल कीजिए। 5 *अथवा*

निम्नांकित समजातीय अवकल समीकरण को हल कीजिए—

$(x^2 + y^2)\, dx + 2xy\, dy = 0.$

22. दो घनाकार पाँसे एक साथ फेंके जाते हैं। पहले पाँसे पर विषम संख्या अथवा दोनों पाँसों की ऊपरी संख्याओं का योग 9 प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5 *अथवा*

एक सिक्का दो बार उछाला जाता है। शीर्षों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।

23. उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (3, 0, 0), (0, – 1, 0) और (0, 0, –2) से गुजरे तथा जिसका केन्द्र समतल $3x + 2y + 4z = 1$ पर स्थित हो। 6 *अथवा*

सिद्ध कीजिए कि रेखाएँ $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y+3}{5} = \dfrac{z+5}{7}$ एवं $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-4}{3} = \dfrac{z-6}{5}$ परस्पर प्रतिच्छेद करती हैं। प्रतिच्छेद बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

24. सदिश विधि से सिद्ध कीजिए :

$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha . \cos\beta - \cos\alpha . \sin\beta.$ 6 *अथवा*

यदि D, E, F क्रमशः त्रिभुज ABC की भुजाओं BC, CA, AB के मध्य बिन्दु हों, तो सदिश विधि से सिद्ध कीजिए कि

$$\Delta\, DEF = \frac{1}{4} \Delta\, ABC.$$

https://www.evidyarthi.in/