

A-436 (E/H)

Roll. No.

Total No. of Questions : 26]



[Total No. of Printed Pages : 15

A-436 (E/H)

हायर सेकेण्डरी, परीक्षा—2017

Higher Mathematics हायर मैथमेटिक्स (गणित)

(English and Hindi Version)

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 100

निर्देश :

- i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- ii) प्रश्नपत्र में दिए गये निर्देश साक्षात्कारीपूर्वक पढ़कर प्रश्नों के उत्तर लिखिए।
- iii) प्रश्नपत्र में दो खण्ड दिये गये हैं खण्ड 'अ' और खण्ड 'ब'
- iv) खण्ड 'अ' में दिये गये प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।
- v) खण्ड 'ब' में प्रश्न क्रमांक 6 से 26 तक आंतरिक विकल्प दिये गये हैं।
- vi) प्रश्न क्रमांक 6 से 10 तक प्रत्येक 2 अंक का है।
- vii) प्रश्न क्रमांक 11 से 14 तक प्रत्येक 3 अंक का है।
- viii) प्रश्न क्रमांक 15 से 21 तक प्रत्येक 4 अंक का है।
- ix) प्रश्न क्रमांक 22 से 26 तक प्रत्येक 5 अंक का है।

Instructions:

- i) All questions are compulsory.
- ii) Read instructions carefully of the question paper and then write answers of the questions.
- iii) Question paper has two sections - Section 'A' and Section 'B'.
- iv) In the Section 'A' Question Nos. 1 to 5 are objective type. Each question carries 5 marks.

- v) In the Section 'B' Question Nos. 6 to 26 has Internal option.
 - vi) Q. Nos. 6 to 10 carry 2 marks each.
 - vii) Q. Nos. 11 to 14 carry 3 marks each.
 - viii) Q. Nos. 15 to 21 carry 4 marks each.
 - ix) Q. Nos. 22 to 26 carry 5 marks each.

ਖੱਡ 'ਅ'

SECTION 'A'

1) सही विकल्प चुनकर लिखिए।

$$[5 \times 1 = 5]$$

(i) यदि $\frac{2x+3}{x^2+5x+6} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3}$ हो तो A+B का मान है।

(ii) $\tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ का मान है।

- (a) $\cos^{-1} x$ (b) $\cot^{-1} x$
 (c) $\sin^{-1} \frac{1}{x}$ (d) $\sin^{-1} x$

(iii) $\int_{-1}^3 x^2 dx$ का मान है।

- (a) $\frac{26}{3}$ (b) $\frac{28}{3}$
 (c) $\frac{25}{3}$ (d) $\frac{8}{3}$

(iv) \vec{a} की दिशा में एकांक सदिश होगा।

(a) $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$

(b) $|\vec{a}| \vec{a}$

(c) a^2

(d) \hat{i}

(v) $\log \sin x$ का अवकल गुणांक है।

(a) $\cos x$

(b) $\tan x$

(c) $\operatorname{cosec} x$

(d) $\cot x$

Choose the correct options :

(i) If $\frac{2x+3}{x^2+5x+6} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3}$, then the value of A + B is :

(a) 3

(b) 2

(c) 5

(d) 4

(ii) The value of $\tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ is :

(a) $\cos^{-1} x$

(b) $\cot^{-1} x$

(c) $\sin^{-1} \frac{1}{x}$

(d) $\sin^{-1} x$

(iii) The value of $\int_1^3 x^2 dx$ is :

(a) $\frac{26}{3}$

(b) $\frac{28}{3}$

(c) $\frac{25}{3}$

(d) $\frac{8}{3}$

(iv) The unit vector in the direction of \vec{a} is :

- | | |
|---------------------------------|-------------------------|
| (a) $\frac{\vec{a}}{ \vec{a} }$ | (b) $\vec{a} \vec{a} $ |
| (c) a^2 | (d) \hat{i} |

(v) Differential coefficient of $\log \sin x$ is :

- | | |
|------------------------------|--------------|
| (a) $\cos x$ | (b) $\tan x$ |
| (c) $\operatorname{cosec} x$ | (d) $\cot x$ |

2) निम्नलिखित कथनों में सत्य/असत्य लिखिए।

[5x1=5]

- (i) सह-सम्बन्ध गुणांक का मान -2 से $+2$ के बीच होता है।
- (ii) यदि समाश्रयण गुणांक 0.8 तथा 0.2 हो तो सहसम्बन्ध गुणांक का मान $+0.4$ होता है।
- (iii) फलन $f(x) = 5x + 2$ वास्तविक संख्या समुच्चय में वर्धमान फलन है।
- (iv) यदि गोले के केन्द्र का स्थिति सदिश \vec{c} हैं तथा त्रिज्या a है तब गोले का सदिश समीकरण $|\vec{r} + \vec{c}| = a$ होगा।
- (v) दो सदिश \vec{a} व \vec{b} परस्पर लम्बवत होंगे यदि $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

Write True/False in the following statements :

- (i) The value of correlation coefficient lies between -2 to $+2$.
- (ii) If regression coefficient are 0.8 and 0.2 then the value of correlation coefficient is $+0.4$.
- (iii) The function $f(x) = 5x + 2$ is increasing on set of real numbers.

(iv) If the position vector of centre of sphere is \vec{c} and radius is a, then the vector equation of sphere is $|\vec{r} + \vec{c}| = a$

(v) Two vectors \vec{a} and \vec{b} are perpendicular if $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

3) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए। [5x1=5]

(i) बिन्दु (5, 12, 13) की Y – अक्ष से लम्बवत् दूरी है।

(ii) मूल बिन्दु (0, 0, 0) से होकर जाने वाले समतल का समीकरण है।

(iii) समतल $2x + y - z = 5$ द्वारा X – अक्ष पर काटा गया अंतःखण्ड है।

(iv) गोले $x^2 + y^2 + z^2 + 3x + 5y + 2z = 0$ में केन्द्र है।

(v) $\sin 3x$ का $3x$ के सापेक्ष अवकल गुणांक है।

Fill in the blanks :

(i) The perpendicular distance of a point (5, 12, 13) from Y-axis is

(ii) The equation of the plane passing through the origin (0, 0, 0) is

(iii) The intercept cut by the plane $2x + y - z = 5$ on X-axis is

(iv) The centre of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 3x + 5y + 2z = 0$ is

(v) The differential coefficient of $\sin 3x$ with respect to $3x$ is

4) एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए। [5x1=5]

(i) न्यूटन रैफसन विधि से किसी संख्या N का वर्गमूल ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।

(ii) आंकिक विधियों में समलम्ब चतुर्भुज नियम का सूत्र लिखिए।

(iii) न्यूटन रैफसन विधि से 10 का घनमूल प्रथम पुनरावृत्ति पश्चात लिखिए।

(iv) समीकरण $x^3 + x - 3 = 0$ का मूल किस अंतराल में स्थित है?

- (v) सिम्पसन नियम में विषम संलग्नक वाले y के गुणांक को लिखिए।

Give answer in one word/sentence :

- In Newton-Raphson's method write the formula for finding square root of the number N.
- Write trapezoidal rule formula in numerical methods.
- Write cube root of 10 by Newton-Raphson's method after first iteration.
- In which interval does the root of equation $x^3 + x - 3 = 0$ lie.
- Write the coefficient of y with odd subscripts in Simpson's Rule.

5) सही जोड़ी बनाइये :

[5x1=5]

'अ'

'ब'

(a) $\int \cos ec x dx$

(i) $\sec^{-1} x + c$

(b) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}}$

(ii) $\frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \sin^{-1} \frac{x}{a} \right] + c$

(c) $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$

(iii) $\log \left[x + \sqrt{x^2 - a^2} \right] + c$

(d) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$

(iv) $\log \tan \frac{x}{2} + c$

(e) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$

(v) $\sin^{-1} \frac{x}{a} + c$

(vi) $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$

Match the correct pair.

'A'	'B'
(a) $\int \csc x dx$	(i) $\sec^{-1} x + c$
(b) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}}$	(ii) $\frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \sin^{-1} \frac{x}{a} \right] + c$
(c) $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$	(iii) $\log \left[x + \sqrt{x^2 - a^2} \right] + c$
(d) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	(iv) $\log \tan \frac{x}{2} + c$
(e) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$	(v) $\sin^{-1} \frac{x}{a} + c$
	(vi) $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$

खण्ड 'ब'

SECTION 'B'

- 6) सिद्ध कीजिए कि $\vec{a} = 5\hat{i} + 15\hat{j}$ तथा $\vec{b} = 3\hat{i} + 9\hat{j}$ समान्तर सदिश हैं। [2]

Prove that the vectors $\vec{a} = 5\hat{i} + 15\hat{j}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} + 9\hat{j}$ are parallel.

अथवा / OR

यदि बिन्दुओ A और B के स्थिति सदिश क्रमशः $7\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ तथा $2\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}$ हैं तो \overrightarrow{AB} का परिणाम ज्ञात कीजिए।

If the position vectors of the points A and B are $7\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ and $2\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}$ respectively, then find the magnitude of \overrightarrow{AB} .

- 7) बल $\vec{F} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ के द्वारा एक कण का विस्थापन $\vec{d} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$ है, तो बल द्वारा किया गया कार्य ज्ञात कीजिए। [2]

The displacement of a particle by the force $\vec{F} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ is $\vec{d} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$, then find the work done by the force.

अथवा / OR

यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$, हो तो $\vec{a} \times \vec{b}$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$, then find the value of $\vec{a} \times \vec{b}$.

- 8) λ के किस मान के लिए समतल $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + \lambda\hat{j} - 3\hat{k}) = 2$ तथा $\vec{r} \cdot (\lambda\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}) = 5$ एक दूसरे पर लम्ब होंगे। [2]

For what value of λ the planes $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + \lambda\hat{j} - 3\hat{k}) = 2$ and $\vec{r} \cdot (\lambda\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}) = 5$ are perpendicular to each other.

अथवा / OR

दो सरल रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात करने का सूत्र लिखिए जिनके सदिश समीकरण हैं।

$$\vec{r} = \vec{a}_1 + \lambda \vec{b}_1$$

$$\text{और } \vec{r} = \vec{a}_2 + \mu \vec{b}_2$$

जहाँ λ व μ अदिश हैं।

Write the formula to find the shortest distance between two straight lines whose vector equation are

$$\vec{r} = \vec{a}_1 + \lambda \vec{b}_1$$

$$\text{and } \vec{r} = \vec{a}_2 + \mu \vec{b}_2$$

where λ and μ are scalars.

9) $\int \frac{\cos(\log x)}{x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। [2]

Find the value of $\int \frac{\cos(\log x)}{x} dx$

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि $\int \sec x dx = \log(\sec x + \tan x) + c$

Prove that $\int \sec x dx = \log(\sec x + \tan x) + c$

10) $\int x e^x dx$ का मान ज्ञात कीजिए। [2]

Find the value of $\int x e^x dx$

अथवा / OR

$\int x \tan^2 x dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int x \tan^2 x dx$

11) समान्तर समतलों $2x - 2y + z + 3 = 0$ तथा $4x - 4y + 2z + 5 = 0$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। [3]

Find the distance between the parallel planes $2x - 2y + z + 3 = 0$ and
 $4x - 4y + 2z + 5 = 0$.

अथवा / OR

YZ समतल, बिन्दुओं $(-2, 4, 7)$ तथा $(3, -5, 8)$ को मिलाने वाली रेखा को किस अनुपात में विभाजित करता है।

In which ratio does the YZ plane divide the line joining the points $(-2, 4, 7)$ and $(3, -5, 8)$.

- 12) सिद्ध कीजिए कि समीकरण $x = ay + b, z = cy + d$ का सममित रूप

$$\frac{x-b}{a} = \frac{y}{1} = \frac{z-d}{c} \text{ है।} \quad [3]$$

Prove that the symmetrical form of equation $x = ay + b, z = cy + d$ is

$$\frac{x-b}{a} = \frac{y}{1} = \frac{z-d}{c}$$

अथवा / OR

उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र $(3, 2, 1)$ तथा त्रिज्या 5 है।

Find the equation of the sphere whose centre is $(3, 2, 1)$ and radius is 5.

- 13) सदिश विधि से सिद्ध कीजिए कि अर्धवृत का कोण समकोण होता है। [3]

Prove by vector method that the angle in a semicircle is right angle.

अथवा / OR

$$\text{सिद्ध कीजिए कि } \vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} + \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{0}$$

$$\text{Prove that } \vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} + \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{0}$$

- 14) गोले का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जबकि इसमें व्यास के सीमान्त बिन्दु क्रमशः $(2, 3, 5)$ व $(4, 9, -3)$ हैं। [3]

Find the vector equation of the sphere where the points $(2, 3, 5)$ and $(4, 9, -3)$ are extremities of its diameter.

अथवा / OR

समतलों $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = 1$ तथा $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j}) = 4$ के बीच का कोन ज्ञात कीजिए।

Find the angle between the planes $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = 1$ and $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j}) = 4$

- 15) $\frac{13x+18}{2x^2+5x+3}$ को आंशिक भिन्नों में विभक्त कीजिए। [4]

Resolve $\frac{13x+18}{2x^2+5x+3}$ into partial fractions.

अथवा / OR

$\frac{8x^2 - 9}{(3x+2)(x^2+5)}$ को आंशिक भिन्नों में विभक्त कीजिए।

Resolve $\frac{8x^2 - 9}{(3x+2)(x^2+5)}$ into partial fractions.

- 16) सिद्ध कीजिए कि $\cos^{-1} \frac{4}{5} + \tan^{-1} \frac{3}{5} = \tan^{-1} \frac{27}{11}$ [4]

Prove that

$$\cos^{-1} \frac{4}{5} + \tan^{-1} \frac{3}{5} = \tan^{-1} \frac{27}{11}$$

अथवा / OR

$\sin \left[2 \tan^{-1} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \right]$ को सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए।

Express $\sin \left[2 \tan^{-1} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \right]$ in simplest form.

- 17) $\sqrt{\tan \sqrt{x}}$ का अवकलगुणांक ज्ञात कीजिए।

[4]

Find differential coefficient of $\sqrt{\tan \sqrt{x}}$

अथवा / OR

यदि $y = \cot^{-1} \left[\frac{\sqrt{1+x^2} + 1}{x} \right]$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $y = \cot^{-1} \left[\frac{\sqrt{1+x^2} + 1}{x} \right]$, then find the value of $\frac{dy}{dx}$.

- 18) $(\cos x)^{\cos x}$ को x के सापेक्ष अवकलित कीजिए।

[4]

Differentiate $(\cos x)^{\cos x}$ with respect to x.

अथवा / OR

यदि $y = \sqrt{\cos x + \sqrt{\cos x + \sqrt{\cos x + \dots \infty}}}$ हो तो सिद्ध कीजिए कि

$$(1 - 2y) \frac{dy}{dx} = \sin x$$

If $y = \sqrt{\cos x + \sqrt{\cos x + \sqrt{\cos x + \dots \infty}}}$, then prove that $(1 - 2y) \frac{dy}{dx} = \sin x$

- 19) धातु की एक वर्गाकार चादर की भुजा 5 से.मी./मिनट की दर से बढ़ रही है। जब भुजा 20 से.मी. हैं तब उसका क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है।

[4]

The side of a square sheet of metal is increasing at the rate of 5 cm/minute. At what rate its area is increasing when the side is 20 cm long ?

अथवा / OR

अन्तराल $[1, 3]$ में फलन $2x^3 - 24x + 107$ का उच्चिष्ठ ज्ञात कीजिए।

Find the maximum value of $2x^3 - 24x + 107$ in the interval $[1, 3]$.

- 20) x और y के बीच निम्नांकित आंकड़ों के आधार पर सहसम्बन्ध गुणांक की गणना कीजिए। [4]

x	65	66	67	67	68	69	70	72
y	67	68	65	68	72	72	69	71

Calculate the correlation coefficient between x and y for the following data :

x	65	66	67	67	68	69	70	72
y	67	68	65	68	72	72	69	71

अथवा / OR

दो चर x और y के बीच $\text{cov}(X, Y)$ की गणना कीजिए जबकि

$$\sum x_i = 15, \sum y_i = 36, \sum x_i y_i = 110, n = 5$$

Calculate $\text{cov}(X, Y)$ between two variables x and y where :

$$\sum x_i = 15, \sum y_i = 36, \sum x_i y_i = 110, n = 5$$

- 21) सिद्ध कीजिए कि सहसम्बन्ध गुणांक समाश्रयण गुणांकों का गुणोत्तर माध्य होता है। [4]

Prove that correlation coefficient is the geometric mean of the regression coefficients.

अथवा / OR

x और y में समाश्रयण गुणांक b_{yx} तथा b_{xy} की गणना निम्नांकित आंकड़ों के लिए कीजिए।

$$\sum x = 24, \sum y = 44, \sum xy = 306, \sum x^2 = 164, \sum y^2 = 574, n = 4$$

Calculate regression coefficient b_{yx} and b_{xy} for variables x and y for the

following data : $\sum x = 24, \sum y = 44, \sum xy = 306, \sum x^2 = 164, \sum y^2 = 574, n = 4$.

- 22) बिन्दुओं $(4, 5, 1), (0, -1, -1)$ तथा $(-4, 4, 4)$ से होकर जाने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए। [5]

Find the equation of the plane passing through the point $(4, 5, 1), (0, -1, -1)$ and $(-4, 4, 4)$.

अथवा / OR

सिध्द कीजिए कि रेखाएँ $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$ तथा $\frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-3}{4}$ समतलीय हैं।

उनका प्रतिच्छेद बिन्दु ज्ञात कीजिए।

Prove that the lines $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$ and $\frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-3}{4}$ are coplanar.

Find the point of intersection of these lines.

- 23) यदि $f(x) = \log_e \left(\frac{1-x}{1+x} \right)$ हो तो सिध्द कीजिए कि $f(a) + f(b) = f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right)$ [5]

If $f(x) = \log_e \left(\frac{1-x}{1+x} \right)$ then prove that $f(a) + f(b) = f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right)$

a2zSUBJCTS.COM अथवा / OR

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$

- 24) $\int \frac{dx}{5 + 4 \sin x}$ का मान ज्ञात कीजिए। [5]

Find the value of $\int \frac{dx}{5 + 4 \sin x}$

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\tan x}}{1 + \sqrt{\tan x}} dx = \pi/4$

Prove that $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\tan x}}{1 + \sqrt{\tan x}} dx = \pi/4$

- 25) अवकल समीकरण $(x - 1) \frac{dy}{dx} = 2x^3 y$ को हल कीजिए। [5]

Solve the differential equation $(x - 1) \frac{dy}{dx} = 2x^3 y$

अथवा / OR

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 5xy + 4y^2}{x^2}$ को हल कीजिए।

Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 5xy + 4y^2}{x^2}$

- 26) 52 ताशों की अच्छी तरह फेटी हुई गड्ढी में से यदृच्छशः 1 ताश निकाला जाता है। इसके इक्के या बादशाह न होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। [5]

A card is drawn at random from a well shuffled pack of 52 cards. Find the probability that it is neither an ace nor a king.

अथवा / OR

एक सिक्का 6 बार उछाला जाता है। कम से कम 3 शीर्ष आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

A fair coin is tossed six times. What is the probability of getting at least three heads?
