SET – 3

Series : JBB/3

कोड नं.
Code No. **30/3/3**

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **15** हैं ।	(I) Please check that this question paper contains **15** printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।	(II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **40** प्रश्न हैं ।	(III) Please check that this question paper contains **40** questions.
(IV) **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।**	(IV) **Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.**
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका में कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित (मानक)

MATHEMATICS (STANDARD)

निर्धारित समय : 3 घण्टे — *अधिकतम अंक : 80*

Time allowed : 3 hours — *Maximum Marks : 80*

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका पालन कीजिए :

(i) *प्रश्न-पत्र **चार** खंडों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ ।*

*इस प्रश्न-पत्र में कुल **40** प्रश्न हैं । **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं ।*

(ii) ***खंड-क** में प्रश्न संख्या **1** से **20** तक **20** प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न **एक** अंक का है ।*

(iii) ***खंड-ख** में प्रश्न संख्या **21** से **26** तक **6** प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न **दो** अंकों का है ।*

(iv) ***खंड-ग** में प्रश्न संख्या **27** से **34** तक **8** प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न **तीन** अंकों का है ।*

(v) ***खंड-घ** में प्रश्न संख्या **35** से **40** तक **6** प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न **चार** अंकों का है ।*

(vi) *प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले दो प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, तीन-तीन अंकों वाले तीन प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले तीन प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में **केवल एक ही विकल्प का उत्तर** लिखिए ।*

(vii) *इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक अनुभाग और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।*

(viii) *कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है ।*

खंड – क

प्रश्न संख्या **1 – 10** तक बहुविकल्पी प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक का **1** अंक है । आपको सही विकल्प चुनना है ।

1. 144 के अभाज्य गुणनखंडन में 2 की घात है :

   (a) 2 (b) 4 (c) 1 (d) 6

2. उस समांतर श्रेढ़ी, जिसका nवाँ पद $a_n = (3n + 7)$ है, का सार्व अंतर है :

   (a) 3 (b) 7 (c) 10 (d) 6

3. 135 तथा 225 का म.स. (HCF) है

   (a) 15 (b) 75 (c) 45 (d) 5

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper comprises **four** sections – A, B, C and D.*
*This question paper carries 40 questions. **All** questions are compulsory.*

(ii) ***Section A** – Question no. **1** to **20** comprises of **20** questions of **one** mark each.*

(iii) ***Section B** – Question no. **21** to **26** comprises of **6** questions of **two** marks each.*

(iv) ***Section C** – Question no. **27** to **34** comprises of **8** questions of **three** marks each.*

(v) ***Section D** – Question no. **35** to **40** comprises of **6** questions of **four** marks each.*

(vi) *There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 2 questions of one mark each, 2 questions of two marks each, 3 questions of three marks each and 3 questions of four marks each. You have to attempt only **one** of the choices in such questions.*

(vii) *In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.*

(viii) *Use of calculators is not permitted.*

Section – A

Question numbers **1** to **10** are multiple choice questions of **1** mark each.
You have to select the correct choice :

1. The exponent of 2 in the prime factorization of 144, is

(a) 2 (b) 4 (c) 1 (d) 6

2. The common difference of an AP, whose n^{th} term is $a_n = (3n + 7)$, is

(a) 3 (b) 7 (c) 10 (d) 6

3. The HCF of 135 and 225 is

(a) 15 (b) 75 (c) 45 (d) 5

4. यदि Δ ABC ~ Δ DEF इस प्रकार है कि AB = 1.2 सेमी तथा DE = 1.4 सेमी है, तो त्रिभुजों ABC तथा DEF के क्षेत्रफलों में अनुपात है :

(a) 49 : 36 (b) 6 : 7 (c) 7 : 6 (d) 36 : 49

5. λ का वह मान जिसके लिए $(x^2 + 4x + \lambda)$ एक पूर्ण वर्ग है, है :

(a) 16 (b) 9 (c) 1 (d) 4

6. k का वह मान जिनके लिए रैखिक समीकरण युग्म $kx + y = k^2$ तथा $x + ky = 1$ के अपरिमित रूप से अनेक हल हैं, है

(a) ± 1 (b) 1 (c) –1 (d) 2

7. k का वह मान जिसके लिए बिंदु A (0, 1), B (2, k) तथा C(4, –5) संरेख हैं, है

(a) 2 (b) –2 (c) 0 (d) 4

8. p के किस मान के लिए (2p + 1), 10 तथा (5p + 5) एक समांतर श्रेढ़ी के तीन क्रमिक पद हैं, है :

(a) –1 (b) –2 (c) 1 (d) 2

अथवा

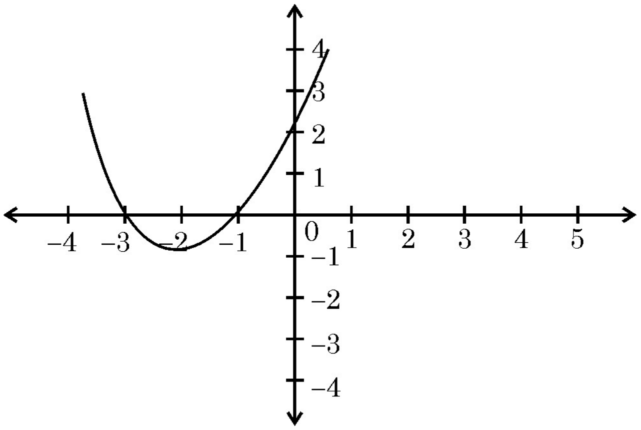
समांतर श्रेढ़ी 5, 9, 13, ..., 185 में कितने पद है ?

(a) 31 (b) 51 (c) 41 (d) 40

9. यदि बिंदुओं A(10, –6) तथा B(k, 4) को मिलाने वाले रेखाखंड का मध्य-बिंदु (a, b) है, तथा a – 2b = 18 है, तो k का मान है

(a) 30 (b) 22 (c) 4 (d) 40

10. आकृति 1 में बहुपद $p(x)$ का आलेख दिया है । बहुपद के शून्यकों की संख्या है :



आकृति–1

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 0

4. If Δ ABC ~ Δ DEF such that AB = 1.2 cm and DE = 1.4 cm, the ratio of the areas of Δ ABC and Δ DEF is
(a) 49 : 36 (b) 6 : 7 (c) 7 : 6 (d) 36 : 49

5. The value of λ for which $(x^2 + 4x + \lambda)$ is a perfect square, is
(a) 16 (b) 9 (c) 1 (d) 4

6. The value of k, for which the pair of linear equations $kx + y = k^2$ and $x + ky = 1$ have infinitely many solutions is
(a) ± 1 (b) 1 (c) –1 (d) 2

7. The value of k for which the points A (0, 1), B (2, k) and C(4, –5) are collinear is
(a) 2 (b) –2 (c) 0 (d) 4

8. The value of p for which (2p + 1), 10 and (5p + 5) are three consecutive terms of an AP is
(a) –1 (b) –2 (c) 1 (d) 2

OR

The number of terms of an AP 5, 9, 13, ... 185 is
(a) 31 (b) 51 (c) 41 (d) 40

9. If (a, b) is the mid-point of the line segment joining the points A(10, –6) and B(k, 4) and a – 2b = 18, the value of k is
(a) 30 (b) 22 (c) 4 (d) 40

10. In fig. 1, the graph of the polynomial p(x) is given. The number of zeroes of the polynomial is

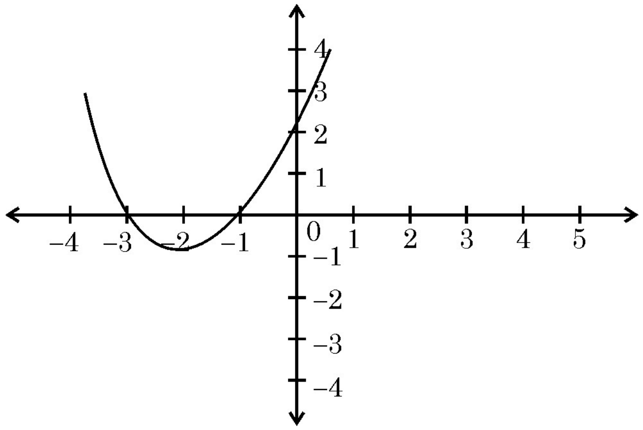
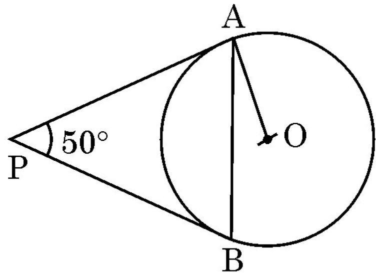


Fig. 1

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 0

प्रश्न संख्या **11** से **15** में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए । प्रत्येक प्रश्न **1** अंक का है ।

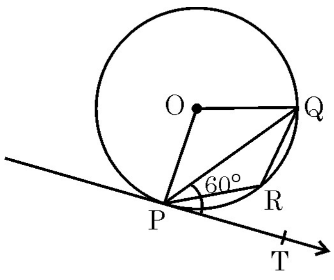
11. आकृति 2 में, O केन्द्र वाले वृत्त की PA तथा PB दो स्पर्श रेखाएँ इस प्रकार की हैं कि $\angle APB = 50°$ है, तो $\angle OAB$ की माप _________ है ।



आकृति–2

अथवा

आकृति 3 में PQ एक वृत्त की एक जीवा है तथा PT, P पर स्पर्श रेखा ऐसी है कि $\angle QPT = 60°$ है, तो $\angle PRQ$ की माप _________ है ।



आकृति-3

12. $\dfrac{3 \cot 40°}{\tan 50°} - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\cos 35°}{\sin 55°}\right) =$ _________.

13. 4 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त की दो समांतर स्पर्श रेखाओं की बीच की दूरी _________ है ।

14. बिंदु (–3, 4) की Y-अक्ष से दूरी _________ है ।

15. $\dfrac{2 \tan^2 60°}{1 + \tan^2 30°}$ का मान _________ है ।

In Q. Nos. **11** to **15,** fill in the blanks. Each question is of **1** mark :

11. In Fig. 2, PA and PB are tangents to the circle with centre O such that $\angle APB = 50°$, then the measure of $\angle OAB$ is _________.

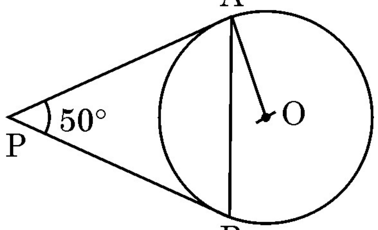


Fig. 2

OR

In Fig. 3, PQ is a chord of a circle and PT is tangent at P such that $\angle QPT = 60°$, then the measure of $\angle PRQ$ is _________.

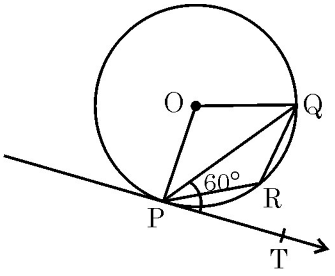


Fig. 3

12. $\frac{3 \cot 40°}{\tan 50°} - \frac{1}{2}\left(\frac{\cos 35°}{\sin 55°}\right) =$ _________.

13. The distance between two parallel tangents of a circle of radius 4 cm is _________.

14. The distance of the point (–3, 4) from Y – axis is _________.

15. Value of $\frac{2 \tan^2 60°}{1 + \tan^2 30°}$ is _________.

प्रश्न संख्या **16** से **20** लघु–उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक **1** अंक का है ।

16. यदि कल वर्षा होने की प्रायिकता 0.85 है, तो कल वर्षा न होने की प्रायिकता क्या है ?

17. प्रथम n प्राकृत संख्याओं का माध्य क्या है ?

18. दो लंब वृत्तीय शंकुओं की ऊँचाइयों में 1 : 3 का अनुपात है तथा उनकी त्रिज्याओं में 3 : 1 का अनुपात है, तो उनके आयतनों में क्या अनुपात है ?

19. आनुभविक सूत्र का प्रयोग करके, उस बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए जिसका माध्य 8.32 तथा माध्यक 8.05 है ।

20. $A = 60°$ के लिए $(\sec A + \tan A) \cdot (1 - \sin A)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

खंड – ख

प्रश्न संख्या **21** से **26** तक प्रत्येक प्रश्न के **2** अंक हैं ।

21. यदि निम्न बंटन का माध्य 7·5 है तो p का मान ज्ञात कीजिए :

वर्ग :	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14
बारंबारता :	6	8	15	p	8	4

22. निम्न अनुच्छेद को पढ़िए तथा अंत में दिए प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

कक्षा XII के विद्यार्थियों ने अपने विद्यालय के लिए एक उपहार दिया जो कि एक बिजली का लैम्प है जिसका आधार शीशे का अर्ध गोला है जिसके ऊपर धातु का बेलनाकार ढक्कन है जिसकी आधार त्रिज्या 21 सेमी तथा ऊँचाई 3.5 सेमी है । ऊपरी भाग को सिलवर का पेंट तथा शीशे के भाग को लाल रंग से पेंट किया गया है ।

(i) ₹ 5 प्रति 100 cm^2 की दर से सिलवर पेंट का व्यय ज्ञात क्या है ?

(ii) लाल रंग वाले शीशे के भाग का पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या है ?

Q. Nos. **16** to **20** are short answer type questions of **1** mark each.

16. The probability that it will rain tomorrow is 0.85. What is the probability that it will not rain tomorrow ?

17. What is the arithmetic mean of first n natural numbers ?

18. Two right circular cones have their heights in the ratio 1 : 3 and radii in the ratio 3 : 1, what is the ratio of their volumes ?

19. Using the empirical formula, find the mode of a distribution whose mean is 8.32 and the median is 8.05.

20. Evaluate $(\sec A + \tan A) \cdot (1 - \sin A)$ for $A = 60°$.

Section – B

Q. Nos. **21** to **26** carry **2** marks each.

21. Find the value of p, if the mean of the following distribution is 7·5.

Classes	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14
Frequency (fi)	6	8	15	p	8	4

22. Read the following passage and answer the questions given at the end :

Students of Class XII presented a gift to their school in the form of an electric lamp in the shape of a glass hemispherical base surmounted by a metallic cylindrical top of same radius 21 cm and height 3.5 cm. The top was silver coated and the glass surface was painted red.

(i) What is the cost of silver coating the top at the rate of ₹ 5 per 100 cm^2 ?

(ii) What is the surface area of glass to be painted red ?

23. समांतर श्रेढ़ी 12, 8, 4, ..., –84 के अन्तिम पद से (प्रथम पद की ओर) 11वाँ पद ज्ञात कीजिए।

अथवा

निम्न समीकरण को हल कीजिए :

$1 + 5 + 9 + 13 + \ldots + x = 1326$

24. यदि $\tan\theta = \frac{3}{4}$ है, तो $\left(\frac{1-\cos^2\theta}{1+\cos^2\theta}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि $\tan\theta = \sqrt{3}$ है, तो $\left(\frac{2\sec\theta}{1+\tan^2\theta}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

25. सिद्ध कीजिए कि वृत्त की किसी जीवा के अंतबिंदुओं पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ जीवा के साथ समान कोण बनाती हैं।

26. दो पासों को एक बार, एक साथ उछाला गया। 9 से अधिक योगफल आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

खंड – ग

प्रश्न संख्या **27** से **34** तक प्रत्येक प्रश्न के **3** अंक हैं।

27. 500 व्यक्ति एक 80 मी. लंबे तथा 50 मी. चौड़े एक घनाभाकार सरोवर में डुबकी लगाते हैं। यदि एक व्यक्ति द्वारा औसत 0.04 घन मी. पानी विस्थापित किया जाता है, तो सरोवर में पानी के तल में कितनी वृद्धि होती है ?

28. यदि $\sin\theta + \cos\theta = p$ तथा $\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = q$ है, तो दर्शाइए कि $q(p^2 - 1) = 2p$.

29. सिद्ध कीजिए कि वृत्त के किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा स्पर्श बिंदु से जाने वाली त्रिज्या पर लंब होती है।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि किसी बाह्य बिंदु से किसी वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण स्पर्श बिंदुओं को मिलाने वाले रेखाखण्ड द्वारा केंद्र पर अंतरित कोण का संपूरक होता है।

23. Find the 11^{th} term from the last term (towards the first term) of the AP 12, 8, 4, …, –84.

OR

Solve the equation :

$1 + 5 + 9 + 13 + \ldots + x = 1326$

24. If $\tan\theta = \frac{3}{4}$, find the value of $\left(\frac{1-\cos^2\theta}{1+\cos^2\theta}\right)$

OR

If $\tan\theta = \sqrt{3}$, find the value of $\left(\frac{2\sec\theta}{1+\tan^2\theta}\right)$

25. Prove that the tangents at the extremities of any chord of a circle make equal angles with the chord.

26. Two dice are thrown together once. Find the probability of getting a sum of more than 9.

Section – C

Q. Nos. **27** to **34** carry **3** marks each.

27. 500 persons are taking dip into a cuboidal pond which is 80 m long and 50 m broad. What is the rise of water level in the pond, if the average displacement of the water by a person is 0.04 m^3 ?

28. If $\sin\theta + \cos\theta = p$ and $\sec\theta + \csc\theta = q$, show that $q(p^2 - 1) = 2p$.

29. Prove that, a tangent to a circle is perpendicular to the radius through the point of contact.

OR

Prove that the angle between the two tangents drawn from an external point to a circle is supplementary to the angle subtended by the line segment joining the points of contact at the centre.

30. बहुपद $x^3 - 3x^2 + x + 2$ को एक अन्य बहुपद $g(x)$ से भाग करने पर भागफल तथा शेषफल क्रमशः $x - 2$ तथा $-2x + 4$ हैं । $g(x)$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

यदि बहुपद $f(x) = x^2 - 8x + k$ के शून्यकों के वर्गों का योग 40 है, तो k का मान ज्ञात कीजिए ।

31. यदि संख्याएँ a, 7, b, 23, c एक समांतर श्रेढ़ी में हैं, तो a, b तथा c के मान ज्ञात कीजिए ।

अथवा

यदि एक समांतर श्रेढ़ी के mवें पद का m गुना, इसके nवें पद के n गुने के बराबर है, तो दर्शाइए कि इस श्रेढ़ी का (m + n)वाँ पद शून्य है ।

32. k के वे मान ज्ञात कीजिए जिनके लिए बिंदु A(k+1, 2k), B(3k, 2k+3) तथा C(5k–1,5k) संरेख हैं ।

33. सिद्ध कीजिए कि दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात उनकी संगत माध्यिकाओं के वर्गों के अनुपात के समान होता है ।

34. k का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए द्विघात समीकरण $kx^2 + 1 - 2(k - 1)x + x^2 = 0$ के मूल समान हैं । अतः समीकरण के मूल भी ज्ञात कीजिए ।

खंड – घ

प्रश्न संख्या **35** से **40** तक प्रत्येक प्रश्न के **4** अंक हैं ।

35. एक समबाहु त्रिभुज ABC में, D भुजा BC पर एक ऐसा बिंदु है कि $BD = \frac{1}{3} BC$ है । सिद्ध कीजिए कि $9\, AD^2 = 7\, AB^2$ ।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि एक समचतुर्भुज की भुजाओं के वर्गों का योग उसके विकर्णों के वर्गों के योग के बराबर होता है ।

30. On dividing $x^3 - 3x^2 + x + 2$ by a polynomial $g(x)$, the quotient and remainder were $x - 2$ and $-2x + 4$ respectively. Find $g(x)$.

OR

If the sum of the squares of zeros of the quadratic polynomial $f(x) = x^2 - 8x + k$ is 40, find the value of k.

31. Find a, b and c if it is given that the numbers a, 7, b, 23, c are in AP.

OR

If m times the m^{th} term of an AP is equal to n times its n^{th} term, show that the $(m + n)^{th}$ term of the AP is zero.

32. Find the values of k for which the points A(k + 1, 2k), B(3k, 2k + 3) and C(5k – 1,5k) are collinear.

33. Prove that the ratio of the areas of two similar triangles is equal to the ratio of squares of their corresponding medians.

34. Find the value of k for which the quadratic equation $kx^2 + 1 - 2(k - 1)x + x^2 = 0$ has equal roots. Hence find the roots of the equation.

Section – D

Q. Nos. **35** to **40** carry **4** marks each.

35. In an equilateral triangle ABC, D is a point on the side BC such that $BD = \frac{1}{3} BC$. Prove that $9 AD^2 = 7 AB^2$.

OR

Prove that the sum of squares of the sides of a rhombus is equal to the sum of the squares of its diagonals.

36. यदि एक झील की सतह से 10 मी. की ऊँचाई पर स्थित एक बिंदु से एक बादल का उन्नयन कोण 30° है तथा बादल की झील में परछाई का उसी बिंदु से अवनमन कोण 60° है, तो बादल की झील की सतह से ऊँचाई ज्ञात कीजिए ।

अथवा

20 मी. ऊँची एक मीनार क्षैतिज तल पर खड़ी है जिसके ऊपर h मी. ऊँचा एक ध्वजदण्ड सीधा खड़ा है । तल के किसी बिंदु से ध्वजदण्ड के निचले तथा ऊपरी सिरों के उन्नयन कोण क्रमशः 45° तथा 60° हैं । h का मान ज्ञात कीजिए ।

37. दर्शाइए कि किसी प्राकृत संख्या n के लिए $(12)^n$, 0 अथवा 5 में समाप्त नहीं हो सकती ।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि $(\sqrt{2} + \sqrt{5})$ एक अपरिमेय संख्या है ।

38. निम्न बारंबारता बंटन के लिए एक 'से अधिक प्रकार का' संचयी बारंबारता वक्र खींचिए । अतः बंटन का माध्यक मान ज्ञात कीजिए :

वर्ग :	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
बारंबारता :	5	15	20	23	17	11	9

39. यदि किसी भिन्न के अंश में 1 जोड़ दिया जाए तथा हर में से 1 घटा दिया जाए तो भिन्न 1 में बदल जाती है । यदि हर में 1 जोड़ा जाए तो यह $\frac{1}{2}$ हो जाती है । यह भिन्न क्या है ?

40. 7 सेमी भुजा वाले एक घनाकार ब्लॉक के एक फलक को अंदर की ओर काटकर एक अर्धगोलाकार गड्ढा इस प्रकार बनाया गया है कि अर्धगोले का व्यास घन के एक किनारे के समान है । शेष बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

36. If the angle of elevation of a cloud from a point 10 metres above a lake is 30° and the angle of depression of its reflection in the lake is 60°, find the height of the cloud from the surface of lake.

OR

A vertical tower of height 20 m stands on a horizontal plane and is surmounted by a vertical flag – staff of height h. At a point on the plane, the angle of elevation of the bottom and top of the flag staff are 45° and 60° respectively. Find the value of h.

37. Show that $(12)^n$ cannot end with digit 0 or 5 for any natural number n.

OR

Prove that $(\sqrt{2} + \sqrt{5})$ is irrational.

38. For the following frequency distribution, draw a cumulative frequency curve of 'more than' type and hence obtain the median value.

Classes	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
Frequency	5	15	20	23	17	11	9

39. If we add 1 to the numerator and subtract 1 from the denominator, a fraction reduces to 1. It becomes $\frac{1}{2}$ if we only add 1 to the denominator. What is the fraction ?

40. A hemispherical depression is cut out from one face of a cuboidal block of side 7 cm such that the diameter of the hemisphere is equal to the edge of the cube. Find the surface area of the remaining solid.