

CBSE Class 10 Maths Important Questions Chapter 5

समांतर श्रेणियाँ

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

समान्तर श्रेणी 3, 7, 11, 15, का कौनसा पद 499 होगा?

हल:

$$a = 3, d = 7 - 3 = 4,$$

$$a_n = 499$$

$$\text{अब } a_n = a + (n - 1) \times d$$

$$\Rightarrow 499 = 3 + (n - 1) \times 4$$

$$\Rightarrow 496 = 4n - 4$$

$$\Rightarrow 124 = n - 1$$

$$\therefore n = 124 + 1 = 125$$

प्रश्न 2.

समान्तर श्रेणी 18, 16, 14, के कितने पद लिए जाएँ कि योगफल शून्य हो।

हल:

माना n पद लिये जायें

$$a = 18, d = 16 - 18 = -2,$$

$$S_n = 0 \text{ (दिया है।)}$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1) d]$$

$$0 = \frac{n}{2} [2 \times 18 + (n - 1) \times (-2)]$$

$$\Rightarrow 0 = 36 - 2n + 2$$

$$\Rightarrow 2n = 38$$

$$\therefore n = \frac{38}{2} = 19$$

प्रश्न 3.

श्रेणी a + b, a - b, a - 3b का 20 पदों का योग बताइए।

हल:

दिया गया है

$$\text{प्रथम पद (A)} = a + b$$

$$\text{सार्व अन्तर (d)} = a - b - a - b$$

$$= -2b$$

$$\text{अब } S_{20} = \frac{20}{2} [2(a + b) + (20 - 1) \times (-2b)]$$

$$= 10(2a + 2b - 40b + 2b)$$

$$= 10(2a - 36b) = 20(a - 18b)$$

प्रश्न 4.

समान्तर श्रेणी 1, - 2, - 5, - 8, का सार्व अन्तर तथा अगले तीन पद लिखिए।

हल:

$$\text{सार्व अन्तर (d) = - 2 - 1 = - 3}$$

$$\text{अगले पद } a_5 = - 11, a_6 = - 14, a_7 = - 18$$

प्रश्न 5.

समान्तर श्रेणी 8, 6, 4, का 9 पदों तक योग ज्ञात कीजिए।

हल

$$\text{प्रथम पद (a) = 8}$$

$$\text{सार्व अन्तर (d) = 6 - 8 = - 2}$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1) d]$$

$$\therefore S_9 = \frac{9}{2}[2 \times 8 + (9 - 1) \times (-2)]$$

$$= \frac{9}{2}[16 - 16] = 0$$

प्रश्न 6.

यदि दो संख्याओं a तथा b के मध्य n समान्तर माध्य प्रविष्ट किए जाएँ तो सार्व अन्तर d का मान बताइए।

उत्तर:

$$d = \frac{b - a}{n}$$

प्रश्न 7.

समान्तर श्रेणी में वे तीन संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योगफल -3 और गुणनफल 8 है।

हल:

समान्तर श्रेणी के तीन पद a + d, a, a - d होंगे।

$$\text{प्रश्नानुसार } a + d + a + a - d = - 3 .$$

$$a = - 1$$

$$(a + d) \times a \times (a - d) = 8$$

$$(- 1 + d) \times (- 1) \times (- 1 - d) = 8$$

$$\Rightarrow (1 + d) (d - 1) = 8$$

$$\therefore d^2 - 1 = 8$$

$$d^2 = 9 \text{ या } d = \pm 3$$

अतः वे संख्याएँ 2, - 1, - 4 होंगी।

प्रश्न 8.

समान्तर श्रेणी का व्यापक पद ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।

उत्तर:

$$a_n = a + (n - 1) d$$

प्रश्न 9.

यदि किसी समान्तर श्रेणी का चौथा पद 64 तथा 54वाँ पद - 61 हो, तो उसका

सार्व अन्तर कितना होगा?

उत्तर:

प्रश्नानुसार

$$a_4 = a + 3d$$

$$64 = a + 3d \dots (1)$$

इसी प्रकार $a_{54} = a + 53d$.

$$-61 = a + 53d \dots (ii)$$

समीकरण (i) में से समीकरण (ii) घटाने पर .

$$125 = -50d.$$

$$d = \frac{-125}{50} = -2.5$$

प्रश्न 10.

समान्तर श्रेणी के n पदों का योगफल ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।

उत्तर:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

प्रश्न 11.

किसी समान्तर श्रेणी का तीसरा पद 18 तथा सातवाँ पद 30 हो, तो इसका 15वाँ पद लिखिए।

उत्तर:

प्रश्नानुसार

$$18 = a_3 = a + 2d \dots (i)$$

$$30 = a_7 = a + 6d \dots (ii)$$

समीकरण (i) में से समीकरण (ii) घटाने पर

$$-12 = -4d$$

$$\therefore d = 3$$

समीकरण (i) से

$$18 = a + 2 \times 3$$

$$a_{15} = a + 14d = 12 + 14 \times 3$$

$$= 12 + 42 = 54$$

प्रश्न 12.

a और b का समान्तर माध्य लिखिए।

उत्तर:

$$\text{समान्तर माध्य} = \frac{a+b}{2}$$

प्रश्न 13.

m के किस मान के लिए 10, m , -2 समान्तर श्रेणी में होंगे?

हल:

हम जानते हैं यदि तीन संख्याएँ a , b तथा c समान्तर श्रेणी में होती हैं, तब $b = \frac{a+c}{2}$ होता है।

$$\Rightarrow m = \frac{10 + (-2)}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$= \frac{10 - 2}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\therefore m = 4 \text{ उत्तर}$$

प्रश्न 14.

यदि $a = 9 - 5n$ एक समान्तर श्रेणी (A.P.) का n वाँ पद है, तो सार्व अन्तर लिखिये।

हल:

दिया गया है:

$$a_n = 9 - 5n$$

$n = 1, 2, 3, \dots$ रखने पर

$$a_1 = 9 - 5(1) = 4$$

$$a_2 = 9 - 5(2) = 9 - 10 = -1$$

$$a_3 = 9 - 5(3) = 9 - 15 = -6$$

A.P. के लिये सार्व अन्तर

$$(d) = a_2 - a_1 = a_3 - a_2$$

$$\therefore d = -1 - 4 = -5$$

प्रश्न 15.

समान्तर श्रेणी 4, 1, -2, -5 के अगले दो पद लिखिए।

हल:

दी गई श्रेणी 4, 1, -2, -5

श्रेणी का सार्वअन्तर $d = 1 - 4 = -3$

अतः 5वाँ पद

$$(a_5) = -5 + (-3) = -5 - 3 = -8$$

$$6\text{ठा पद } (a_6) = -8 + (-3) = -8 - 3 = -11$$

अर्थात् $a_5 = -8$ व $a_6 = -11$

प्रश्न 16.

समान्तर श्रेणी 7, 5, 3, 1, -1, -3,..... का सार्व अन्तर ज्ञात कीजिए।

हल:

समान्तर श्रेणी 7, 5, 3, 1, -1, -3,

$$\therefore \text{सार्वअन्तर} = a_2 - a_1$$

$$\text{यहाँ } a_1 = 7, a_2 = 5$$

$$\therefore \text{सार्वअन्तर } (d) = 5 - 7 = -2$$

प्रश्न 17.

A.P. -17, -12, -7, में 11वाँ पद ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\text{यहाँ } a = -17, d = -12 - (-17) = -12 + 17 = 5$$

और $n = 11$ चूँकि $a = a + (n - 1)d$ है

$$\text{इसलिए } -a = -17 + (11 - 1) \times 5$$

$$= -17 + 10 \times 5$$

$$= -17 + 50 = 33$$

अतः दी हुई A.P. का 11वाँ पद 33 है।

लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

A.P. : 2, 7, 12, का 10वाँ पद ज्ञात कीजिए।

हल:

यहाँ $a = 2, d = 7 - 2 = 5$ और $n = 10$ है।

चूँकि $a_n = a + (n - 1) d$ है, इसलिए।

$$a_{10} = 2 + (10 - 1) \times 5 = 2 + 45 = 47$$

अतः दी हुई A.P. का 10वाँ पद 47 है।

प्रश्न 2.

वह A.P. निर्धारित कीजिए जिसका तीसरा पद 5 और 7वाँ पद 9 है।

हल:

प्रश्नानुसार,

$$a_3 = a + (3 - 1)d = a + 2d = 5 \dots (1)$$

$$\text{और } a_7 = a + (7 - 1) d = a + 6d = 9 \dots (2)$$

समीकरणों (1) और (2) के युग्म को हल करने पर,

$$a = 3, d = 1$$

अतः वांछित A.P. : 3, 4, 5, 6, 7, है।

प्रश्न 3.

28 पदों वाली समान्तर श्रेणी 7, 16, 25, 34, का अन्तिम पद ज्ञात कीजिए।

हल:

दिया हुआ है : प्रथम पद (a) = 7

सार्व अन्तर (d) = $16 - 7 = 9$

ज्ञात करना है अन्तिम पद अर्थात् 28वाँ पद = a_{28}

सूत्र-

$$a_n = a + (n - 1) d$$

$$a_{28} = 7 + (28 - 1) 9$$

$$= 7 + (27 \times 9)$$

$$= 7 + 243 = 250$$

अतः अन्तिम पद = 250

प्रश्न 4.

17 पदों वाली समान्तर श्रेणी 18, 16, 14, 12, का अन्तिम पद ज्ञात कीजिए।

हल:

दिया हुआ है: प्रथम पद (a) = 18,

सार्व अन्तर (d) = $16 - 18 = (-2)$

ज्ञात करना है-अन्तिम पद अर्थात् 17वाँ पद = a_{17}

$$\text{सूत्र } a_n = a + (n - 1) d$$

$$a_{17} = 18 + (17 - 1) (-2)$$

$$= 18 + [16 \times (-2)]$$

$$= 18 - 32 = -14$$

अतः अन्तिम पद = (-14)

प्रश्न 5.

दो अंकों वाली कितनी संख्याएँ 3 से विभाज्य हैं?

हल:

3 से विभाज्य होने वाली दो अंकों की संख्याओं की सूची है: 12, 15, 18,, 99 .

क्या यह एक A.P. है? हाँ, यह है। यहाँ $a = 12, d = 3$ तथा $a_n = 99$ है।

चूँकि $a_n = a + (n - 1) d$

इसलिए $99 = 12 + (n - 1) \times 3$ अर्थात्

$$87 = (n - 1) \times 3$$

$$\text{अर्थात् } n - 1 = 87 \div 3 = 29$$

$$n = 29 + 1 = 30$$

अतः, 3 से विभाज्य दो अंकों वाली 30 संख्याएँ हैं। उत्तर

प्रश्न 6.

किसी समान्तर श्रेणी के 11 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए जबकि उसके प्रथम व अन्तिम पद का योग 40 है।

हल:

दिया हुआ है-

$$(1) \text{ प्रथम व अन्तिम पद का योग } (a + l) = 40$$

$$(2) \text{ पदों की संख्या } n = 11$$

ज्ञात करना है : 11 पदों का योग (S_{11}).

$$S_n = \frac{n(a+l)}{2}$$

$$S_{11} = \frac{11(40)}{2} = 11 \times 20 = 220$$

प्रश्न 7.

A.P. : 8, 3, - 2,..... के प्रथम 22 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

हल:

यहाँ $a = 8, d = 3 - 8 = - 5$ और $n = 22$ है। हम जानते हैं कि

$$S = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$\text{अतः } S = \frac{22}{2} [16 + 21(- 5)]$$

$$= 11 (16 - 105)$$

$$= 11 (- 89) = - 979$$

इसलिए दी हुई A.P. के प्रथम 22 पदों का योग - 979 है।

प्रश्न 8.

किसी समान्तर श्रेणी का n वाँ पद $2n + 5$ है तो श्रेणी के सात पदों का योगफल ज्ञात कीजिये।

हल:

चूँकि दिया गया है :

$$a_n = 2n + 5$$

$n = 1, 2, 3$ रखने पर

$$a_1 = 2 \times 1 + 5 = 2 + 5 = 7$$

$$a_2 = 2 \times 2 + 5 = 4 + 5 = 9$$

$$a_3 = 2 \times 3 + 5 = 6 + 5 = 11$$

∴ श्रेणी होगी

7, 9, 11

$$\therefore d = a_2 - a_1 = 9 - 7 = 2.$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$= \frac{7}{2}[2 \times 7 + (7 - 1) \times 2]$$

$$= \frac{7}{2}[14 + 12] = \frac{7}{2} \times 26$$

$$= 7 \times 13 = 91$$

प्रश्न 9.

समान्तर श्रेणी 2, 7, 12, का 11वाँ - पद ज्ञात कीजिए।

हल:

यहाँ $a = 2$, $d = 7 - 2 = 5$ और $n = 10$ है।

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d \text{ अतः}$$

$$a_{11} = 2 + (11 - 1) \times 5 = 2 + 50 = 52$$

अतः दी हुई समान्तर श्रेणी का 11वाँ पद 52 है।

प्रश्न 10.

यदि किसी A.P. के प्रथम 12 पदों का योग 468 है तथा इसका सार्वअन्तर 6 है तो 10वाँ पद ज्ञात कीजिए।

हल:

प्रश्नानुसार यहाँ $S_{12} = 468$, $n = 12$ तथा सार्वअन्तर (d) = 6

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\Rightarrow 468 = \frac{12}{2}[2a + (12 - 1)6]$$

$$\text{या } 468 = 6[2a + 66]$$

$$\text{या } 2a + 66 = \frac{468}{6} = 78$$

$$\text{या } 2a = 78 - 66 = 12$$

$$\therefore a = \frac{12}{2} = 6$$

$$\text{अब 10वाँ पद } a_{10} = a + (n - 1)d$$

$$= 6 + (10 - 1)6$$

$$= 6 + 9 \times 6$$

$$= 6 + 54$$

$$= 60$$

अर्थात् 10वाँ पद 60 है। उत्तर

प्रश्न 11.

A.P. : 17, 15, 13, के कितने पद लिए जाएँ ताकि उनका योग 81 हो?

हल:

प्रश्नानुसार A.P. 17, 15, 13,

यहाँ $a = 17$, $d = 15 - 17 = -2$ तथा $S_n = 81$

$$\therefore \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d] = 81$$

$$\text{या } \frac{n}{2}[2(17) + (n - 1)(-2)] = 81$$

$$\text{या } \frac{n}{2}[34 - 2n + 2] = 81$$

$$\text{या } \frac{n}{2}[-2n + 36] = 81$$

$$\text{या } n[-n + 18] = 81$$

$$\text{या - } n^2 + 18n - 81 = 0$$

$$\text{या } n^2 - 18n + 81 = 0$$

$$n^2 - 9n - 9n + 81 = 0$$

$$n(n - 9) - 9(n - 9) = 0$$

$$(n - 9)(n - 9) = 0$$

$$(n - 9)^2 = 0$$

$$\text{या } n = 9$$

अर्थात् A.P. का योग 81 प्राप्त करने के लिए 9 पद लिए जायें।