

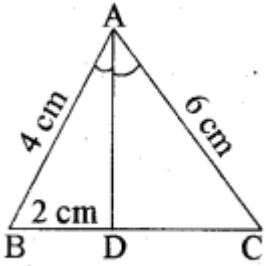
CBSE Class 10 Maths Important Questions Chapter 6

त्रिभुज

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

$\triangle ABC$ में AD कोण $\angle BAC$ का समद्विभाजक है। यदि $AB = 4$ cm, $AC = 6$ cm, $BD = 2$ cm है तो BC का मान ज्ञात कीजिए।



हल:

आधारभूत समानुपातिक प्रमेय से

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

या $DC = \frac{BD \times AC}{AB}$

मान रखने पर

$$= \frac{6 \times 2}{4} = 3 \text{ cm}$$

$$\therefore BC = BD + DC$$

$$= 2 + 3 = 5 \text{ cm}$$

प्रश्न 2.

किसी त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण कैसे होते हैं?

उत्तर:

बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण समान होते हैं।

प्रश्न 3.

दो समरूप त्रिभुजों की भुजाएँ 4:5 के अनुपात में हैं। इन त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिये।

हल:

समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात भुजाओं के अनुपात के वर्ग के बराबर है, अतः त्रिभुजों के क्षेत्रफलों में अनुपात

$$= (4 : 5)^2$$

$$= 16 : 25$$

प्रश्न 4.

बौधायन प्रमेय का कथन लिखिए।

हल:

बौधायन प्रमेय-किसी आयत के विकर्ण से बने वर्ग का क्षेत्रफल इसकी दोनों आसन्न भुजाओं पर बने वर्गों के योग के बराबर होता है।

प्रश्न 5.

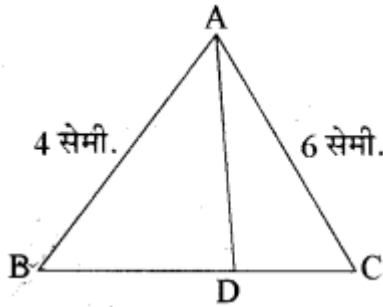
दी गई आकृति में AD, $\angle A$ का अन्तः समद्विभाजक है। यदि AB = 4 सेमी., AC = 6 सेमी. है तो BD : DC लिखिए।

हल:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

$$\text{अतः } \frac{4}{6} = \frac{BD}{DC}$$

$$\text{अतः } BD : DC = 4 : 6 = 2 : 3$$



प्रश्न 6.

यदि $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, AB = 5 सेमी., DE = 3 सेमी. तथा $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल = 50 सेमी. है, तो $\triangle DEF$ का क्षेत्रफल लिखिए।

हल:

$$\frac{\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल}}{\triangle DEF \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{(AB)^2}{(DE)^2}$$

$$= \frac{50}{\triangle DEF \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{25}{9}$$

$$= \triangle DEF \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{50 \times 9}{25}$$

$$= 18 \text{ सेमी.}^2$$

प्रश्न 7.

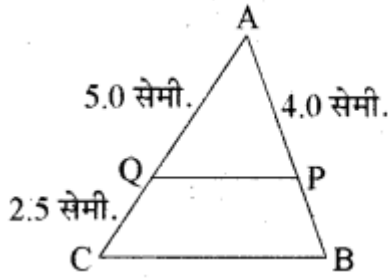
संलग्न आकृति में $BC \parallel PQ$ यदि AP = 4 सेमी., AQ = 5 सेमी. तथा QC = 2.5 सेमी. तो PB का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\frac{AQ}{QC} = \frac{AP}{PB}$$

$$= \frac{5}{2.5} = \frac{4}{PB}$$

अतः $PB = \frac{4}{2} = 2$ सेमी.



प्रश्न 8.

उपर्युक्त प्रश्न के चित्र में यदि $AB = 7$ सेमी., $AP = 5$ सेमी. तथा $AC = 10.5$ सेमी. तो AQ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\frac{AC}{AQ} = \frac{AB}{AP}$$
$$= \frac{10.5}{AQ} = \frac{7}{5}$$

$$\text{अतः } AQ = \frac{10.5 \times 5}{7} = 7.5 \text{ सेमी.}$$

प्रश्न 9.

त्रिभुज ABC की भुजा BC पर P तथा Q बिन्दु इस प्रकार हैं कि $BP = 3$ सेमी., $BQ = 5$ ΔABP सेमी. तथा $BC = 6$ सेमी., तो अनुपात $\frac{\Delta ABP}{\Delta APQ}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\frac{\Delta ABP}{\Delta APQ} = \frac{(BP)^2}{(PQ)^2} = \frac{(3)^2}{(2)^2} = \frac{9}{4}$$

प्रश्न 10.

दो समरूप त्रिभुज ABC तथा PQR के परिमाण क्रमशः 36 सेमी. तथा 24 सेमी. हैं। यदि PQ 10 सेमी. हो तो AB ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\frac{\Delta ABC \text{ का परिमाण}}{\Delta PQR \text{ का परिमाण}} = \frac{AB}{PQ} = \frac{36}{24}$$
$$= \frac{AB}{10} = \frac{36}{24}$$

$$\text{अतः } AB = 15 \text{ सेमी.}$$

प्रश्न 11.

यदि दो त्रिभुज ABC और XYZ में $\frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YZ} = \frac{AC}{ZX}$ तो ΔABC के कोण A का मान त्रिभुज XYZ के किस कोण के बराबर होगा?

उत्तर:

$\angle X$ के समान।

प्रश्न 12.

यदि $\triangle ABC$ में $\triangle DEF$ में $= BC \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ हो, तो वे आपस में कैसे त्रिभुज होंगे?

उत्तर:

समरूप त्रिभुज।

प्रश्न 13.

दो त्रिभुजों के समरूप होने की दो दशाएँ बताइए।

उत्तर:

दो त्रिभुज समरूप होते हैं यदि

(i) उनके संगत कोण समान हों।

(ii) उनकी संगत भुजाएँ समानुपाती हों।

प्रश्न 14.

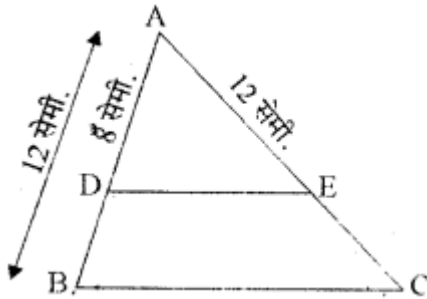
SSS नियम लिखिए।

उत्तर:

sss नियम-यदि दो त्रिभुजों की संगत भुजाएँ समानुपाती हैं, तो वे दोनों समरूप होते हैं।

प्रश्न 15.

$\triangle ABC$ की भुजाओं AB और AC पर बिन्दु D और E इस प्रकार हैं कि $DE \parallel BC$ यदि $AD = 8$ सेमी., $AB = 12$ सेमी. तथा $AE = 12$ सेमी. हो तो CE का माप लिखिए।



हल:

आधारभूत आनुपातिक प्रमेय से

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$$

यहाँ $AD = 8$ सेमी., $BD = (12 - 8) = 4$ सेमी. तथा $AE = 12$ सेमी. है।

अतः मान रखने पर

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$$

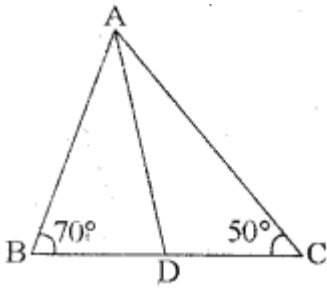
$$CE = \frac{12}{8} \times 4 = 6 \text{ सेमी.}$$

प्रश्न 16.

$\triangle ABC$ में यदि D, BC पर कोई बिन्दु इस प्रकार है कि $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$, $\angle B = 70^\circ$ तथा $\angle C = 50^\circ$ हो तो $\angle BAD$ का माप लिखिए।

हल:

दिया है : $\triangle ABC$ जिसमें D, BC पर बिन्दु इस प्रकार है कि $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ तथा $\angle B = 70^\circ$ व $\angle C = 50^\circ$



ज्ञात करना है : $\angle BAD$ (दिया है)

उपपत्ति : यहाँ $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$ (लिख सकते हैं)

अतः $\triangle ABD \sim \triangle ADC$

$$\angle A = [180 - (70 + 50)] = 60^\circ$$

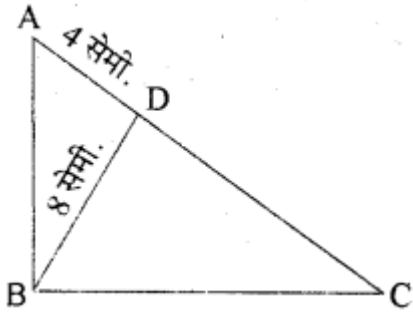
$$\text{अतः } \angle BAD = \frac{1}{2} \angle A = \frac{60}{2} = 30^\circ$$

प्रश्न 17.

दी गई आकृति में $\angle ABC = 90^\circ$ तथा $BD \perp AC$ है। यदि $BD = 8$ सेमी. तथा $AD = 4$ सेमी. हो तो CD का माप लिखिए।

हल:

$\triangle ABD$ व $\triangle BDC$ में



$$\angle BDC = \angle BDA \text{ (प्रत्येक } 90^\circ)$$

$$\angle DBC = \angle BAD$$

अतः $\triangle ABD \sim \triangle BDC$

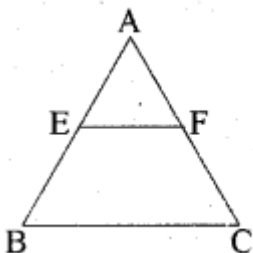
$$\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{CD}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{8}{CD} \text{ या } 4CD = 64$$

$$\text{अतः } CD = \frac{64}{4} = 16. \text{ सेमी.}$$

प्रश्न 18.

चित्र में $EF \parallel BC$, यदि $AE : BE = 4 : 1$ और $CF = 1.5$ सेमी. हो, तो AF की लम्बाई क्या होगी?



हल:

चित्र में $EF \parallel BC$

$$\therefore \frac{AE}{BE} = \frac{AF}{CF}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{1} = \frac{AF}{1.5}$$

$$\Rightarrow AF = 4 \times 1.5$$

$$= 6.0 \text{ सेमी.}$$

प्रश्न 19.

दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात 16: 81 है तो इनकी भुजाओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल:

समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात भुजाओं के अनुपात के वर्ग के बराबर होता है। अतः इनकी भुजाओं का अनुपात

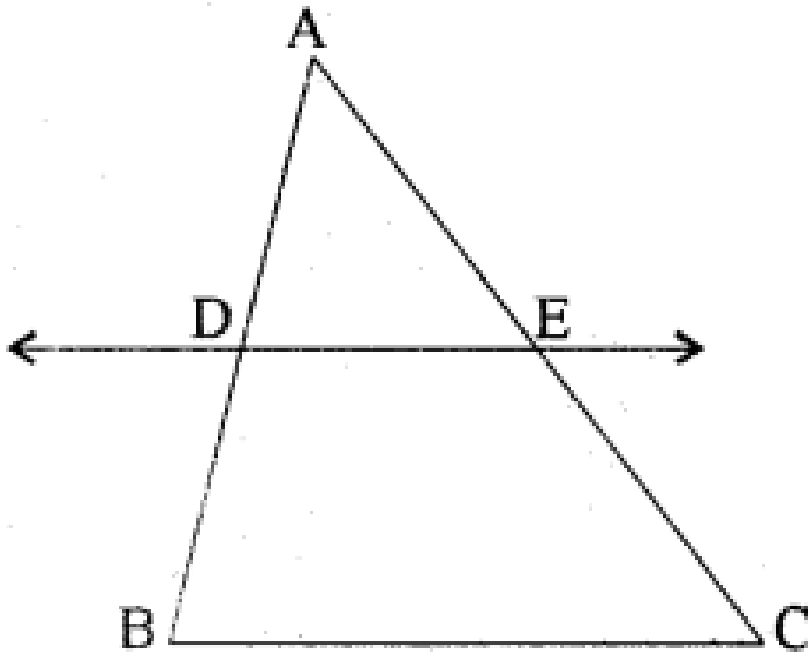
$$= \sqrt{\frac{16}{81}} = \frac{4}{9}$$

अतः इनकी भुजाओं का अनुपात = 4 : 9

लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

यदि कोई रेखा एक $\triangle ABC$ की भुजाओं AB और AC को क्रमशः D और E पर प्रतिच्छेद करे तथा भुजा BC के समान्तर हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ होगा (देखिए आकृति)।



हल:

$$DE \parallel BC \quad (\text{दिया है})$$

$$\text{अतः} \quad \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \quad (\text{प्रमेय 6.1 के अनुसार})$$

$$\text{अर्थात्} \quad \frac{DB}{AD} = \frac{EC}{AE}$$

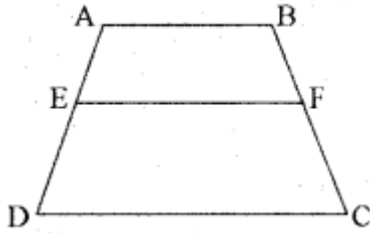
$$\text{या} \quad \frac{DB}{AD} + 1 = \frac{EC}{AE} + 1$$

$$\text{या} \quad \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$$

$$\text{अतः} \quad \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \quad (\text{इतिसिद्धम्})$$

प्रश्न 2.

ABCD एक समलम्ब है जिसमें $AB \parallel DC$ है। असमान्तर भुजाओं AD और BC पर क्रमशः बिन्दु E और F इस प्रकार स्थित हैं कि EF भुजा AB के समान्तर है (देखिए आकृति)। दर्शाइए कि $\frac{AE}{ED} = \frac{BE}{FC}$ है।



हल:

A और C को मिलाएँ जो EF को G पर | प्रतिच्छेद करे (देखिए आकृति)।

$AB \parallel DC$ और $EF \parallel AB$ (दिया है)

इसलिए $EF \parallel DC$ (एक ही रेखा के समान्तर रेखाएँ परस्पर समान्तर होती हैं)

अब $\triangle ADC$ में,

$EG \parallel DC$ (क्योंकि $EF \parallel DC$)

$$\text{अतः} \quad \frac{AE}{ED} = \frac{AG}{GC} \quad (\text{प्रमेय 6.1 के अनुसार}) \dots\dots (i)$$

इसी प्रकार $\triangle CAB$ में,

$$\frac{CG}{AG} = \frac{CF}{BF}$$

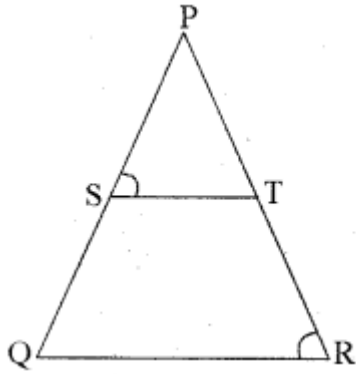
$$\text{अर्थात्} \quad \frac{AG}{GC} = \frac{BF}{FC} \dots\dots (ii)$$

अतः (i) और (ii) से,

$$\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} \quad (\text{इतिसिद्धम्})$$

प्रश्न 3.

आकृति में $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$ है तथा $\angle PST = \angle PRQ$ है। सिद्ध कीजिए कि ΔPQR एक समद्विबाहु त्रिभुज है।



हल:

यह दिया है कि,

$$\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$$

अतः $ST \parallel QR$ (प्रमेय 6.2 के अनुसार)

इसलिए $\angle PST = \angle PQR$ (संगत कोण)(i)

साथ ही यह दिया है कि $\angle PST = \angle PRQ$ (ii)

अतः $\angle PRQ = \angle PQR$ [(i) और (ii) से]

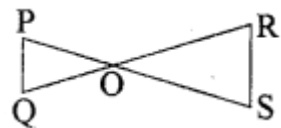
इसलिए $PQ = PR$ (समान कोणों की सम्मुख भुजाएँ)

अर्थात् ΔPQR एक समद्विबाहु त्रिभुज है। (इतिसिद्धम्)

प्रश्न 4.

दी गयी आकृति में, यदि $PQ \parallel RS$ है, तो सिद्ध कीजिये कि

$\Delta POQ \sim \Delta SOR$ है।



हल:

$PQ \parallel RS$ (दिया है)

अतः $\angle P = \angle S$ (एकान्तर कोण)

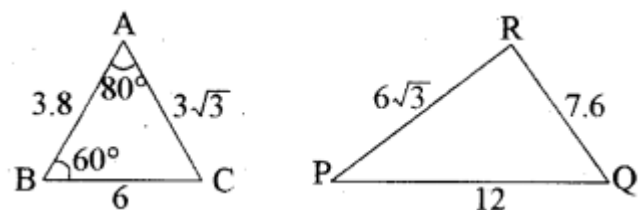
और $\angle Q = \angle R$ (एकान्तर कोण)

साथ ही $\angle POO = \angle SOR$ (शीर्षाभिमुख कोण)

इसलिये $\Delta POQ \sim \Delta SOR$ (AAA समरूपता कसौटी) (इतिसिद्धम्)

प्रश्न 5.

दी गयी आकृति में $\angle P$ ज्ञात कीजिये।



हल:

$\triangle ABC$ और $\triangle PQR$ में,

$$\frac{AB}{RQ} = \frac{3.8}{7.6} = \frac{1}{2}, \frac{BC}{QP} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

और $\frac{CA}{PR} = \frac{3\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$

अर्थात्

इसलिये $\triangle ABC \sim \triangle RQP$ (SSS समरूपता)

इसलिये $\angle C = \angle P$ (समरूप त्रिभुजों के संगत कोण)

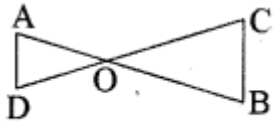
लेकिन $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B$ (\triangle का कोण योग गुणधर्म)

$$\angle C = 180^\circ - 80^\circ - 40^\circ = 40^\circ$$

अतः $\angle P = 40^\circ$

प्रश्न 6.

दी गयी आकृति में, $OA \cdot OB = OC \cdot OD$ है। दर्शाइये कि $\angle A = \angle C$ और $\angle B = \angle D$ है।



हल:

$OA \cdot OB = OC \cdot OD$ (दिया है)

अतः $\frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB}$ (1)

साथ ही, हमें प्राप्त है $\angle AOD = \angle COB$ (शीर्षाभिमुख कोण) (2)

समीकरण (1) और (2) से

$\triangle AOD \sim \triangle COB$ (SAS समरूपता कसौटी)

इसलिये $\angle A = \angle C$ और $\angle D = \angle B$ (समरूप त्रिभुजों के संगत कोण)

प्रश्न 7.

दी गयी आकृति में $\angle ACB = 90^\circ$ तथा $CD \perp AB$ है। सिद्ध कीजिये कि $\frac{BC^2}{AC^2} = \frac{BD}{AD}$

हल:

$\triangle ACD \sim \triangle ABC$

चूँकि हम जानते हैं कि यदि किसी समकोण त्रिभुज के समकोण वाले शीर्ष से कर्ण पर लम्ब डाला जाये तो इस लम्ब के दोनों ओर बने त्रिभुज सम्पूर्ण त्रिभुज के समरूप होते हैं तथा परस्पर भी समरूप होते हैं।

अतः $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$

या $AC^2 = AB \cdot AD$ (1)

इसी प्रकार उपर्युक्त प्रमेय से

$\triangle BCD \sim \triangle BAC$

$$\text{अतः } \frac{BC}{BA} = \frac{BD}{BC}$$

$$\text{या } BC^2 = BA \cdot BD \dots (2)$$

समीकरण (1) तथा (2) से

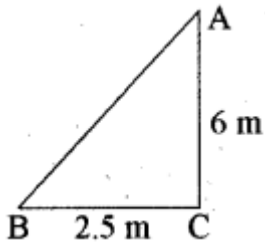
$$\frac{BC^2}{AC} = \frac{BA \cdot BD}{AB \cdot AD} = \frac{BD}{AD} \text{ (इतिसिद्धम्)}$$

प्रश्न 8.

एक सीढ़ी किसी दीवार पर इस प्रकार टिकी हुई है कि इसका निचला सिरा दीवारसे 2.5 m की दूरी पर है तथा इसका ऊपरी सिरा भूमि से 6 m की ऊँचाई पर बनी एक खिड़की तक पहुँचता है। सीढ़ी की लम्बाई ज्ञात कीजिये।

हल:

माना AB सीढ़ी है तथा CA दीवार है जिसमें खिड़की A पर है। जैसा आकृति में दिखाया गया है।



साथ ही $BC = 2.5 \text{ m}$

$CA = 6 \text{ m}$ है।

पाइथागोरस प्रमेय से

$$AB^2 = BC^2 + CA^2$$

$$= (2.5)^2 + (6)^2$$

$$= 6.25 + 36$$

$$AB^2 = 42.25$$

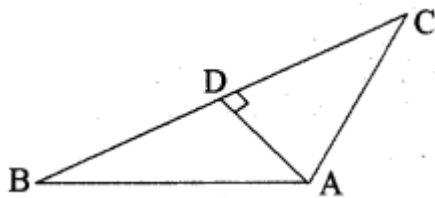
$$\therefore AB = \sqrt{42.25} = 6.5 \text{ m}$$

अतः $AB = 6.5 \text{ m}$

इस प्रकार, सीढ़ी की लम्बाई 6.5 m है।

प्रश्न 9.

दी गयी आकृति में, $AD \perp BC$ है। सिद्ध कीजिये कि $AB^2 + CD^2 = BD^2 + AC^2$ है।



हल:

$\triangle ADC$ से

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 \dots (1) \text{ (पाइथागोरस प्रमेय से)}$$

$\triangle ADB$ से

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 \dots (2) \text{ (पाइथागोरस प्रमेय से)}$$

समीकरण (2) में से समीकरण (1) को घटाने पर

$$AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$$

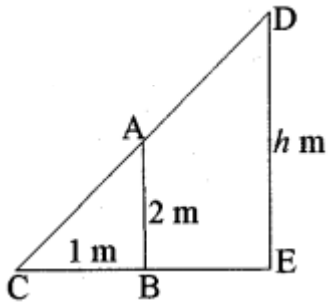
$$\text{या } AB^2 + CD^2 = BD^2 + AC^2 \text{ (इतिसिद्धम्)}$$

प्रश्न 10.

एक समतल जमीन पर 2 मी. लम्बे छात्र की छाया की लम्बाई 1 मी. है। उसी समय एक मीनार की छाया की लम्बाई 5 मी. हो, तो मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल:

माना कि मीनार की ऊँचाई h m है। चित्रानुसार हम देखते हैं कि $\triangle ABC$ तथा $\triangle DEC$ समरूप हैं अर्थात्



$\triangle ABC \sim \triangle DEC$

$$\text{अतः } \frac{AB}{DE} = \frac{CB}{CE}$$

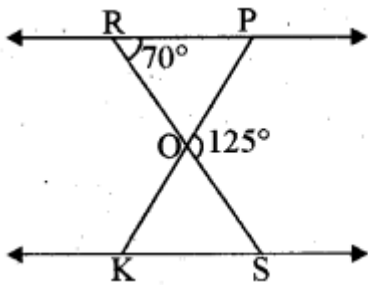
$$\Rightarrow \frac{2}{h} = \frac{1}{5}$$

$$\text{या } h = 5 \times 2$$

$$= 10 \text{ m.}$$

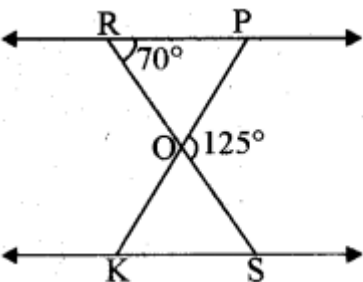
प्रश्न 11.

आकृति में कोणों $\angle OKS$ व $\angle ROP$ का मान ज्ञात कीजिए, यदि त्रिभुज $\triangle OPR \sim \triangle OSK$ तथा $\angle POS = 125^\circ$ और $\angle PRO = 70^\circ$ है।



हल:

प्रश्नानुसार $\angle POS = 125^\circ$ तथा $\angle PRO = 70^\circ$



चित्रानुसार ROS एक सरल रेखा है।

$$\therefore \angle ROP + \angle POS = 180^\circ$$

$$\text{या } \angle ROP + 125^\circ = 180^\circ$$

$$\angle ROP = 180^\circ - 125^\circ$$

$$= 55^\circ$$

जब $\angle ROP = 55^\circ$ तो $\angle KOS$ भी 55° का होगा क्योंकि ये शीर्षाभिमुख कोण या सम्मुख कोण है।

$$\therefore \triangle OPR \sim \triangle OSK$$

$$\therefore \angle R = \angle S = 70^\circ$$

$$\text{अतः } \triangle OPR \text{ में } \angle R + \angle O + \angle P = 180^\circ$$

$$70^\circ + 55^\circ + \angle P = 180^\circ$$

$$\text{या } \angle P = 180^\circ - 70^\circ - 55^\circ$$

$$\angle P = 55^\circ$$

$$\therefore \angle P = \angle K = 55^\circ$$

$$\text{अतः } \angle OKS = 55^\circ \text{ तथा } \angle ROP = 55^\circ$$