CBSE Class 10 Maths Important Questions Chapter 7 निर्देशांक ज्यामिति

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.
बिन्दु (5, - 2) की y-अक्ष से दूरी लिखिए।
उत्तर:
5 चूँकि -अक्ष पर लम्ब दूरी 5 है।

प्रश्न 2.
बिन्दु (- 2, 2), (8, - 2) तथा (-4, - 3) किस तरह के त्रिभुज के शीर्ष हैं?
हल:
यदि दिये गये बिन्दु क्रमशः A, B, C हों तो
AB = √100+16=√116100+16=116
BC = √144+1=√145144+1=145
CA = √4+25=√294+25=29
$\therefore AB^2 + CA^2 = BC^2$
⇒ A, B, C समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं।

प्रश्न 3.
यदि (4,3) और (-. 2, - 1) किसी समान्तर चतुर्भुज.के सम्मुख शीर्ष हों तथा इसका तीसरा शीर्ष (1,0) हो तो चौथे शीर्ष के निर्देशांकों का गुणनफल क्या होगा?
उत्तर:
दिये गये सम्मुख शीर्षों को मिलाने वाले विकर्ण का मध्य बिन्दु है :(4−22,3−12)(4−22,3−12) अर्थात् (1, 1) जो कि दूसरे विकर्ण का भी मध्य-बिन्दु है। अतः यदि चौथा शीर्ष
(x,y) हो तो x+12x+12 = 1 तथा y+02y+02 = 1
x = 1, y = 2 अतः गुणनफल 1 × 2 = 2

प्रश्न 4.
यदि बिन्दु (k, 2) तथा (3, 4) के बीच की दूरी √8 हो, तो k का मान लिखिए।
हल:
प्रश्नानुसार $(\sqrt{8})^2 = (K - 3)^2 + (2 - 4)^2$
$8 = (K - 3)^2 + 4$
$4 = (K - 3)^2$
$(K - 3) = \pm 2$
$K = \pm 2 + 3$
$\therefore K = 5$ और $K = 1$

प्रश्न 5.
(-3, - 4) तथा (1, - 2) बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखाखण्ड को y-अक्ष किस अनुपात में विभाजित करता है? लिखिए।
हल:
y-अक्ष पर x = 0
माना रेखाखण्ड λ : 1 में विभाजित करता है। अन्तः विभाजन सूत्र
x = m1x2+m2x1m1+m2m1x2+m2x1m1+m2
∴ 0 = λ×1+1×(−3)λ+1λ×1+1×(−3)λ+1
0 = λ - 3
∴ λ = 3
अतः अनुपात 3 : 1

प्रश्न 6.
यदि (a, 0), (0, b) तथा (1, 1) संरेख हों, इसकी क्या शर्त होगी?
हल:
तीन बिन्दु संरेख के लिये इनसे निर्मित होने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य होना चाहिए।
त्रिभुज का क्षेत्रफल = 1212$[x_1(y_2 - y_{23}) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)] = 0$
या $x_1(y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2) = 0$
a(b - 1) + 0(1 - 0) + 1(0 - b)= 0
ab - a - b = 0
a + b = ab

प्रश्न 7.
बिन्दुओं (6, 8) और (2, 4) को मिलाने वाले रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिये।
हल:
मध्य बिन्दु के निर्देशांक होते हैं।
x = x1+x22x1+x22, y = y1+y22y1+y22

अतः x = 6+22=826+22=82 = 4
y = 8+42=1228+42=122 = 6
अतः मध्य बिन्दु के निर्देशांक (4, 6) होंगे।

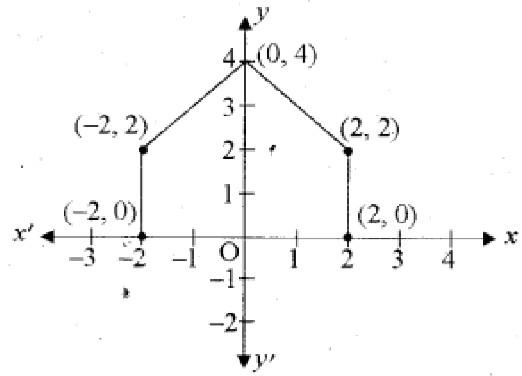
प्रश्न 8.
किसी वर्ग के सम्मुख शीर्ष (-5, - 4) और (3, 2) हैं। इसके विकर्ण की लम्बाई लिखिए।
हल:
वर्ग के विकर्ण की लम्बाई = √(3+5)2+(2+4)2(3+5)2+(2+4)2
= √(8)2+(6)2=√64+36(8)2+(6)2=64+36
= √100100 = 10

प्रश्न 9.
मूल बिन्दु से बिन्दु (3, 4) की दूरी ज्ञात कीजिए।
हल:

https://www.evidyarthi.in/

मूल बिन्दु से दूरी
= √(3−0)2+(−4−0)2(3−0)2+(−4−0)2
= √9+16=√259+16=25 = 5

प्रश्न 10.
बिन्दुओं (- 2, 0), (2, 0), (2, 2), (0, 4), (-2, 2) को क्रम से मिलाने पर कौनसी आकृति प्राप्त होगी?
हल:
दिये गये बिन्दु मिलाने पर पंचभुज प्राप्त होता है।



प्रश्न 11.
बिन्दु (1, 2) और (6, 7) को मिलाने वाले .रेखाखण्ड को बिन्दु (3, 4) किस अनुपात में विभाजित करता है?
हल:
माना (1, 2) और (6, 7) को मिलाने वाला रेखाखण्ड
$m_1 : m_2$ में विभाजित करते हैं।
3 =
m1×6+m2×1m1+m2m1×6+m2×1m1+m2
$3 (m_1 + m_2) = 6m_1 + m_2$
$3m_1 + 3m_2 = 6m_1 + m_2$
$3m_2 - m_2 = 6m_1 - 3m_1$
$2m_2 = 3m_1$
m1m2=23m1m2=23
अतः $m_1 : m_2 = 2 : 3$

प्रश्न 12.
यदि बिन्दुओं (3, 6) और (k, 5) से बिन्दु | (0, 2) की दूरियाँ बराबर हों, तो k का मान ज्ञात कीजिए।
हल:
प्रश्नानुसार बिन्दु (3,k) और (0, 2) के बीच | की दूरी = (k, 5)और (0, 2) के बीच की दूरी
$(0 - 3)^2 + (2 - k)^2 = (0 - k) + (2 - 5)^2$
$\Rightarrow 9 + 4 - 4k + k^2 = k^2 + 9$
$\Rightarrow 4 - 4k = 0$
$\Rightarrow - 4k = - 4$
$\therefore k = 1$

प्रश्न 13.
यदि तीन बिन्दु (2, 1), (k, 1) तथा (2k + 1, 2) संरेखी हों, तो k का मान ज्ञात कीजिये।
हल:
यहाँ $x_1 = 2, x_2 = k, x_3 = 2k + 1$
तथा $y_1 = 1, y_2 = 1, y_3 = 2$

तीनों बिन्दु संरेख हैं अतः
$x_1(y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2) = 0$
$\Rightarrow 2(1 - 2) + k(2 - 1) + (2k + 1) (1 - 1) = 0$
$\Rightarrow - 2 + k + 0 = 0$
$k = 2$

प्रश्न 14.
बिन्दु (-2, 9) की x-अक्ष से दूरी लिखिये।
हल:
x-अक्ष से दूरी 9 होगी।
चूँकि x-अक्ष से लम्बवत् दूरी 9 है।

प्रश्न 15.
बिन्दुओं (4, - 3) और (8, 5) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को 3 : 1 में अन्तःविभाजन करने वाले बिन्दु के निर्देशांक लिखिये।
हल:
अन्तःविभाजन का सूत्र
(m1x2+m2x1m1+m2,m1y2+m2y1m1+m2)(m1x2+m2x1m1+m2,m1y2+m2y1m1+m2)

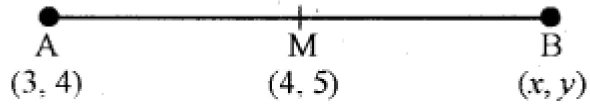
माना वह बिन्दु P(x, y) है।
विभाजन सूत्र का प्रयोग करने पर
x = 3(8)+1(4)3+1=24+44=2843(8)+1(4)3+1=24+44=284
x = 7,
और y = 3(5)+(−3)3+1=15−34=1243(5)+(−3)3+1=15−34=124
y = 3 प्राप्त होता है।
अतः विभाजन वाला अभीष्ट बिन्दु P(7, 3) है।

प्रश्न 16.
बिन्दु (7,- 3) की y-अक्ष से दूरी लिखिए।
हल:
7, क्योंकि y-अक्ष पर लम्ब दूरी 7 है।

प्रश्न 17.
बिन्दु (3,-2) की y-अक्ष से दूरी लिखिए।
हल:
3, क्योंकि y-अक्ष पर लम्ब दूरी 3 है।

प्रश्न 18.
यदि M (4, 5), रेखाखण्ड AB का मध्य बिन्दु है तथा A का निर्देशांक (3, 4) है, तो बिन्दु B के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
हल:
माना कि बिन्दु B के निर्देशांक (x, y) हैं।

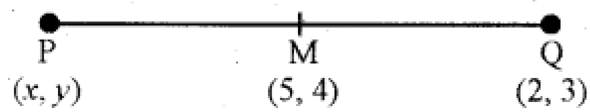
https://www.evidyarthi.in/



∴ मध्य बिन्दु $4 = 3+x23+x2$
या $3 + x = 8$
∴ $x = 8 - 3 = 5$
तथा $5 = 4+y24+y2$
या $4 + y = 10$
∴ $y = 10 - 4 = 6$
अतः बिन्दु B के निर्देशांक (5, 6) होंगे।

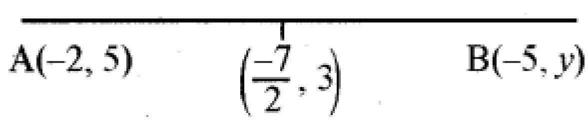
प्रश्न 19.
बिन्दु (-5, 4) की x-अक्ष से दूरी लिखिए।
हल:
बिन्दु (-5, 4) की x-अक्ष से दूरी 4 होगी।

प्रश्न 20.
यदि K (5, 4) रेखाखण्ड PQ का मध्य बिन्दु है तथा Q के निर्देशांक (2, 3) है, तो P के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
हल:
माना कि बिन्दु P के निर्देशांक (x, y) हैं।



∴ मध्य बिन्दु $5 = x+22x+22$
या $x + 2 = 10$
∴ $x = 10 - 2 = 8$
तथा ∴ $4 = y + 3$
या $+ 3 = 8$
∴ $y = 8 - 3 = 5$
अतः बिन्दु P के निर्देशांक (8, 5) होंगे।

प्रश्न 21.
यदि दो बिन्दु A(-2, 5) और B(-5, Y) का मध्य बिन्दु (−72−72, 3) है, तो बिन्दु A, B के मध्य दूरी ज्ञात कीजिए।
हल:



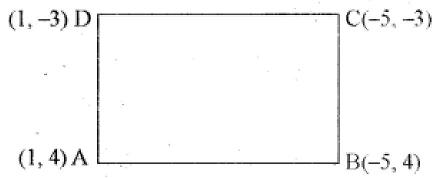
प्रश्नानुसार $\bar{y} = y1+y22y1+y22$
$3 = 5+y25+y2$
या $5 + y = 6.$
∴ $y = 6 - 5 = 1$

इस प्रकार दो बिन्दु A(-2. 5) तथा B(-5. 1) हैं।
$AB = \sqrt{}(x2−x1)2+(y2−y1)2(x2−x1)2+(y2−y1)2$
$= \sqrt{}(−5+2)2+(1−5)2(−5+2)2+(1−5)2$

= √(−3)2+(−4)2(−3)2+(−4)2
= √9+16=√259+16=25 = 5
अतः बिन्दु A, B के मध्य की दूरी = 5 इकाई।

लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.
यदि एक चतुर्भुज के शीर्ष (1, 4), (5, 4), (-5, - 3) और (1, - 3) हों तो चतुर्भुज का प्रकार बताइए।
हल:



$$AB = \sqrt{(-5-1)^2 + (4-4)^2}$$
$$= \sqrt{(-6)^2 + 0^2}$$
$$= \sqrt{36} = 6$$
$$BC = \sqrt{(-5+5)^2 + (-3-4)^2}$$
$$= \sqrt{0^2 + (-7)^2} = \sqrt{49} = 7$$
$$CD = \sqrt{(1+5)^2 + (-3+3)^2}$$
$$= \sqrt{(6)^2 + 0^2} = \sqrt{36} = 6$$
$$AD = \sqrt{(1-1)^2 + (4+3)^2} = \sqrt{0^2 + (7)^2}$$
$$= \sqrt{49} = 7$$
$$AC = \sqrt{(-5-1)^2 + (-3-4)^2}$$
$$= \sqrt{(-6)^2 + (-7)^2}$$
$$= \sqrt{36+49} = \sqrt{85}$$
$$BD = \sqrt{(+1+5)^2 + (-3-4)^2}$$
$$= \sqrt{6^2 + (-7)^2}$$
$$= \sqrt{36+49} = \sqrt{85}$$

अतः AB = CD और BC = AD
तथा विकर्ण AC = BD
अतः दिये गये बिन्दु आयत के शीर्ष हैं।

प्रश्न 2.
वहअनुपात ज्ञात कीजिए जबकि बिन्दु (-3,p) बिन्दुओं (-5, - 4) और (- 2, 3) को अन्तःविभाजित करता है।p का मान भी ज्ञात कीजिए।
हल:
माना C(- 3, p) AB को अनुपात k : 1 में विभाजित करता है।
∴ विभाजन के नियम से
x =

https://www.evidyarthi.in/

m1x2+m2x1m1+m2m1x2+m2x1m1+m2और
y = m1y2+m2y1m1+m2m1y2+m2y1m1+m2
∴ -3 = −2k−5k+1−2k−5k+1
या- 3k - 3 = - 2k - 5
या k = - 3 + 5 = 2

अर्थात् अनुपात k : 1 या 2 : 1 होगा।
तथा p = 2×3+1×(−4)2+1=232×3+1×(−4)2+1=23
∴ p = 2323

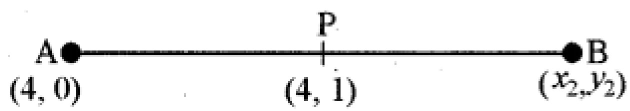
प्रश्न 3.
बिन्दुओं (5, - 6) और (- 1, - 4) को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को y-अक्ष किस अनुपात में विभाजित करती है? इस प्रतिच्छेद बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिये।
हल:
माना वांछित अनुपात k : 1 है। तब विभाजन सूत्र से .
x = m1x2+m2x1m1+m2m1x2+m2x1m1+m2 और
y = m1y2+m2y1m1+m2m1y2+m2y1m1+m2
अत: k : 1 के अनुपात में विभाजित करने वाले बिन्दु के निर्देशांक हैं :
(−k+5k+1,−4k−6k+1)(−k+5k+1,−4k−6k+1)
चूँकि दिया गया है कि यह बिन्दु y-अक्ष पर स्थित है और हम जानते हैं कि y-अक्ष पर x का मान शून्य होता है।
अतः −k+5k+1−k+5k+1 = 0
इसलिए k = 5
अर्थात् वांछित अनुपात 5 : 1 है। k का मान 5 रखने पर हमें प्रतिच्छेद बिन्दु (0, −133−133) प्राप्त होता है।

प्रश्न 4.
k का मान ज्ञात कीजिये, यदि बिन्दु A(2, 3), B(4, k) और C(6, - 3) संरेखी हैं।
हल:
चूँकि दिया गया है कि तीनों बिन्दु संरेखी हैं, इसलिये इससे बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य होगा।
अर्थात्
1212[2(k + 3) + 4(- 3 - 3) + 6(3 – k)] = 0
अर्थात् 2k + 6 - 4 × 6 + 18 - 6k = 0
2k + 6 - 24 + 18 - 6k = 0
4k = 0 या k = 0
अतः k का वांछित मान 0 है।

प्रश्न 5.
y-अक्ष पर एक ऐसा बिन्दु ज्ञात कीजिये जो बिन्दुओं A(6, 5) और B(-4, 3) से समदूरस्थ है।
हल:
हम जानते हैं कि y-अक्ष पर स्थित कोई भी बिन्दु (0, y) के रूप का होता है। अतः माना कि बिन्दु P(0, y) बिन्दुओं A और B से समदूरस्थ है।
तब $(6 - 0)^2 + (5 - y)^2 = (- 4 - 0)^2 + (3 - y)^2$

या $36 + 25 + y^2 - 10y = 16 + 9 + y^2 - 6y$
या $4y = 36$
या y = 364364 = 4
अतः वांछित बिन्दु (0, 9) है।

प्रश्न 6.
एक रेखा का एक सिरा (4, 0) है और मध्य बिन्दु (4, 1) है, तो रेखा के दूसरे सिरे के निर्देशांक क्या होंगे? .
हल:
माना दूसरे सिरे के निर्देशांक (x_2, y_2) हैं।
मध्य बिन्दु
4 = 4+x224+x22



$\Rightarrow 4 \times 2 = 4 + x_2$
$x_2 = 8 - 4 = 4$
और 1 = 0+y220+y22
$2 = 0 + y_2$
$y_2 = 2$
$\therefore (x_2, y_2) = (4, 2)$
अतः दूसरे सिरे के निर्देशांक (4, 2) हैं।
प्रश्न 7.
बिन्दुओं (6, 8) और (2, 4) को मिलाने वाले रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु से बिन्दु (1, 2) की दूरी ज्ञात कीजिए।
हल:
दिए गए बिन्दुओं (6, 8) तथा (2, 4) के मध्य बिन्दु के निर्देशांक

$$= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$
$$= \left(\frac{6+2}{2}, \frac{8+4}{2}\right) = \left(\frac{8}{2}, \frac{12}{2}\right) = (4, 6)$$

अब बिन्दु (4, 6) की बिन्दु (1, 2) से दूरी

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$= \sqrt{(1-4)^2 + (2-6)^2}$$
$$= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$$
$$= \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

अतः अभीष्ट बीच की दूरी 5 होगी।

प्रश्न 8.
सिद्ध कीजिए कि बिन्दुओं (5, 7) और (3, 9) को मिलाने वाले रेखाखण्ड का मध्य बिन्दु वही है जो बिन्दुओं (8, 6) तथा (0, 10) को मिलाने वाले रेखाखण्ड का मध्य बिन्दु है।
हल:
बिन्दु A(5, 7) तथा B(3, 9) का मध्य बिन्दु
= [5+32,7+92]=(82,162)
[5+32,7+92]=(82,162) = (4, 8)
तथा बिन्दु C(8, 6) तथा D(0, 10) का मध्य बिन्दु
= [8+02,6+102]=(82,162)
[8+02,6+102]=(82,162) = (4, 8)
अतः दोनों बिन्दुओं के रेखाखण्ड का मध्य बिन्दु समान है।

https://www.evidyarthi.in/