CBSE Board Class 11th Physics Important Questions Chapter 13 दोलन

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1.
आवर्ती गति को उदाहरण सहित समझाइये।
उत्तर:
यदि कोई वस्तु एक निश्चित समय के बाद एक निश्चित मार्ग पर बार-बार अपनी गति को दोहराती है तो उसकी यह गति आवर्ती गति कहलाती है। उदाहरण-पृथ्वी की अपनी धुरी के परितः गति।

प्रश्न 2.
दोलन या काम्पनिक गति से क्या तात्पर्य है ? उदाहरण दीजिए।
उत्तर:
जब कोई वस्तु आवर्ती गति में एक ही मार्ग पर किसी निश्चित बिन्दु के इधर-उधर गति करती है तो वस्तु की इस गति को दोलन या काम्पनिक गति कहते हैं। उदाहरण-सरल लोलक की गति।

प्रश्न 3.
किस प्रकार की गति के लिए पिण्ड का त्वरण उसके विस्थापन के अनुक्रमानुपाती एवं विपरीत दिशा में होता है।

उत्तर:
सरल आवर्त गति में पिण्ड का त्वरण उसके विस्थापन के अनुक्रमानुपाती एवं विपरीत दिशा में होता है।

प्रश्न 4.
सरल आवर्त गति करते हुए कण का आयाम a है। कण की किस स्थिति में त्वरण अधिकतम होगा?
उत्तर:
कण की अधिकतम विस्थापित स्थिति ($y = \pm a$) पर कण पर त्वरण अधिकतम होगा।

https://www.evidyarthi.in/

प्रश्न 5.
सरल आवर्त गति करते हुए कण की किस स्थिति में कण का वेग अधिकतम होता है ?
उत्तर:
कण की साम्य स्थिति (y = 0) पर कण का वेग अधिकतम होता है।

प्रश्न 6.
सरल आवर्त गति करते हुए कण की स्थितिज ऊर्जा तथा गतिज ऊर्जा के व्यंजक लिखिए।
उत्तर:
स्थितिज ऊर्जा = $\frac{1}{2}m\omega^2y^2$
गतिज ऊर्जा = $\frac{1}{2}m\omega^2 (a^2 - y^2)$
m = कण का द्रव्यमान, ω = कोणीय आवृत्ति, a = आयाम तथा y = माध्य स्थिति से कण का विस्थापन

प्रश्न 7.
सरल आवर्त गति करते हुए कण की किस स्थिति में गतिज ऊर्जा शून्य होती है तथा किस स्थिति में उसकी स्थितिज ऊर्जा शून्य होती है ?
उत्तर:
कण की अधिकतम विस्थापित स्थिति (अर्थात् y = ±a) पर उसकी गतिज ऊर्जा शून्य होती है तथा साम्य स्थिति (y = 0) पर उसकी स्थितिज ऊर्जा शून्य होती है।

प्रश्न 8.
सरल लोलक किसे कहते हैं ?
उत्तर:
एक आदर्श सरल लोलक वह निकाय है जिसमें एक भारी से भारी द्रव्यमान कण दृढ़ आधार से एक भाररहित, अवितान्य तथा प्रत्यास्थ डोरी से लटका होता है।

प्रश्न 9.
नीचे दिए गए किसी कण के त्वरण a तथा विस्थापन x के बीच संबंधों में से किससे सरल आवर्त गति संबद्ध है
(a) a = 0.7x
(b) $a = -200x^2$
(c) a = -10x
(d) $a = -100x^3$.

https://www.evidyarthi.in/

उत्तर:
केवल संबंध (c) सरल आवर्त गति को प्रदर्शित करता है, क्योंकि त्वरण एवं विस्थापन एक-दूसरे के समानुपाती एवं विपरीत हैं एवं गति एक सरल रेखा के अनुदिश है।

प्रश्न 10.
कोई व्यक्ति कलाई घड़ी बाँधे किसी मीनार की चोटी से गिरता है। क्या मुक्त रूप से गिरते समय उसकी घड़ी यथार्थ समय बताती है ?
उत्तर:
कलाई घड़ी में स्प्रिंग का उपयोग होता है, उसमें संचित स्थितिज ऊर्जा का उपयोग होता है, जोकि गुरुत्वीय त्वरण से प्रभावित नहीं होता है। अतः मुक्त रूप से गिरते समय घड़ी यथार्थ समय बताती है।

प्रश्न 11.
गुरुत्वबल के अंतर्गत मुक्त रूप से गिरते किसी केबिन में लगे सरल लोलक के दोलन की आवृत्ति क्या होती है ?
उत्तर:
चूँकि $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}$ (a =g, मुक्त गति के लिए)
अतःT = ∞ (अनंत)
अतः आवृत्ति का मान शून्य होगा।

प्रश्न 12.
सेकण्डी लोलक किसे कहते हैं ? इसकी लंबाई का सूत्र स्थापित कीजिए।
उत्तर:
जिस सरल लोलक का आवर्तकाल 2 सेकण्ड होता है उसे सेकण्डी लोलक कहते हैं।
सूत्र $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ में, T = 2 सेकण्ड रखने पर सेकण्डी लोलक की लंबाई l = $\frac{g}{\pi^2}$.

प्रश्न 13.
दोलनी गति के किस वस्तु में किन गुणों का होना आवश्यक है ?
उत्तर:

- दोलन करती वस्तु में जड़त्व का गुण विद्यमान होना चाहिए, तभी वह अपनी माध्य स्थिति को पार करके दूसरी ओर चली जायेगी।
- वस्तु में प्रत्यास्थता का गुण होना चाहिए तभी दोलन करती वस्तु में प्रत्यानयन बल उत्पन्न होगा।

https://www.evidyarthi.in/

प्रश्न 14.
आवर्तकाल और आवृत्ति को परिभाषित कीजिए।
उत्तर:
आवर्तकाल – आवर्ती गति में वह न्यूनतम समय अन्तराल जिसके पश्चात् गति स्वयं को दोहराती है, आवर्तकाल कहलाता है।

अथवा

दोलन गति करने वाली वस्तु को एक दोलन या एक कम्पन पूरा करने में जितना समय लगता है उसे उसका आवर्तकाल T कहते हैं।
आवृत्ति-कोई वस्तु एक सेकण्ड में जितने कम्पन या दोलन पूर्ण कर लेती है उसे उसकी आवृत्ति । कहते हैं । इसका SI मात्रक ह है । इसे Hz से दर्शाते हैं।

$$\upsilon = \frac{1}{T} = \frac{1}{\text{आवर्तकाल}}$$

प्रश्न 15.
सरल आवर्त गति तथा एकसमान वृत्तीय गति में क्या सम्बन्ध है ?
उत्तर:
जब कोई कण किसी वृत्त की परिधि पर एकसमान चाल से गति करता है तो उस कण से वृत्त के . व्यास पर डाले गये लंब के पाद की रेखीय गति सरल आवर्त गति होती है।
निर्देश वृत्त के किसी एक व्यास के अनुदिश एकसमान वृत्तीय गति के प्रक्षेप को सरल आवर्त गति कहते हैं।

प्रश्न 16.
स्प्रिंग नियतांक को परिभाषित कीजिये तथा SI मात्रक लिखिये।
उत्तर:
किसी स्प्रिंग की लंबाई में एकांक वृद्धि या एकांक संकुचन उत्पन्न करने के लिए आवश्यक बल को उस स्प्रिंग का स्प्रिंग नियतांक या बल नियतांक कहते हैं। इसे k से प्रदर्शित करते हैं। इसका SI मात्रक न्यूटन / मीटर तथा इसका विमीय सूत्र $[M^1L^0T^{-2}]$ है।

प्रश्न 17.
स्प्रिंग से लटके हुए द्रव्यमान के आवर्तकाल का सूत्र लिखिए।
उत्तर:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{द्रव्यमान}}{\text{बल नियतांक}}}$$

या $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ सेकण्ड।

https://www.evidyarthi.in/

प्रश्न 18.
सरल लोलक की प्रभावकारी लंबाई क्या होती है ? इसे गोलक के केन्द्र तक क्यों नापते हैं?
उत्तर:
निलंबन बिन्दु से गोलक के केन्द्र तक की लंबाई को सरल लोलक की प्रभावकारी लंबाई कहते हैं। चूँकि गोलक का गुरुत्व केन्द्र उसके केन्द्र पर होता है अतः इसे गोलक के केन्द्र तक नापते हैं।

प्रश्न 19.
सरल लोलक का आवर्तकाल उसकी प्रभावकारी लंबाई के साथ किस प्रकार बदलता है ?
उत्तर:
चूँकि आवर्तकाल $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ के अनुसार $T \propto \sqrt{l}$। अर्थात प्रभावकारी लंबाई बढ़ाने पर आवर्तकाल बढ़ जायेगा।

प्रश्न 20.
क्या कारण है कि गर्मी के दिनों में लोलक वाली घड़ी सुस्त हो जाती है जबकि जाड़े के दिनों में तेज हो जाती है ?
उत्तर:
गर्मी के दिनों में लोलक वाली घड़ी के लोलक की लंबाई ऊष्मीय प्रसार के कारण बढ़ जाती है। अत: उसका आवर्तकाल भी बढ़ जाता है फलत: घड़ी सुस्त हो जाती है। इसके विपरीत जाड़े के दिनों में लोलक की लंबाई सिकुड़ जाती है जिससे उसका आवर्तकाल घट जाता है तथा घड़ी तेज हो जाती है।

प्रश्न 21.
क्या किसी कृत्रिम उपग्रह के अन्दर लोलक वाली घड़ी प्रयुक्त की जा सकती है?
उत्तर:
नहीं, क्योंकि उपग्रह के अन्दर प्रत्येक वस्तु भारहीनता की स्थिति में होती है अर्थात् $g = 0$ होता है। अत: $T = \infty$ होगा अर्थात् लोलक दोलन नहीं करेगा यही कारण है कि उपग्रह के अन्दर लोलक के स्थान पर स्प्रिंग वाली घड़ी का उपयोग किया जाता है।

प्रश्न 22.
एक लड़की झूला झूल रही है। यदि वह झूलते-झूलते खड़ी हो जाये तो झूले के आवर्तकाल पर क्या प्रभाव पड़ेगा?
उत्तर:
लड़की के खड़े हो जाने पर गुरुत्व केन्द्र ऊपर उठ जायेगा जिससे प्रभावकारी लंबाई घट जायेगी तथा आवर्तकाल कम हो जायेगा।

प्रश्न 23.
एक लड़की झूला झूल रही है यदि एक और लड़की उसके साथ आकर बैठ जाये तो झूले के आवर्तकाल पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

https://www.evidyarthi.in/

उत्तर:
यदि एक और लड़की उसके पास आकर बैठ जाये तो आवर्तकाल पर कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा यदि गुरुत्व केन्द्र की स्थिति अप्रभावित रहे क्योंकि आवर्तकाल का मान द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता।

प्रश्न 24.
सरल लोलक को पहाड़ या खान पर ले जाने पर उसके आवर्तकाल पर क्या प्रभाव पड़ेगा तथा क्यों?
उत्तर:
आवर्तकाल बढ़ जायेगा क्योंकि पहाड़ या खान में ले जाने से g का मान घटता है तथा सरल लोलक का आवर्तकाल T, गुरुत्वीय त्वरण g के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

प्रश्न 25.
पेण्डुलम वाली घड़ियों का थर्मामीटर में पारे के चढ़ने या उतरने से क्या सम्बन्ध है ?
उत्तर:
थर्मामीटर में पारे के ऊपर चढ़ने का अर्थ है-ताप का बढ़ना तथा पारे के नीचे गिरने का अर्थ है-
ताप का घटना। ताप के घटने या बढ़ने से पेण्डुलम घड़ी के लोलक की प्रभावकारी लंबाई घटती या बढ़ती है जिससे उसका आवर्तकाल भी घटता या बढ़ता है तथा घड़ी सुस्त या तेज हो जाती है।

प्रश्न 26.
लोलक वाली घड़ी को ध्रुवों पर ले जाने पर वह तेज क्यों हो जाती है ?
उत्तर:
ध्रुवों पर गुरुत्वीय त्वरण g का मान अधिकतम होता है अत: $T \propto \sqrt{\frac{l}{g}}$ के अनुसार ध्रुवों पर T का मान कम हो जायेगा अर्थात् घड़ी को एक दोलन करने में समय कम लगेगा और वह तेज हो जायेगी।

प्रश्न 27.
कृत्रिम उपग्रह में लोलक घड़ी समय क्यों नहीं बताती ?
उत्तर:
कृत्रिम उपग्रह में g= 0 अत: लोलक के आवर्तकाल के सूत्र $T \propto \sqrt{\frac{l}{g}}$ से $T \propto \sqrt{\frac{l}{0}} = \infty$
अतः लोलक का आवर्तकाल अनन्त हो जायेगा तथा घड़ी बन्द हो जायेगी।

https://www.evidyarthi.in/

लघु उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1.
एक सरल लोलक का गोलक एक जल से भरी गेंद है। यदि गेंद की तली में एक बारीक छिद्र कर दें तो आवर्तकाल पर क्या प्रभाव पड़ेगा?
उत्तर:
जैसे-जैसे गेंद में से जल बाहर निकलता जाता है इसका आवर्तकाल पहले बढ़ता है तथा फिर घटने लगता है। प्रारंभ में जब गेंद जल से पूरी भरी है तब लोलक का गुरुत्व केन्द्र गेंद के केन्द्र पर ही है जैसेजैसे गेंद में से जल बाहर निकलता है लोलक का गुरुत्व केन्द्र गेंद के केन्द्र से नीचे की ओर खिसकने लगता है जिससे लोलक की प्रभावकारी लंबाई बढ़ने लगती है अतः लोलक का आवर्तकाल भी बढ़ने लगता है। जब गेंद आधे से अधिक खाली हो जाती है तब लोलक का गुरुत्व केन्द्र पुनः ऊपर उठने लगता है जिससे लोलक की प्रभावकारी लंबाई पुनः घटने लगती है। अतः आवर्तकाल भी घटने लगता है जब गेंद पूर्णतः खाली हो जाती है तब लोलक का गुरुत्व केन्द्र पुनः गेंद के केन्द्र पर आ जाता है अत: आवर्तकाल अपने प्रारंभिक मान पर आ जाता है।

प्रश्न 2.
सरल आवर्त गति किसे कहते हैं ? कोई चार उदाहरण देकर समझाइए।
उत्तर:
जब कोई पिण्ड अपनी साम्य स्थिति के दोनों ओर सरल रेखा में इस प्रकार आवर्त गति करता है कि इसका त्वरण प्रत्येक स्थिति में कण के विस्थापन के अनुक्रमानुपाती होता है तथा त्वरण की दिशा सदैव माध्य स्थिति की ओर होती है तब पिण्ड की गति सरल आवर्त गति कहलाती है।

उदाहरण – सरल लोलक की गति, स्प्रिंग से लटके पिण्ड की गति, स्वरित्र द्विभुज की गति, झूले की गति इत्यादि।
विशेषताएँ-

- वस्तु अपनी मध्यमान स्थिति के दोनों ओर सरल रेखा में गति करती है।
- वस्तु पर लगने वाला बल, मध्यमान स्थिति से विस्थापन के अनुक्रमानुपाती होता है तथा सदैव मध्यमान स्थिति की ओर होता है ।
- यांत्रिक ऊर्जा सदैव संरक्षित रहती है। गतिज ऊर्जा, स्थितिज ऊर्जा में तथा स्थितिज ऊर्जा, गतिज ऊर्जा में बदलती रहती है।

https://www.evidyarthi.in/

प्रश्न 3.
सरल आवर्त गति में कण के त्वरण तथा विस्थापन में सम्बन्ध लिखिए तथा इसकी सहायता से आवर्तकाल का व्यंजक प्राप्त कीजिए।
उत्तर:
सरल आवर्त गति में y विस्थापन पर कण का त्वरण $f = \omega^2 y$
जहाँ ω कण का कोणीय वेग है यहाँ (-)ve चिन्ह केवल त्वरण की दिशा बतलाता है, अतः

$$\omega^2 = \frac{f}{y} = \frac{\text{त्वरण}}{\text{विस्थापन}} \text{ (संख्यात्मक मान)}$$

या कोणीय वेग $\omega = \sqrt{\text{त्वरण/विस्थापन}}$

अतः आवर्तकाल $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\text{त्वरण/विस्थापन}}} = 2\pi\sqrt{\frac{\text{विस्थापन}}{\text{त्वरण}}}$

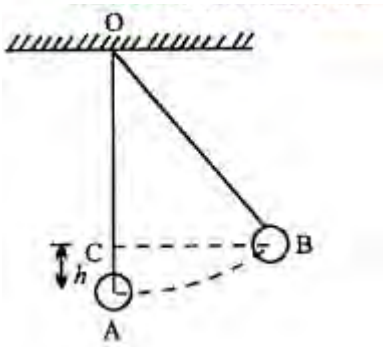
प्रश्न 4.
सरल आवर्त गति करते हुए कण के लिए विस्थापन, वेग तथा त्वरण के सूत्र लिखिए तथा बताइये कि
(i) कण का वेग कब अधिकतम तथा कब शून्य होगा ?
(ii) कण का त्वरण कब अधिकतम तथा कब शून्य होगा?
उत्तर:
विस्थापन $y = a \sin \omega t$
वेग $u = a\omega \cos \omega t = \omega\sqrt{a^2 - y^2}$
तथा त्वरण $f = -\omega^2 a \sin \omega t = -\omega^2 y$
जहाँ a कण का आयाम तथा ω कोणीय आवृत्ति है।

(i) कण का वेग अधिकतम, माध्य स्थिति (y = 0) पर होगा।
$u_{max} = \omega.a$
कण का वेग शून्य, अधिकतम विस्थापित स्थिति (y = ±a) पर होगा।
u = 0 जब y = ±a.

(ii) कण का त्वरण अधिकतम, अधिकतम विस्थापित स्थिति (y = ±a) पर होगा।
$f_{max} = \pm\omega^2$ जबकि y = ±a
कण का त्वरण शून्य, माध्य स्थिति पर होगा (f = 0 जबकि y = 0)।

https://www.evidyarthi.in/

प्रश्न 5.
सरल लोलक से क्या अभिप्राय है ? सरल लोलक को जब माध्य स्थिति से हटाया जाता है तो वह दोलन करने लगता है, क्यों ?
उत्तर:



सरल लोलक-अति लघु उत्तरीय प्रश्न क्रमांक 8 देखें।
जब लोलक को माध्य स्थिति A से विस्थापित करके स्थिति B पर पहुँचा दिया जाता है तो स्पष्ट है कि लोलक कुछ ऊपर उठ जाता है और उसकी स्थितिज ऊर्जा बढ़ जाती है। यदि लोलक को स्थिति B पर स्वतंत्र छोड़ दिया जाता है तो उसका गुरुत्व केन्द्र स्थायी संतुलन के लिए नीचे की ओर गिरता है और स्थिति A पर वापस पहुँचते-पहुँचते उसकी संपूर्ण स्थितिज ऊर्जा, गतिज ऊर्जा में बदल जाती है। स्थिति A पर आकर लोलक रुकता नहीं है बल्कि गति के जड़त्व के कारण आगे की ओर बढ़ जाता है और माध्य स्थिति A के दोनों ओर दोलन करता रहता है।

प्रश्न 6.
सरल लोलक के आवर्तकाल का सूत्र लिखिए तथा बताइए कि यह किन-किन कारकों पर तथा किस प्रकार निर्भर करता है ?
उत्तर:
सरल लोलक का आवर्तकाल $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$
उपर्युक्त सूत्र से स्पष्ट है कि सरल लोलक का उसके

(1) लंबाई पर निर्भरता – $T \propto \sqrt{l}$। अर्थात् यदि लोलक की प्रभावकारी लंबाई बढ़ाकर चार गुनी कर दी जाये तो उसका आवर्तकाल दोगुना हो जायेगा।

https://www.evidyarthi.in/

(2) गुरुत्वीय त्वरण पर निर्भरता-सरल लोलक का आवर्तकाल $T \propto = \sqrt{\frac{l}{g}}$ अर्थात् g का मान बढ़ने पर आवर्तकाल घट जाता है तथा g का मान कम होने पर आवर्तकाल बढ़ जाता है।

प्रश्न 7.
सरल लोलक के नियम लिखिए। प्रत्येक नियम का क्या व्यावहारिक उपयोग है ?
उत्तर:
चूँकि सरल लोलक का आवर्तकाल $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$
उपर्युक्त सूत्र से सरल लोलक के निम्नलिखित चार नियम प्राप्त होते हैं-

- लंबाई का नियम – सरल लोलक का आवर्तकाल उसकी प्रभावकारी लंबाई के वर्गमूल के समानुपाती होता है अर्थात् $T \propto \sqrt{l}$.
  इस नियम का उपयोग लोलक वाली घड़ियों के सुस्त या तेज हो जाने पर उन्हें ठीक करने के लिए किया जाता है।
- गुरुत्वीय त्वरण का नियम-सरल लोलक का आवर्तकाल उस स्थान पर गुरुत्वीय त्वरण के वर्गमूल के व्युत्क्रमानुपाती होता है अर्थात् $T \propto \sqrt{\frac{l}{g}}$ इसीलिए पहाड़ों या खान में जाने पर लोलक घड़ी सुस्त हो जाती है।
- द्रव्यमान का नियम – सरल लोलक का आवर्तकाल, लोलक अथवा धागे के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है। अत: लोलक भारी या हल्का, यदि उसका गुरुत्व केन्द्र समान रहता है तो उसका आवर्तकाल भी समान रहता है।
- समकालत्व का नियम-सरल लोलक का आवर्तकाल, आयाम पर निर्भर नहीं करता है (यदि आयाम कम हो) यही कारण है कि सरल लोलक के प्रयोग में लोलक का कोणीय आयाम कम रखा जाता है।

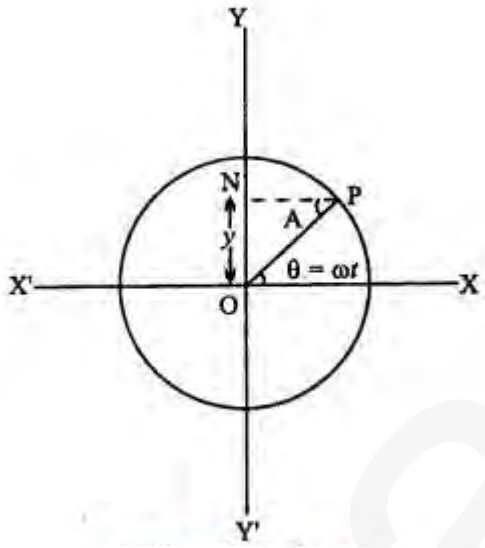
प्रश्न 8.
आवृत्ति तथा आवर्तकाल में सम्बन्ध ज्ञात कीजिए।
उत्तर:
माना दोलन गति करने वाली वस्तु की आवृत्ति υ तथा आवर्तकाल T है चूँकि T सेकण्ड में दोलनों की संख्या = 1
अतः 1 सेकण्ड में दोलनों की संख्या = $\frac{1}{T}$
आवृत्ति की परिभाषा से, $\upsilon = \frac{1}{T}$
या $\upsilon.T = 1$ यही अभीष्ट संबंध है।

प्रश्न 9.
सरल आवर्त गति के कण का विस्थापन समीकरण स्थापित कीजिए।
उत्तर:
माना XY X'Y' एक वृत्त है जिसका केन्द्र 0 है तथा त्रिज्या A है।
माना इस वृत्त की परिधि पर एक कण एकसमान कोणीय वेग ω से घूम रहा है। माना समय t = 0 पर कण

https://www.evidyarthi.in/

बिन्दुःX पर है तथा किसी समय t पर कण बिन्दु P पर है। बिन्दु P से व्यास YO Y′ पर डाले गये लंब PN का पाद N है। चूंकि कण को बिन्दु x से P तक जाने में सेकण्ड लगते हैं अतःt सेकण्ड में कण द्वारा घूमा हुआ कोण ∠POX = θ है।

$$\text{तब कोणीय वेग} = \frac{\text{कोणीय विस्थापन}}{\text{समयान्तराल}}$$



या ω = $\frac{\theta}{t}$
∴ θ = ω.t
t सेकण्ड में पाद का विस्थापन ON है।
माना कि ON = y है।
तब, ΔNPO में sin NPO = $\frac{ON}{OP}$
परन्तु, ∠NPO = ∠ POX = θ = ωt
ON = y,OP = A
अतः sin ωt = $\frac{y}{A}$
या y = A sin ωt.

प्रश्न 10.
सरल आवर्त गति करते हुए कण के वेग के लिए सूत्र स्थापित कीजिए।
उत्तर:
सरल आवर्त गति करने वाले कण का विस्थापन समीकरण निम्न द्वारा व्यक्त किया जाता है-
y = A sin(ωt + Φ) ....(1)
जहाँ A = आयाम तथा Φ कण की प्रारंभिक कला है।
चूँकि वेग ν = $\frac{dy}{dt}$
अतः समी. (1) का t के सापेक्ष अवकलन करने पर,
ν = $\frac{d}{dt}$[A sin(ωt + Φ)]

https://www.evidyarthi.in/

$\Rightarrow v = A\omega\cos(\omega t + p) = A\omega\sqrt{1 - \sin^2(\omega t + \phi)}$

$\Rightarrow v = A\omega\sqrt{1 - \frac{y^2}{A^2}}$ [समी. (1) से मान रखने पर]

या $v = \omega\sqrt{A^2 - y^2}$ .....(2)

समी. (2) सरल आवर्त गति करने वाले कण का वेग समीकरण है।

स्थिति – (i) यदि y = 0 हो, तो समी. (2) से,

$v = \omega\sqrt{A^2 - 0} = A\omega$(अधिकतम)

अतः जब कण साम्यावस्था से गुजरता है तो वेग अधिकतम होता है।

(ii) यदि y = ± A हो तो समी. (2) से,

$v = \omega\sqrt{A^2 - A^2} = 0$

प्रश्न 11.

सरल आवर्त गति करने वाले कण के त्वरण के लिए सूत्र व्युत्पन्न कीजिए और बताइये कि कण का त्वरण कब अधिकतम और कब न्यूनतम होता है ?

उत्तर:

सरल आवर्त गति करने वाले कण के विस्थापन को निम्न समी. द्वारा व्यक्त किया जाता है-

$y = A\sin(\omega t + \Phi)$ ....(1)

यदि कण का त्वरण α हो तो

$$\alpha = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left[\frac{d}{dt}\left[A\sin(\omega t + \phi)\right]\right]$$

या $$\alpha = \frac{d}{dt}\left[A\omega\cos(\omega t + \phi)\right] = A\omega\frac{d}{dt}\cos(\omega t + \phi)$$

या $\alpha = -A\omega^2\sin(\omega t + \Phi)$

समी. (1) से मान रखने पर,

$\alpha = -A\omega^2.\frac{y}{A} = -\omega^2 y$ ....(2)

या $\alpha = y$

अतः सरल आवर्त गति करने वाले कण का त्वरण उसकी साम्य स्थिति से विस्थापन के अनुक्रमानुपाती होता है।

(-)ve चिन्ह दर्शाता है कि त्वरण की दिशा विस्थापन बढ़ने की दिशा के विपरीत अर्थात् साम्य स्थिति की ओर होती है।

स्थिति – (i) जब y = 0 हो तो समी. (2) से,

$\alpha = 0$

अर्थात् जब कण साम्य स्थिति से गुजरता है तो उसका त्वरण 0 होता है।

https://www.evidyarthi.in/

स्थिति – (ii) जब y = A हो तो समी. (2) से,
$\alpha = -\omega^2 A$ (अधिकतम)
अर्थात् जब कण का विस्थापन अधिकतम होता है तो उसका त्वरण भी अधिकतम होता है।

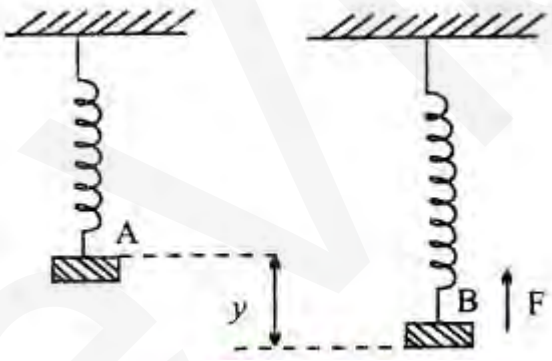
प्रश्न 12.
सरल आवर्त गति करने वाले कण के आवर्तकाल तथा आवृत्ति के व्यंजक ज्ञात कीजिए।
उत्तर:
सरल आवर्त गति करने वाले कण का त्वरण
$\alpha = \omega^2 y$ (केवल परिमाण लेने पर)
$\omega^2 = \frac{\alpha}{y}$

$$\Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{\alpha}{y}} = \sqrt{\frac{\text{त्वरण}}{\text{विस्थापन}}}$$

$$\text{आवर्तकाल } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{\text{विस्थापन}}{\text{त्वरण}}}$$

$$\text{आवृत्ति } \upsilon = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\text{त्वरण}}{\text{विस्थापन}}}$$

प्रश्न 13.
m द्रव्यमान का एक पिण्ड किसी आदर्श स्प्रिंग से लटका हुआ ऊपर-नीचे दोलन कर रहा है। यदि स्प्रिंग का बल नियतांक k हो तो सिद्ध कीजिए कि इसका आवर्तकाल $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
हो
उत्तर:



माना एक आदर्श स्प्रिंग दृढ़ आधार से लटकी है तथा इसके निचले सिरे पर m द्रव्यमान का एक पिण्ड लटका हुआ है पिण्ड की साम्य स्थिति A है। अब यदि पिण्ड पर एक बल लगाकर नीचे की ओर स्थिति B तक खींचकर उसे छोड़ते हैं तो पिण्ड ऊपर-नीचे सरल आवर्त गति करने लगता है।

https://www.evidyarthi.in/

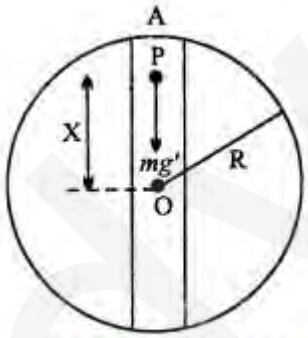
माना स्थिति B पर साम्य स्थिति A से विस्थापन y है तो स्प्रिंग के द्वारा पिण्ड पर लगने वाला प्रत्यानयन बल F, विस्थापन y के अनुक्रमानुपाती होता है तथा इस बल की दिशा साम्य स्थिति की ओर होती है। अर्थात् $F \propto -y$ या $F = -ky$, जहाँ k स्प्रिंग का बल नियतांक है।

अत: पिण्ड का त्वरण $= \frac{\text{बल}}{\text{द्रव्यमान}} = \frac{-k}{m}y$

या $= \frac{\text{विस्थापन}}{\text{त्वरण}} = \frac{m}{k}$, (क्योंकि यहाँ ऋणात्मक चिन्ह केवल यह दर्शाता है कि त्वरण की दिशा विस्थापन की दिशा के विपरीत है)

आवर्तकाल $T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{विस्थापन}}{\text{त्वरण}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

प्रश्न 14.
यदि पृथ्वी के गुरुत्वीय केन्द्र के आर-पार कोई खोखली नली डालना सम्भव हो तो उसमें छोड़ी गयी किसी गोली की गति कैसी होगी ? गोली के वेग तथा त्वरण में किस प्रकार परिवर्तन होगा? गोली की गति का आवर्तकाल ज्ञात कीजिए। नली के माध्यम का प्रभाव उपेक्षणीय है।
उत्तर:



गोली पृथ्वी के केन्द्र के दोनों ओर सरल आवर्त गति करेगी। पृथ्वी के केन्द्र पर गोली का वेग अधिकतम तथा त्वरण शून्य होगा जबकि पृथ्वी के तल पर गोली का वेग शून्य तथा त्वरण अधिकतम (पृथ्वी के केन्द्र की ओर) होगा।

चित्र में माना पृथ्वी की त्रिज्या R तथा केन्द्र O है । पृथ्वी तल पर बिन्दु A से पृथ्वी के व्यास के अनुदिश आर-पार खोखली नली में m द्रव्यमान की एक गोली बिन्दु A पर छोड़ी जाती है। किसी क्षण गोली की स्थिति बिन्दु P पर है जिसकी पृथ्वी के केन्द्र से दूरी x है। बिन्दु P पर गुरुत्वीय त्वरण $g' = g.\frac{x}{R}$ (केन्द्र O की ओर)
अर्थात्
त्वरण ∝ विस्थापन (माध्य स्थिति की ओर)
अत: गोली की गति, सरल आवर्त गति होगी जिसका

आवर्तकाल $T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{विस्थापन}}{\text{त्वरण}}} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$

यदि $R = 6.4 \times 10^6$ मीटर तथा g = 9.8 मीटर/ सेकण्ड$^{'2}$ है तो

https://www.evidyarthi.in/

$T = 2\pi\sqrt{\frac{6{\cdot}4\times10^6}{9{\cdot}8}}$
T = 5075 सेकण्ड
या T = 84.6 मिनट।

प्रश्न 15.
सेकण्ड लोलक किसे कहते हैं ? इसकी प्रभावकारी लंबाई की गणना कीजिए।
उत्तर:
सेकण्ड लोलक-अति लघु उत्तरीय प्रश्न क्रमांक 12 देखें।
सेकण्ड लोलक की प्रभावकारी लंबाई लगभग 100 सेमी होती है
हम जानते हैं कि सरल लोलक का आवर्तकाल
$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$
या $T^2 = 4\pi^2\left(\frac{l}{g}\right)$
या $l = \frac{gT^2}{4\pi^2}$
सेकण्ड लोलक के लिए T = 2 सेकण्ड
एवं समुद्र तल पर 45° अक्षांश पर g का प्रामाणिक मान = 981 सेमी/सेकण्ड^2
$l = \frac{981\times2\times2}{4\times(3{\cdot}14)^2}$ = 99.34 सेमी
l = 100 सेमी (लगभग)
अर्थात् सेकण्ड लोलक की प्रभावकारी लम्बाई लगभग 100 सेमी होती है।

https://www.evidyarthi.in/