CBSE Class 11th Physics Important Questions Chapter 6 कणों के निकाय तथा घूर्णी गति

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1.
घूर्णी गति किसे कहते हैं ?
उत्तर-
जब कोई पिण्ड बल लगाये जाने पर अपने में से जाने वाले किसी अक्ष के परितः घूमने लगता है, तो इस गति को घूर्णी गति कहते हैं। उदाहरण-पंखे के ब्लेडों की गति, पहिये की गति।

प्रश्न 2.
दृढ़ पिण्ड किसे कहते हैं ?
उत्तर-
प्रत्येक पिण्ड अनेक छोटे-छोटे कणों से मिलकर बना माना जा सकता है। यदि किसी पिण्ड पर कोई बाह्य बल आरोपित करने पर उसके कणों में परस्पर एक-दूसरे के सापेक्ष कोई विस्थापन न हो, तो ऐसे पिण्ड को दृढ़ पिण्ड कहते हैं।

प्रश्न 3.
घूर्णन गति तथा वृत्तीय गति में क्या अंतर है ?
उत्तर-
घूर्णन गति में घूर्णन अक्ष पिण्ड के किसी बिन्दु से होकर गुजरता है जबकि वृत्तीय गति में घूर्णन अक्ष पिण्ड के बाहर होता है। उदाहरण-पृथ्वी का अपने अक्ष के परितः घूमना घूर्णन गति है, जबकि पृथ्वी का सूर्य के परितः चक्कर लगाना वृत्तीय गति है।

प्रश्न 4.
बल आघूर्ण किसे कहते हैं ? इसका मात्रक तथा विमीय सूत्र क्या है ? बल आघूर्ण का मान कब अधिकतम होता है?
उत्तर-
किसी बल द्वारा किसी पिण्ड को किसी अक्ष के परितः घुमाने के प्रभाव को उस बल का घूर्णन अक्ष के परितः बल आघूर्ण कहते हैं।
बल आघूर्ण बल के परिमाण और घूर्णन अक्ष से बल की क्रियारेखा के बीच की लंबवत् दूरी पर निर्भर करता है। इसे τ (टाऊ) से प्रदर्शित करते हैं।

अतः बल आघूर्ण = बल × अक्ष से बल की क्रियारेखा के बीच की लंबवत् दूरी .
τ = बल × आघूर्ण भुजा
SI में इसका मात्रक न्यूटन मीटर तथा विमीय सूत्र $[M^1L^2T^{-2}]$ है।

प्रश्न 5.
कोणीय वेग तथा कोणीय त्वरण से क्या तात्पर्य है ? इनका मात्रक तथा विमीय सूत्र लिखिए।
उत्तर-
कोणीय वेग-किसी कण द्वारा घूर्णन अक्ष के परितः 1 सेकण्ड में घूमा हुआ कोण उस कण का कोणीय वेग कहलाता है।
इसका मात्रक रेडियन/सेकण्ड है, विमीय सूत्र $[M^{\circ}L^{\circ}T^{-1}]$ है।' कोणीय त्वरण-घूर्णन गति में समय के साथ कोणीय वेग में परिवर्तन की दर को कोणीय त्वरण कहते हैं। इसका मात्रक रेडियन/सेकेण्ड है, विमीय सूत्र $[M^{\circ}L^{\circ}T^{-2}]$ है।

प्रश्न 6.
कोणीय संवेग से क्या तात्पर्य है ? यह सदिश राशि है या अदिश?
उत्तर-
किसी कण के रैखिक संवेग का किसी घूर्णन अक्ष के परितः आघूर्ण, कण का कोणीय संवेग कहलाता है।
अर्थात् कोणीय संवेग = रेखीय संवेग × घूर्णन अक्ष से लंबवत् दूरी
इसका SI मात्रक जूल-सेकण्ड है। यह एक सदिश राशि है।

प्रश्न 7.
जड़त्व आघूर्ण से क्या तात्पर्य है ? इसका SI मात्रक तथा विमीय सूत्र लिखियें
उत्तर-

किसी पिण्ड का एक निश्चित घूर्णन अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण उसके विभिन्न कणों के द्रव्यमानों तथा घूर्णन अक्ष से उनकी संगत दूरियों के वर्गों के गुणनफलों के योग के बराबर होता है।
अर्थात् जड़त्व आघूर्ण I = Σmr^2
इसका SI मात्रक किग्रा मीटर है तथा विमीय सूत्र $[M^1 L^2 T^{\circ}]$है।

प्रश्न 8.
जड़त्व आघूर्ण का भौतिक महत्व लिखिये।
उत्तर-
घूर्णन गति में वस्तु का जड़त्व आघूर्ण जितना अधिक होता है, अवस्था परिवर्तन के लिए उतना ही अधिक बल आघूर्ण लगाना पड़ता है।

प्रश्न 9.
किसी पिण्ड का जड़त्व आघूर्ण किन-किन कारकों पर निर्भर करता है ?
उत्तर-

- पिण्ड के द्रव्यमान पर,
- घूर्णन अक्ष के सापेक्ष पिण्ड के द्रव्यमान के वितरण पर।

प्रश्न 10.
यदि किसी पिण्ड के घूमने की दिशा बदल दी जाये, तो जड़त्व आघूर्ण पर क्या प्रभाव पड़ता है?
उत्तर-
कोई प्रभाव नहीं पड़ता है।

प्रश्न 11.
घूर्णन (परिभ्रमण) त्रिज्या की परिभाषा, मात्रक एवं विमीय सूत्र लिखिए।
उत्तर-
किसी पिण्ड की घूर्णन त्रिज्या, घूर्णन अक्ष से उस बिन्दु की लंबवत् दूरी है, जिस पर पिण्ड के संपूर्ण द्रव्यमान को केन्द्रित मान लेने पर प्राप्त जड़त्व आघूर्ण वस्तु के वास्तविक जड़त्व आघूर्ण के बराबर होता है। इसे K से प्रदर्शित करते हैं। इसका मात्रक मीटर तथा विमीय सूत्र $[M^{\circ}L^{1}\ T^{\circ}]$ है।

प्रश्न 12.
घूर्णन कर रहे पिण्ड पर कोई बल आघूर्ण लगना क्या आवश्यक है ? कारण सहित . समझाइये।
उत्तर-
बल आघूर्ण केवल पिण्ड में कोणीय त्वरण उत्पन्न करने के लिए आवश्यक होता है, अतः घूर्णन कर रहे पिण्ड पर कोई बल आघूर्ण लगना आवश्यक नहीं है।

प्रश्न 13.
छोटी डोरी के सिरे से पत्थर बाँधकर घुमाना, लंबी डोरी की तुलना में आसान है, क्यों?
उत्तर-
छोटी डोरी की बजाय, लंबी डोरी के सिरे पर पत्थर बाँधकर घुमाने पर पत्थर का जड़त्व आघूर्ण ($I = MR^2$) बढ़ जाता है, जिसके फलस्वरूप इसे घुमाने के लिए आवश्यक बल आघूर्ण $t=Ia$ का मान बढ़ जाता है अर्थात् अब पत्थर के टुकड़े को घुमाने के लिए अधिक बल आघूर्ण लगाना पड़ता है।

प्रश्न 14.
कोणीय संवेग तथा बल आघूर्ण में संबंध लिखिए।
उत्तर-
बल आघूर्ण = कोणीय संवेग में परिवर्तन की दर अर्थात् $\tau = \frac{dJ}{dt}$

प्रश्न 15.
कोणीय संवेग तथा जड़त्व आघूर्ण में क्या संबंध है ?
उत्तर-
कोणीय संवेग = जड़त्व आघूर्ण × कोणीय वेग।

प्रश्न 16.
सायकिल के पहिये में स्पोक्स क्यों लगाये जाते हैं ?
उत्तर-
पहिये में स्पोक्स लगाने से उसका अधिकांश द्रव्यमान उसके सिरे पर केन्द्रित होता है, जिससे उसका जड़त्व आघूर्ण अधिक होता है। जड़त्व आघूर्ण अधिक होने के कारण पहिया एकसमान रफ्तार से घूमता है, फलस्वरूप झटके नहीं लगते।

प्रश्न 17.
दरवाजा खोलने का हैण्डिल दरवाजे से दूर लगा रहता है, क्यों?
उत्तर-
ऐसा होने से बल की क्रियारेखा की अक्ष से लंबवत् दूरी बढ़ जाती है, अतः कम बल लगाकर दरवाजे को आसानी से खोला या बंद किया जा सकता है।

प्रश्न 18.
घूर्णी गति में घूर्णन अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु का वेग कितना होगा?
उत्तर-
घूर्णी गति में घूर्णन अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु का वेग शून्य होता है।

प्रश्न 19.
कुम्हार के चाक को घुमाने के लिए लकड़ी फँसाने का गड्ढा परिधि के पास क्यों बनाया जाता है ?
उत्तर-
ऐसा करने से उत्तोलक भुजा का मान बढ़ जाता है, जिससे बल आघूर्ण का मान बढ़ जाता है, अतः थोड़ा सा भी बल लगाने पर चाक आसानी से घूमने लगता है।

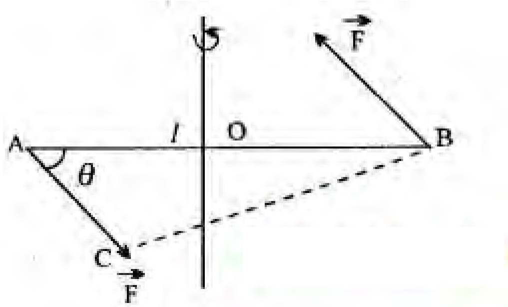
प्रश्न 20.
जड़त्व तथा जड़त्व आघूर्ण में अन्तर लिखिए।
उत्तर-
जड़त्व तथा जड़त्व आघूर्ण में अन्तर

जड़त्व	जड़त्व आपूर्ण
1. रैखिक गति में यह महत्वपूर्ण है।	1. यह घूर्णी गति में महत्वपूर्ण होता है।
2. यह वस्तु के द्रव्यमान पर निर्भर करता है।	2. यह कण के द्रव्यमान तथा घूर्णन अक्ष से उसकी लंबवत् दूरी पर निर्भर करता है।
3. किसी वस्तु का जड़त्व नियत होता है।	3. भिन्न-भिन्न घूर्णन अक्षों के सापेक्ष किसी वस्तु का जड़त्व आघूर्ण भिन्न-भिन्न होता है।

प्रश्न 21.
किसी निकाय के यांत्रिक संतुलन से क्या तात्पर्य है ? .
उत्तर-
जब निकाय पर कार्यरत कुल बलों का सदिश योग एवं कुल बल आघूर्णों का सदिश योग शून्य हो, तो वह यांत्रिक संतुलन में होगा।

प्रश्न 22.
आघूर्णों का सिद्धान्त लिखिए।
उत्तर-
इस सिद्धांत के अनुसार, घूर्णी संतुलन में, अक्ष के परितः वामावर्त आघूर्णों एवं दक्षिणावर्त आघूर्णों का योग शून्य होता है । वामावर्त आघूर्णों को धनात्मक एवं दक्षिणावर्त आघूर्णों को ऋणात्मक लिया जाता है।

प्रश्न 23.
बलयुग्म के आघूर्ण से क्या तात्पर्य है ? यह किन बातों पर निर्भर करता है ?
उत्तर-
जब किसी दृढ़ पिण्ड पर दो समान परिमाण के बल विपरीत दिशा में इस प्रकार लगाये जाते हैं कि उनकी क्रियारेखाएँ समान न हों तो बलों के इस युग्म को बलयुग्म कहते हैं। चित्र में बलयुग्म प्रदर्शित किया गया है।



बलयुग्म के दोनों बलों में से एक बल और उनकी क्रियारेखाओं के बीच की लंबवत् दूरी के गुणनफल को उस बलयुग्म का आघूर्ण कहते हैं।अर्थात् बलयुग्म का आघूर्ण = एक बल x बलयुग्म की भुजा∴ $\tau = F \times d$
इस सूत्र से स्पष्ट है कि बलयुग्म का आघूर्ण अधिक होगा यदि-

- बल का परिमाण अधिक हो
- बलयुग्म की भुजा लंबी हो अर्थात् दो बलों की क्रिया रेखाओं के बीच की लंबवत् दूरी अधिक हो।

प्रश्न 24. पेंचकस का हत्था चौड़ा क्यों बनाया जाता है ?
उत्तर-
क्योंकि ऐसा करने से आरोपित बल की क्रिया रेखा से अक्ष की लंबवत् दूरी बढ़ जाती है, जिसके फलस्वरूप बल आघूर्ण का मान बढ़ जाता है, अत: पेंच आसानी से घूमने लगता है।

प्रश्न 25.
जलपंप का हत्था लंबा क्यों होता है ?
उत्तर-
हत्था के लंबे होने से हत्थे की पिस्टन से लंबवत् दूरी अधिक हो जाती है। इस प्रकार बल की क्रियारेखा की अक्ष से लंबवत् दूरी अधिक होने के कारण बल आघूर्ण का मान बढ़ जाता है।

प्रश्न 26. पाने की सहायता से नट को खोलना आसान होता है, क्यों?
उत्तर-इस स्थिति में बल की क्रियारेखा को अक्ष से लंबवत् दूरी बढ़ जाती है, जिससे बल आघूर्ण का मान भी बढ़ जाता है, अत: नट आसानी से घूम जाता है।

लघु उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1.
सदिश गुणन को परिभाषित कर इसके गुणों को लिखिए।
उत्तर-
दो सदिशों $\vec{a}$ एवं $\vec{b}$ का सदिश गुणन एक सदिश राशि होती है, इसकी दिशा सदिश $\vec{a}$ एवं $\vec{b}$ के तल के लम्बवत् होती है। सदिश गुणन की गणितीय परिभाषा निम्न है
$\vec{a} \times \vec{b}$ = ab sinθ. $\widehat{n}$
$\widehat{n}$ = इकाई सदिश जो सदिश ।

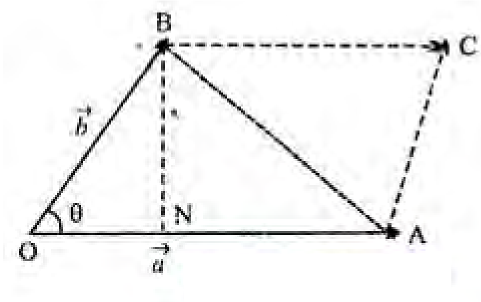
एवं । के तल के लम्बवत् होता है। गुण-
(i) दो सदिशों का सदिश गुणन एक सदिश राशि है।
(ii) यह क्रम-विनिमेय नियम का पालन नहीं करता
$\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{b} \times \vec{a}$.

(iii) यह साहचर्य नियम का पालन नहीं करता
$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) \neq (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$.

(iv) सदिश गुणन, सदिश योग पर वितरणशील होता है,
$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$.

(v) $\vec{a} \times \vec{a}$ = (शून्य सदिश)

प्रश्न 2.
दर्शाइये कि सदिश $\vec{a}$ एवं $\vec{b}$ से बने त्रिभुज के क्षेत्रफल का परिमाण $\vec{a} \times \vec{b}$ के परिमाण का आधा होता है।
उत्तर-
माना सदिशों $\vec{a}$ एवं $\vec{b}$ के मध्य का कोण θ है तथा इसे क्रमशः $\overrightarrow{OA}$ एवं $\overrightarrow{OB}$ द्वारा प्रदर्शित किया गया है। समान्तर चतुर्भुज OACB को पूर्ण कर OA पर एक लम्ब BN खींचा गया है। ΔONB में,
$\sin \theta = \frac{BN}{OB}$
$\Rightarrow \sin \theta = \frac{\mathrm{BN}}{b}$
BN = b sinθ



ΔOAB का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ (OA)(BN)

= $\frac{1}{2}$ ab sinθ

$\therefore |\vec{a} \times \vec{b}|$ = ab sin θ

अतः ΔOAB क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$

प्रश्न 3.

एकसमान द्रव्यमान घनत्व के निम्नलिखित पिण्डों में मान केन्द्र की स्थिति लिखिए

(a) गोला,

(b) सिलिण्डर,

(c) छल्ला तथा

(d) घन।

उत्तर-

(a) गोला-गोले का केन्द्र।

(b) सिलिण्डर-सिलिण्डर के सममिति अक्ष का मध्य बिन्दु।

(c) छल्ला-छल्ले का केन्द्र।

(d) घन-विकर्णों के कटान बिन्दु पर।

प्रश्न 4. घूर्णी गति में कार्य को परिभाषित कीजिए।

उत्तर-

जिस प्रकार रैखिक गति में कण द्वारा किया गया कार्य, बल तथा बल की दिशा में विस्थापन के गुणनफल के बराबर होता है, ठीक उसी प्रकार घूर्णन गति में बल आघूर्ण द्वारा किया गया कार्य, बल आघूर्ण तथा कोणीय विस्थापन के गुणनफल के बराबर होता है, अर्थात् कार्य W = τ.dθ ………………..(1)

तथा घूर्णन गति में व्यय शक्ति P = $\frac{W}{t} = \tau \frac{d\theta}{dt}$

$\therefore$ P=τ.ω ……………….. (2)

प्रश्न 5.

सिद्ध कीजिए कि कोणीय संवेग = जड़त्व आघूर्ण × कोणीय वेग

अथवा

सिद्ध कीजिए कि J = I × ω.

उत्तर-
माना कोई पिण्ड किसी अक्ष के परितः कोणीय वेग ω से घूर्णन गति कर रहा है। घूर्णन अक्ष से r_1, r_2, r_3...... दूरियों पर स्थित $m_1.m_2.m_3$ .... द्रव्यमान के कणों के रेखीय वेग क्रमशः v_1, v_2, v_3....... हैं । अतः
m_1 द्रव्यमान के कण का रेखीय संवेग = $m_1 v_1$
चूँकि $v = r.\omega$
∴ रेखीय संवेग = $m_1 r_1 . \omega$

अतः m_1 द्रव्यमान के कण का घूर्णन अक्ष के परितः कोणीय संवेग
$= m_1 r_1 \omega \times r_1 = m_1 r_1^2 \omega$
इसी प्रकार m_2, m_3... द्रव्यमान के कणों से घूर्णन अक्ष के परितः कोणीय संवेग क्रमशः $m_3 r_2^2 \omega$, $m_3 r_3^2 \omega$.... होंगे।
अतः संपूर्ण पिण्ड का घूर्णन अक्ष के परितः कोणीय संवेग .

$$\therefore \quad J = m_1 r_1^2 \omega + m_2 r_2^2 \omega + m_3 r_3^2 \omega + ... = \omega (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + ...)$$

या $$J = \omega \sum m r^2$$

$$\because \quad \sum m r^2 = I$$

$$\therefore \quad J = I\omega$$

अर्थात् कोणीय संवेग = जड़त्व आघूर्ण × कोणीय वेग

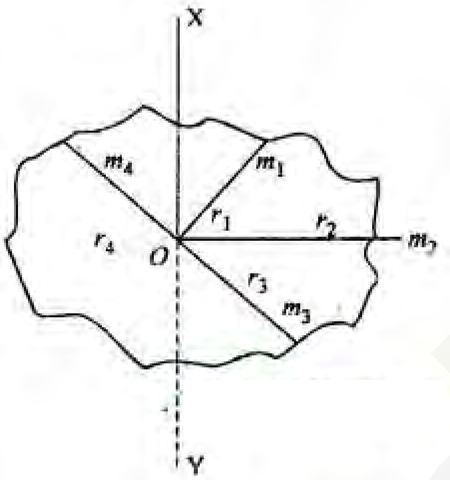
प्रश्न 6.
कोणीय संवेग से आप क्या समझते हैं ? कोणीय संवेग एवं घूर्णन गतिज ऊर्जा में संबंध स्थापित कीजिए।
उत्तर-
कोणीय संवेग-अति लघु उत्तरीय प्रश्न क्रमांक 6 देखें।
घूर्णन गतिज ऊर्जा तथा कोणीय संवेग में संबंध-चूँकि हम जानते हैं कि घूर्णन गतिज ऊर्जा
$E_k = \frac{1}{2} I.\omega^2 = \frac{1}{2} I.\omega.\omega$
चूँकि $I\omega = J$
∴ $E_k = \frac{1}{2} I.\omega$
या $J = \frac{2E_k}{\omega}$

अर्थात् कोणीय वेग = $\dfrac{2 \times \text{घूर्णन गतिज ऊर्जा}}{\text{कोणीय वेग}}$

प्रश्न 7.
कोणीय संवेग संरक्षण नियम क्या है ? लिखकर सिद्ध कीजिए।
उत्तर-
इस नियमानुसार- "यदि किसी घूमते हुए पिण्ड या निकाय पर कोई बाह्य बल आघूर्ण न लगाया जाये, तो उसका कोणीय संवेग नियत रहता है।"
अर्थात् J = नियतांक या $I\omega$ = नियतांक
हम जानते हैं कि कोणीय संवेग में परिवर्तन की दर लगाये गये बाह्य बल आघूर्ण के बराबर होती है।

अर्थात् τ = $\frac{d J}{dt}$
यदि बाह्य बल आघूर्ण τ = 0 हो, तो τ = $\frac{d J}{dt}$ = 0
या J = नियतांक
परन्तु J= Iω.
∴ Iω = नियतांक .... (1)
अर्थात् समीकरण (1) से स्पष्ट है कि यदि बाह्य बल आघूर्ण शून्य हो, तो किसी निकाय के जड़त्व आघूर्ण के घटने से उसका कोणीय वेग बढ़ने लगता है।

प्रश्न 8.
किसी पिण्ड के जड़त्व आघूर्ण से आप क्या समझते हैं ? इसका व्यंजक ज्ञात कीजिए।
उत्तर-
जड़त्व आघूर्ण-अति लघु उत्तरीय प्रश्न क्रमांक 7 देखें। .



माना कोई पिण्ड XY अक्ष के परितः घूर्णन कर रहा है। इस पिण्ड को m_1, m_2, m_3...द्रव्यमान के कणों से मिलकर बना माना जा सकता है, जिनकी घूर्णन अक्ष से दूरियाँ $r_1 r_2 r_3$ ...हैं। तब घूर्णन अक्ष के परितः इन कणों के जड़त्व आघूर्ण $m_1 r_1^2$, $m_2 r_2^2$, $m_3 r_3^2$... हैं।
तब इस पिण्ड का XY अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण
$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2$....
या I = Σmr^2 .... (1)
समीकरण (1) से स्पष्ट है कि किसी पिण्ड का जड़त्व आघूर्ण निम्न कारकों पर निर्भर करता है

- पिण्ड के द्रव्यमान पर,
- द्रव्यमान के वितरण पर,
- घूर्णन अक्ष की स्थिति पर।

प्रश्न 9.
बल आघूर्ण तथा जड़त्व आघूर्ण में सम्बन्ध बताइये।
उत्तर-
माना कोई पिण्ड किसी अक्ष के परितः कोणीय वेग ω से घूम रहा है। उस पर बाह्य बल आघूर्ण लगाने से

उसमें कोणीय त्वरण α उत्पन्न हो जाता है।
माना घूर्णन अक्ष से r दूरी पर स्थित एक कण का रेखीय त्वरण α है। तब न्यूटन के गति के द्वितीय नियम से,
F=m.a परन्तु

a =r.α

∴ F = mr.α

इस कण का दिये गये अक्ष के परितः बल आघूर्ण
= बल × बल की क्रियारेखा के अक्ष से लंबवत् दूरी ।

या τ = F × r

या τ= mrα.r

= $mr^2\alpha$

अतः संपूर्ण पिण्ड में कोणीय त्वरण α उत्पन्न करने के लिए बल आघूर्ण

$$\tau = m_1 r_1^2 \alpha + m_2 r_2^2 \alpha + m_3 r_3^2 \alpha + \ldots$$

या $$\tau = \alpha \left(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots\right) = \alpha \cdot \sum mr^2$$

चूँकि $$\sum mr^2 = I$$

∴ $$\tau = I\alpha$$

अर्थात् बल आघूर्ण = जड़त्व आघूर्ण × कोणीय त्वरण।

प्रश्न 10.
सिद्ध कीजिए कि कोणीय संवेग में परिवर्तन की दर, उस पिण्ड पर लगाये गये बाह्य बल आघूर्ण के बराबर होती है।.
उत्तर-
माना किसी पिण्ड पर बल आघूर्ण र लगाने पर उसमें कोणीय त्वरण उत्पन्न होता है।
तब τ = Iα ………………… (1)
परन्तु α = $\frac{d\omega}{dt}$
अत: τ = I.$\frac{d\omega}{dt}$ ………………….. (2)
एवं पिण्ड का घूर्णन अक्ष के परितः कोणीय संवेग J = Iω
t के सापेक्ष अवकलन करने पर $\frac{dJ}{dt}$ = I. $\frac{dJ}{dt}$ ……………………. (3)
अतः समी. (2) तथा (3) से,
$\frac{dJ}{dt}$ = τ
समी. (4) से स्पष्ट है कि कोणीय संवेग में परिवर्तन की दर उस पिण्ड पर लगाये गये बाह्य बल आघूर्ण के बराबर होती है।

प्रश्न 11.
रेखीय तथा घूर्णी गति में विभिन्न व्यंजकों की तुलना कीजिए।
उत्तर-

रेखीय तथा घूर्णी गति में विभिन्न व्यंजकों की तुलना_

रेखीय गति	घूर्णी गति
1. विस्थापन $= x$	1. कोणीय विस्थापन $= \theta$
2. रेखीय वेग $v = \frac{dx}{dt}$	2. कोणीय वेग $\omega = \frac{d\theta}{dt}$
3. रेखीय त्वरण $a = \frac{dv}{dt}$	3. कोणीय त्वरण $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$
4. द्रव्यमान $= m$	4. जड़त्व आघूर्ण $= I$
5. बल $= F$	5. बल आघूर्ण $= \tau$
6. रेखीय संवेग $P = m \cdot v$	6. कोणीय संवेग $J = I \cdot \omega$
7. बल $F = \frac{dp}{dt}$	7. बल आघूर्ण $\tau = \frac{dJ}{dt}$
8. गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}mv^2$	8. घूर्णन गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}I\omega^2$
9. रेखीय गति के समीकरण—	9. घूर्णी गति के समीकरण—
$v = u + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$s = ut + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
$v^2 = u^2 + 2as$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$

प्रश्न 12.
एक ग्रह सूर्य के चारों ओर दीर्घवृत्ताकार कक्षा में चक्कर लगा रहा है। कक्षा में इसका
(1) कोणीय वेग,
(2) रेखीय वेग किस प्रकार बदलेगा?
उत्तर-
सूर्य के चारों ओर ग्रह की गति सूर्य की ओर दिष्ट गुरुत्वाकर्षण बल के अन्तर्गत (अर्थात् केन्द्रीय बल के अन्तर्गत) होती है। अतः इसका कोणीय संवेग संरक्षित रहेगा।

1. चूँकि कोणीय संवेग $L = mr^2 \omega$ नियत है। अतः जब ग्रह सूर्य के पास पहुँचता है, तो दूरी r घटेगी, अतः कोणीय वेग ω बढ़ेगा तथा जब ग्रह, सूर्य से दूर जाता है, तो r के बढ़ने से कोणीय वेग ω घटेगा, क्योंकि
होता है।
2. चूँकि कोणीय संवेग L = mvr = नियतांक, अतः ग्रह सूर्य के पास आने पर r घटेगा, पर रेखीय वेग v बढ़ेगा तथा ग्रह के सूर्य से दूर जाने पर r बढ़ने पर रेखीय वेग v घटेगा, क्योंकि $v \propto \frac{1}{r}$

प्रश्न 13.
दीवार के सहारे झुकी सीढ़ी पर जैसे-जैसे आदमी ऊपर चढ़ता है, इसके फिसलने की संभावना बढ़ती जाती है, क्यों ?
उत्तर-
जैसे-जैसे आदमी सीढ़ी पर ऊपर चढ़ता जाता है, इसके भार की क्रिया रेखा, सीढ़ी के आधार से लंबवत् दूरी बढ़ती जाती है, जिसके फलस्वरूप सीढ़ी के आधार के परितः आदमी के भार का बल आघूर्ण बढ़ता जाता है तथा सीढ़ी के फिसलने की संभावना बढ़ती जाती है।

प्रश्न 14.
एक ही अक्ष के परितः घूर्णन कर रही दो वस्तुओं A तथा B के जड़त्व आघूर्ण क्रमशः I_1 तथा I_2, हैं।
(1) यदि इनके कोणीय संवेग समान हैं, तो इनकी घूर्णन गतिज ऊर्जाओं की तुलना कीजिए।
(2) यदि इनकी घूर्णन गतिज ऊर्जाएँ समान हैं तो इनके कोणीय संवेगों की तुलना कीजिए।
उत्तर-
हम जानते हैं कि यदि कोई वस्तु कोणीय वेग ω से किसी अक्ष के परितः घूर्णन कर रही है तथा इसका जड़त्व आघूर्ण I है, तो घूर्णन गतिज ऊर्जा $E = \frac{1}{2}I\omega^2$ तथा कोणीय संवेग $J = I.\omega$
उपर्युक्त संबंधों से, $\omega = \frac{J}{I}$
अतः $E = \frac{1}{2}I\frac{J^2}{f^2} = \frac{J^2}{2I}$
या. $J^2 = 2IE$.

1. यदि कोणीय संवेग समान है, तो $E_1 = \frac{J^2}{2I_1}$
एवं $E_2 = \frac{J^2}{2I_2}$
अतः $\frac{E_1}{E_2} = \frac{I_2}{I_1}$
अर्थात् अर्थात् कम जड़त्व आघूर्ण वाली वस्तु की घूर्णन ऊर्जा अधिक होगी।

2. यदि घूर्णन गतिज ऊर्जाएँ समान हैं, तो

$$J_1 = \sqrt{2EI_1}$$

एवं $$J_2 = \sqrt{2EI_2}$$

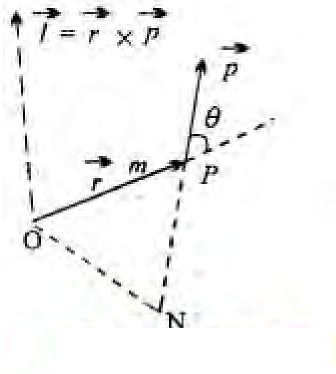
अतः $$\frac{J_1}{J_2} = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}}$$

अर्थात् $$J \propto \sqrt{I}$$

अर्थात् अधिक जड़त्व आघूर्ण वाली वस्तु का कोणीय संवेग अधिक होगा।

प्रश्न 15. कोणीय संवेग से क्या तात्पर्य है ? इसका व्यंजक ज्ञात कीजिए ।
उत्तर-

कोणीय संवेग-अति लघु उत्तरीय प्रश्न क्रमांक 6 देखें।
माना चित्र में m द्रव्यमान का एक कण P है, जिसका मूलबिन्दु O के सापेक्ष स्थिति सदिश $\vec{r}$ है तथा कण का रेखीय संवेग $\vec{p}$ (= $\overrightarrow{mv}$) है, तो कण का बिन्दु O के परितः कोणीय संवेग का परिमाण J = (कण का रेखीय संवेग p) × बिन्दु O से संवेग की क्रिया रेखा पर लंब की लंबाई (ON) = pr sinθ



चूँकि समकोण ΔOPN में,
ON = OP sin θ=r sin θ
या J= rpsin θ
यहाँ θ सदिश $\vec{r}$ तथा $\vec{p}$ के बीच का कोण है।
कोणीय संवेग एक सदिश राशि है। इसकी दिशा दोनों सदिशों $\vec{r}$ तथा $\vec{p}$ के सम्मिलित तल के लंबवत् होती है तथा यह दिशा सदिश गुणनफल के दायें हाथ के नियम द्वारा दी जाती है।
अतः सदिश रूप में कोणीय संवेग

$$\vec{J} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times (m\vec{v}) = m \cdot (\vec{r} \times \vec{v}).$$

प्रश्न 16.
कोणीय त्वरण से आप क्या समझते हैं ? सिद्ध कीजिए कि रेखीय त्वरण = कोणीय त्वरण – घूर्णन अक्ष से कण की दूरी।
उत्तर-
कोणीय त्वरण-कोणीय वेग में परिवर्तन की दर को कोणीय त्वरण कहते हैं।
अर्थात् कोणीय त्वरण = $\dfrac{\text{कोणीय वेग में परिवर्तन}}{\text{समयान्तराल}}$
यदि Δt समय में कोणीय वेग में परिवर्तन Δω हो, तो औसत कोणीय त्वरण = $\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$
∴ तात्क्षणिक कोणीय त्वरण α = $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ = $\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ .... (1)

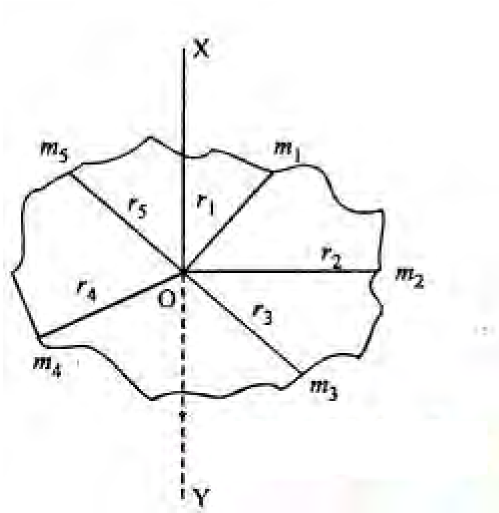
परन्तु v = rω, जहाँ r कण की अक्ष से दूरी है।
अतः t के सापेक्ष अवकलन करने पर,
$\frac{dv}{dt}$ = r . $\frac{d\omega}{dt}$ = r.α
[समी. (1) से]
चूँकि $\frac{dv}{dt}$ = a = रेखीय त्वरण

$\therefore$ a = r.α
अत: रेखीय त्वरण = कोणीय त्वरण × घूर्णन अक्ष से कण की दूरी। यही सिद्ध करना था।

प्रश्न 17.
घूर्णन त्रिज्या से क्या तात्पर्य है ? समांगी पिण्ड की घूर्णन त्रिज्या के लिए व्यंजक ज्ञात कीजिए।
उत्तर-
घूर्णन त्रिज्या-अति लघु उत्तरीय प्रश्न क्रमांक 11 देखें।
यदि M द्रव्यमान के पिण्ड की किसी घूर्णन अक्ष के परितः घूर्णन त्रिज्या K हो, तो $I = MK^2$
परन्तु $I = \Sigma mr^2$
या $MK^2 = \Sigma mr^2 = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2....$
$\therefore K = \sqrt{\frac{m_1r_1^2+m_2r_2^2+m_3r_3^2+\ldots.}{\mathrm{M}}}$

समांगी पिण्ड के सभी कणों का द्रव्यमान एकसमान होगा। अर्थात्
$m_1 = m_2 = m_3 = \ldots\ldots\ldots\ldots = m.$
अतः $MK^2 = m(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \ldots)$
परन्तु M = m × N , जहाँ N = कणों की संख्या है।
अत: $mNK^2 = m(r_1^2 + r_2^2 + \ldots)$
$\therefore K^2 = \frac{r_1^2+r_2^2+r_3^2+\ldots}{N}$
या $K=\sqrt{\frac{r_1^2+r_2^2+r_3^2+\ldots\ldots.}{N}}$
स्पष्ट है कि किसी पिण्ड की घूर्णन त्रिज्या, पिण्ड के विभिन्न कणों की अक्ष से दूरियों के वर्ग-माध्य-मूल के बराबर होती है।

प्रश्न 18.
घूर्णन गतिज ऊर्जा का व्यंजक ज्ञात कीजिए।
उत्तर-
माना कोई पिण्ड किसी घूर्णन अक्ष XY के परित: नियत कोणीय वेग ω से घूर्णी गति कर रहा है।
माना यह पिण्ड m_1, m_2, m_3....... द्रव्यमान के कणों से मिलकर बना है, जिनकी घूर्णन अक्षों से दूरियाँ r_1, r_2 ... हैं तथा इन कणों के रेखीय वेग क्रमश: $v_1, v_2 v_3$, ... हैं।
स्पष्ट है कि कणों की गतिज ऊर्जा $\frac{1}{2}m_1v_1^2$, $\frac{1}{2}m_2v_{22}$, $\frac{1}{2}m_3v_3{}^2$ होंगी।
अतः पिण्ड की संपूर्ण गतिज ऊर्जा
$E_k = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_{22} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
चूँकि v=rω.
$\therefore E_k = \frac{1}{2}m_1(r_1\omega)^2 + \frac{1}{2}m_2(r_2\omega)^2 + \ldots..$



या $E_k = \frac{1}{2}\omega^2 m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \quad = \frac{1}{2}\omega^2 \Sigma mr^2$

चूँकि $\Sigma mr^2 = I$ = जड़त्व आघूर्ण

$\therefore E_k = \frac{1}{2} I\omega^2$

अर्थात् घूर्णन गतिज ऊर्जा = $\frac{1}{2}$ × जड़त्व आघूर्ण × (कोणीय वेग)