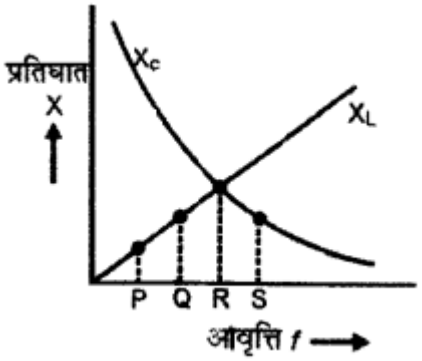
CBSE Class 12 Physics Chapter 7 Important Questions
प्रत्यावर्ती धारा

अति लघुत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1.
प्रत्यावर्ती धारा के वर्ग माध्य मूल (rms) मान एवं शिखर मान में संबंध लिखित।
उत्तर:
$I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ जहाँ I_{rms} प्रत्यावर्ती धारा का वर्गमाध्य मूल मान व I_0 शिखर मान है।

प्रश्न 2.
दिए गए चित्र में अनुनादी अवस्था को दर्शाने वाला बिन्दु लिखिए।



हल:
अनुनादी अवस्था को दर्शने वाला बिन्दु R होगा।

प्रश्न 3.
श्रेणी LCR परिपथ मै अनुनाद के 'गुणता कारक' की परिभाषा लिखिए। इसका SI मात्र लिखिए।
उत्तर:
गुणता गुणांक को संधारित्र का प्रेरकत्व के सिरों पर विभवान्तर और प्रतिरोध के सिरों पर विभावान्तर के अनुपात के रूप में परिभाषित करते हैं। यह मात्रकहीन राशी है।

प्रश्न 4.
वॉटहीन धारा को परिभाषित कीजिए।
उत्तर:
परिपथ में बिना ऊर्जा क्षय के रहने वाली धारा को वॉटहीन धारा कहते हैं।

प्रश्न 5.
$\sqrt{LC}$ का विमीय सूत्र क्या हंगा?
उत्तर:
$\sqrt{LC}$ का विमीय सूत्र

$= \sqrt{\text{L का विमीय सूत्र} \times \text{C का विमीय सूत्र}}$

$= \sqrt{M^1 L^2 T^{-2} A^{-2} \times M^{-1} L^{-2} T^{-4} A^2}$

$= \sqrt{M^0 L^0 T^2 A^0}$

$= [T^1]$

प्रश्न 6.
भारत में प्रत्यावर्ती धारा की आवृत्ति कितनी है? यह एक सेकण्ड में कितनी बार शून्य होती है?
उत्तर:
भारत में प्रत्यावर्ती धारा की आवृत्ति 50 Hz है। यह एक चक्र में दो बार शून्य होती है, अतः 1 सेकण्ड में 100 बार शून्य होती है।

प्रश्न 7.
धारा के वर्ग माध्य मूल मान को परिभाषित कीजिए। इसका शिखर मान से क्या संबंध है?
उत्तर:
प्रत्यावर्ती धारा का वर्ग माध्य मूल मान दिष्ट धारा के उस मान के बराबर है जिस पर प्रतिरोधक में समान ऊष्मा उत्पन्न होती है।
$I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

प्रश्न 8.
एक संधारित्र को प्रत्यावर्ती स्रोत से जोड़ने पर औसत शक्ति का मान कितना होता है?
उत्तर:
शुद्ध प्रेरक युक्त परिपथ के लिए $\Phi = 90° = \pi/2$
∴ औसत शक्ति = 0

प्रश्न 9.
क्या चोक कुण्डली द्वारा दिष्ट धारा को नियंत्रित किया जा सकता है? कारण दीजिए।
उत्तर:
चोक कुण्डली द्वारा धारा के मार्ग में डाली गई रूकावट $X_L = 2\pi/L$
∵ दिष्ट धारा के लिए, f = 0 अत: $X_L = 0$
स्पष्ट है कि चोक कुण्डली दिष्ट धारा के मार्ग में कोई रुकावट नहीं डालेगी, अत: चोक कुण्डली द्वारा दिष्ट धारा का नियंत्रण संभव नहीं है।

https://www.evidyarthi.in/

प्रश्न 10.
प्रत्यावर्ती धारा LCR परिपथ में विशेषता गुणांक (Q) क्या प्रदर्शित करता है?
उत्तर:
विशेषता गुणांक (Q) LCR परिपथ द्वारा लगभग बराबर मान की विभिन्न आवृत्तियों में भेद करने की क्षमता का मापन करता है। यह अनुनाद बन की तीक्ष्णता के अनुक्रमानुपाती होता है।

प्रश्न 11.
प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में वॉटहीन धारा का मान लिखो।
उत्तर:
वॉटहीन धारा (I) = $I_0 \sin\Phi$

प्रश्न 12.
अर्द्धशक्ति बिन्दु आवृत्तियाँ किसे कहते हैं? इन पर धारा का मान कितना होता है?
उत्तर:
अर्द्ध शक्ति बिन्दु आवृत्तेयाँ, श्रेणी LCR परिपथ के लिये खींचे गये अनुनाद वक्र पर आवृत्ति के वे मान हैं जिन पर परिपथ में शक्ति परिपथ की अधिकतम शक्ति की आधी रह जाती है तथा धारा का मान, धारा के शिखर मान का $\frac{1}{\sqrt{2}}$ गुना रह जाता है।

प्रश्न 13.
दिष्ट धारा की तुलना में प्रत्यावर्ती धारा को प्राथमिकता क्यों दी जाती है?
उत्तर:
क्योंकि प्रत्यावर्ती धारा को आसानी से निम्न तथा उच्च वोल्टता में परिवर्तित किया जा सकता है तथा ऊष्या हानि को कम किया जा सकता है।

प्रश्न 14.
चोक कुण्डली किस सिद्धांत पर कार्य करती है?
उत्तर:
चौक कुण्डली वॉटहीन धारा के सिद्धांत पर कार्य करती है।

प्रश्न 15.
प्रत्यावर्ती धारा की अति उच्च आवृत्ति पर संघारित्र एक शुद्ध चालक की भाँति व्यवहार करता है क्यों?
उत्तर:
धारितीय प्रतिघात $X_C = \frac{1}{2\pi fC}$ से स्पष्ट है कि $X_C \propto \frac{1}{f}$
अत: अति उच्च आवृत्ति के लिए $X_C \to 0$
अतः संधारित्र शुद्ध चालक की भाँति व्यवहार करेगा।

लघु उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1.
गणितीय रूप से सिद्ध कीजिए कि एक पूरे चक्र के लिए प्रत्यावर्ती धारा का औसत मान शून्य होगा।
उत्तर:
औसत मान (Average Value)
प्रत्यावर्ती धारा का परिमाण व दिशा दोनों ही आवर्त रूप से बदलते रहते हैं। एक पूरे चक्र में प्रत्यावर्ती धारा पहले आधे चक्र (first half cycle) में एक दिशा में एवं दूसरे अर्द्ध - चक्र (second half cycle) में विपरीत दिशा में अधिकतम मान को प्राप्त करती है। इस प्रकार एक पूरे चक्र के लिए प्रत्यावर्ती धारा का औसत मान शून्य होता है। इसीलिए जब एक चलकुण्डल धारामापी (moving cycle galvinometer) प्रत्यावर्ती धारा के मार्ग में जोड़ते हैं तो उसके संकेतक (pointer) में कोई विक्षेप उत्पन्न नहीं होता है। इसका कारण यह है कि चलकुण्डल धारामापी में उत्पन्न विक्षेप उसमें बहने वाली धारा के अनुक्रमानुपाती होता है।
प्रथम आधे चक्र के लिए धारा का औसत मान - यदि प्रत्यावर्ती धारा का शिखर मान I_0 है तो उसका तात्क्षणिक मान-
$I = I_0 \sin \omega t$ ....(1)
आधे चक्र के लिए धारा का औसत मान

$$I_{Mean} \text{ (माध्य)} = \frac{\int_0^{T/2} I dt}{\int_0^{T/2} dt} = \frac{\int_0^{T/2} I_0 \sin \omega t . dt}{\int_0^{T/2} \cdot dt}$$

या
$$I = \frac{I_0 \left[-\frac{\cos \omega t}{\omega} \right]_0^{T/2}}{[t]_0^{T/2}}$$

$$= \frac{-\frac{I_0}{\omega} \left[\cos \frac{\omega T}{2} - \cos 0 \right]}{T/2}$$

या
$$I = \frac{-\frac{I_0}{\omega} \left[\cos \frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{2} - \cos 0 \right]}{T/2} \quad \left[\because \omega = \frac{2\pi}{T} \right]$$

$$= \frac{-\frac{I_0}{\omega} [\cos \pi - \cos 0]}{T/2}$$

$$= \frac{\frac{I_0}{\omega} . [\cos 0 - \cos \pi]}{T/2}$$

$$= \frac{2I_0}{\omega . T} [1 - (-1)] = \frac{2I_0}{\omega . T} . 2 = \frac{2I_0 \times 2}{\frac{2\pi}{T} \times T}$$

https://www.evidyarthi.in/

या $\boxed{\bar{I} = \frac{2I_0}{\pi}}$ ...(2)

या $\bar{I} = \frac{2I_0}{3.14} = 0.637\, I_0$

या $\boxed{\bar{I} = 0.637\, I_0}$

इसी प्रकार द्वितीय अर्द्ध-चक्र के लिए

$$\boxed{I = -\frac{2I_0}{\pi} = -0.637\, I_0} \quad ...(3)$$

पूरे चक्र के लिए प्रत्यावर्ती धारा का औसत मान

$$(I_m)_{full} = (I_m)_{+half} + (I_m)_{-\ half}$$

$$= +\frac{2I_0}{\pi} - \frac{2I_0}{\pi}$$

या $\boxed{(I_m)_{full} = 0}$

इसी प्रकार प्रत्यावर्ती वोल्टता का प्रथम अर्द्ध - चक्र के लिए औसत मान

$\overline{V} = \frac{2\,V_0}{\pi}$ = 0.636 V_0

और द्वितीय अर्द्ध - चक्र के लिए

$\overline{V} = -\frac{2\,V_0}{\pi}$ = -0.636 V_0

चूँकि धारा के चुम्बकीय व रासायनिक प्रभाव धारा के औसत मान पर निर्भर करते हैं और प्रत्यावर्ती धारा का औसत मान पूरे चक्र के लिए शून्य होता है, अतः प्रत्यावर्ती धारा चुम्बकीय एवं स्थायी रासायनिक प्रभाव (magnetic and stable chemical effect) प्रदर्शित नहीं करती है।

प्रश्न 2.

(a) किसी प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में पद 'अनुनाद की तीक्ष्णता की व्याख्या कीजिए।

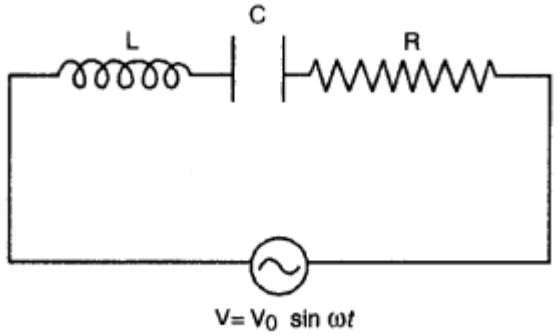
(b) किसी श्रेणी LCR पिरपथ में $V_L = V_C \neq V_R$ है। इस परिपथ के लिए शक्ति गुणांक का मान कितना है?

उत्तर:

(a) LCR परिपथ में यदि अनुनादी आवृत्ति f_0 के प्रत्येक ओर आवृत्ति के मान में थोड़ा - सा भी परिवर्तन करने पर धारा के मान में अत्यधिक कमी हो जाये, तो अनुनाद तीक्ष्ण कहलाता है। अनुनाद की तीक्ष्णता को एक विमाहीन राशि से व्यक्त करते हैं जिसे 'Q' गुणक कहते है।

(b) यदि LCR परिपथ में $V_L = V_C$ है तो परिपथ का शक्ति गुणांक ∞ होगा।

प्रश्न 3.
$V = V_0 \sin \omega t$ वोल्टता के किसी स्रोत से श्रेणी में कोई प्रतिरोधक R और कोई प्रेरक L संयोजित है। कला में धारा से वोल्टता $\pi/4$ अग्र पायी जाती है। यदि प्रेरक को संधारित्र से प्रतिस्थापित कर दें तो वोल्टता कला में धारा से $\pi/4$ पश्च हो जाती है। यदि समान स्रोत से L, C और R को श्रेणी में संयाजित कर दें तो (i) औसत क्षयित शक्ति तथा (ii) परिपथ में ताक्षणिक धारा ज्ञात कीजिए।
उत्तर:
श्रेणीबद्ध (series) LCR परिपथ पर प्रयुक्त A.C. वोल्टता का विश्लेषणात्मक हल (analytical solution)
माना श्रेणी क्रम में जुड़े प्रेरकत्व (L), धारिता (C) व प्रतिरोध (R) के सिरों पर एक प्रत्यावर्ती विद्युत् वाहक बल $V = V_0 \sin \omega t$ लगाया जाता है। माना किसी क्षण परिपथ के अलग - अलग भागों पर विद्युत् वाहक बल के मान निम्न हैं-



(i) प्रतिरोध के सिरों पर विभवान्तर
$V_R = RI$
(ii) संधारित्र के सिरों पर विभवान्तर
$V_C = q/C$
(iii) स्वप्रेरकत्व के कारण विद्युत् वाहक बल
$V_L = L\frac{dI}{dt}$
अतः कुल विद्युत् वाहक का समीकरण
$L\frac{dI}{dt} + RI + \frac{q}{C} = V_0 \sin \omega t$
अवकलन करने पर,
$L\frac{d^2I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} = \omega V_0 \cos \omega t$ .....(1)
$\because I = \frac{dq}{dt}$
अत: समीकरण (1) से,
$L\frac{d^2I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}.I = \omega V_0 \cos \omega t$ .....(2)
यदि समीकरण (2) का हल निम्न प्रकार है:
$I = I_m \sin(\omega t - \Phi)$ .....(3)
जहाँ, Im तथा Φ नियतांक हैं जिनके मानों को ज्ञात करना है।
समीकरण (3) का अवकलन करने पर,
$\frac{dI}{dt} = I_m \omega \cos(\omega t - \Phi)$
तथा $\frac{d^2I}{dt^2} = -I_m \omega^2 \sin(\omega t - \Phi)$

https://www.evidyarthi.in/

I, $\frac{dI}{dt}$ तथा $\frac{d^2I}{dt^2}$ के मान समीकरण (2) में रखने पर,

$$-L I_m \omega^2 \sin(\omega t - \phi) + R I_m \omega \cos(\omega t - \phi) + \frac{I_m}{C} \sin(\omega t - \phi) = V_m \omega \cos \omega t$$

या $-LI_m \omega^2 [\sin \omega t \cos \phi - \cos \omega t \sin \phi] + RI_m \omega [\cos \omega t \cos \phi - \sin \omega t \sin \phi] + \frac{I_m}{C} [\sin \omega t \cos \phi - \cos \omega t \sin \phi] = V_m \omega \cos \omega t$ ...(4)

जब $\omega t = \pi/2$ तब $\sin \omega t = 1$ तथा $\cos \omega t = 0$

अत: समीकरण (4) से,

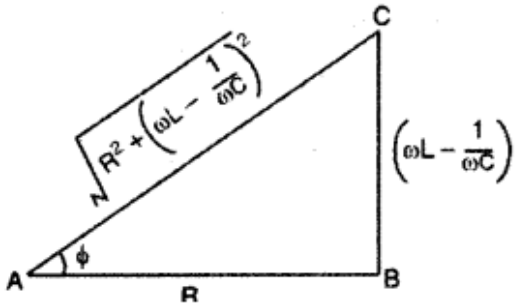
$$-L I_m \omega^2 [\cos \phi] + R I_m \omega \sin \phi + \frac{I_m}{C} \cos \phi = 0$$

या $$R I_m \omega \sin \phi = L I_m \omega^2 \cos \phi - \frac{I_m}{C} \cos \phi$$

या $$R \omega I_m \sin \phi = \omega I_m \cos \phi \left[\omega L - \frac{1}{\omega C} \right]$$

या $$\tan \phi = \frac{\left[\omega L - \frac{1}{\omega C} \right]}{R} \quad \text{...(5)}$$

यदि समीकरण (4) को सन्तुष्ट करने वाला चित्र 7.36 खींचें, तब चित्र से,



$$\sin\phi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

तथा $$\cos\phi = \frac{R}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

अब पुन: जब $\omega t = 0$, तब $\sin \omega t = 0$, तो समीकरण (4) से,

$$-LI_m\omega^2[-\sin\phi] + RI_0\omega[\cos\phi] + \frac{I_0}{C}[-\sin\phi] = V_0\omega$$

या $$LI_0\omega^2\sin\phi + RI_0\omega\cos\phi - \frac{I_0}{C}\sin\phi = V_0\omega \quad ...(6)$$

या $$\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)\sin\phi + RI_0\cos\phi = V_0 \quad ...(7)$$

$\sin\phi$ तथा $\cos\phi$ के मान रखने पर,

$$\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right) I_0\left(\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}\right) + RI_0\frac{R}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = V_0$$

या

$$I_0\left[\frac{\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}} + \frac{R^2}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}\right] = V_0$$

या $$I_0\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2} = V_0$$

https://www.evidyarthi.in/

im का मान समीकरण (2) में रखने पर

या $$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad \ldots(8)$$

$$I = \frac{V_0}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\omega t - \phi)$$

जहाँ $$\Phi = \tan^{-1}\left[\frac{\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)}{R}\right]$$

प्रत्यावर्ती परिपथों में औसत शक्ति (Average Power in A.C. Circuit)

किसी वैद्युत परिपथ में ऊर्जा व्यय की दर को 'शक्ति' (Power) अथवा 'सामर्थ्य' कहते हैं। दिष्ट धारा परिपथ में t सेकण्ड में व्यय ऊर्जा निम्न सूत्र से ज्ञात की जा सकती है-

W = VIt ....(1)

स्पष्ट है कि दिष्ट धारा परिपथ में व्यय ऊर्जा परिपथ के विभवान्तर (V), धारा (I) एवं समय (t) पर निर्भर करती है, लेकिन प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में व्यय ऊर्जा धारा एवं विभवान्तर के परिमाण के साथ - साथ उनके मध्य कलान्तर पर भी निर्भर करती है। प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में धारा एवं विभवान्तर दोनों के मान समय के अनुसार बदलते हैं, अत: व्यय ऊर्जा ज्ञात करने के लिए समी. (1) का प्रयोग सीधे - सीधे नहीं कर सकते। माना प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में धारा एवं विभवान्तर के मध्य कलान्तर Φ है और उन्हें निम्न समीकरणों से व्यक्त किया जाता है-

$I = I_0 \sin \omega t$ ....(1)

$V = V_0 \sin (\omega t + \Phi)$ ....(2)

यदि किसी क्षण t पर समयान्तराल dt के लिए धारा एवं विभवान्तर को नियत मान ले तो इस समयान्तराल में व्यय ऊर्जा ज्ञात करने के लिए समी. (1) का उपयोग कर सकते हैं। अतः dt समयान्तराल में परिपथ में व्यय ऊर्जा dω = V.I.dt

अतः पूरे चक्र में व्यय ऊर्जा

$$W = \int_0^T d\omega = \int_0^T V.I.dt$$

$$W = \int_0^T V_0 \sin(\omega t + \phi).I_0 \sin \omega t.dt$$

$$W = V_0 I_0 \int_0^T \sin(\omega t + \phi) \sin \omega t.dt \quad \ldots(4)$$

उक्त समाकलन को हल करने पर,

$$W = \frac{V_0\, I_0 \cos\phi \,.\, T}{2}$$

$$= \frac{V_0}{\sqrt{2}} \frac{I_0}{\sqrt{2}} \cos\phi.\, T$$

या $$W = V_{rms}.\, I_{rms}.\cos\phi\ T. \quad \ldots(5)$$

या $$\frac{W}{T} = V_{rms}\, I_{rms}.\cos\phi.$$

या $$P = V_{rms}\, I_{rms} \cos\phi \quad \ldots(6)$$

यदि विभवान्तर को V से व्यक्त करें, तो

$P = V_{rms}.I_{rms}.\cos\Phi$

स्पष्ट है कि प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में व्यय सामर्थ्य धारा एवं विभवान्तर के वर्ग माध्य मूल मान पर निर्भर करने के साथ - साथ उनके मध्य कलान्तर (Φ) पर भी निर्भर करती है। कलान्तर पर सामर्थ्य निम्न प्रकार निर्भर करती है-

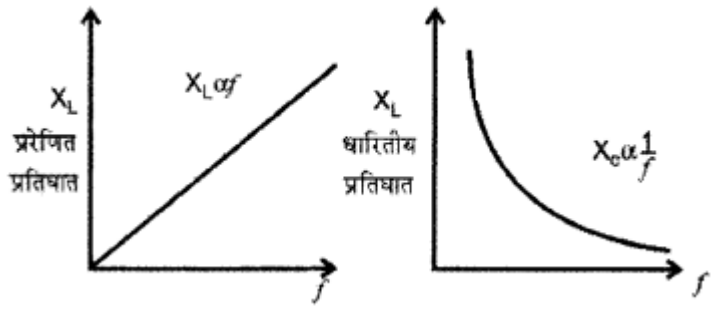
(i) यदि प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में केवल ओमीय प्रतिरोध (Ohmic resistance) है, तो Φ = 0
अतः $P = V_{rms} I_{rms} \cos 0°$
$P = V_{rms}.I_{rms}$

(ii) यदि प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में केवल शुद्ध प्रेरकत्व (Pure inductance) है, तो
$\Phi = + \pi/2 \therefore \cos \Phi = 0$
अतः P = 0
अर्थात् परिपथ में व्यय शक्ति शून्य होगी।

(iii) यदि प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में केवल शुद्ध संधारित्र हैं, तो
$\Phi = +\frac{\pi}{2} \therefore \cos \Phi = 0$
अतः P = 0
अर्थात् परिपथ में व्यय सामर्थ्य शून्य होगी।

(iv) LCR परिपथ में $\cos \Phi = \frac{R}{Z}$ अतः श्रेणी अनुनादी अवस्था में Φ = 0 अर्थात् धारा और वोल्टता एक ही कला में होते है अत: cos Φ = 1 अर्थात् अनुनादी अवस्था में परिपथ का शक्ति गुणांक अधिकतम होता है। विद्युत पंखे की मोटर में तार के कई फेरों के कारण स्वप्रेरकत्व L का मान बढ़ जाता है एवं शक्ति गुणांक बहुत कम हो जाता है। इस कला कोण को कम करने के लिए ही संधारित्र का उपयोग किया जाता है। यही कारण है कि कई बार घरों में पंखा धीमा चलने पर अक्सर इसका संघारित्र बदला गया है।

प्रश्न 4.
प्रेरणिक प्रतिघात तथा बारितीय प्रतिघात का आवृत्ति के साथ लेखाचित्र बनाइये।
उत्तर:



प्रश्न 5.
संघारित्र दिष्ट यारा का मार्ग अवरुद्ध करता है, जबकि प्रत्यावर्ती धारा को जाने देता है, क्यों?
उत्तर:
संघारित्र का प्रतिरोध RC = $\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$
दिष्ट धारा के लिये f = 0
$\therefore X_C = \infty$ (अनन्त) अतः दिष्ट धारा के लिए संघारित अनन्त प्रतिरोध का कार्य करता है जिससे वह दिष्ट धारा को रोकता है।

https://www.evidyarthi.in/

प्रश्न 6.
विद्युत शक्ति संचरण में प्रयुक्त परिपथों के लिए शक्ति गुणांक कम होने का अर्थ है, अधिक शक्ति क्षय समझाइए।
उत्तर:
शक्ति क्षय $P_{av} = I_{rms} V_{rms} \cos\Phi$
Φ कम होने पर cos Φ का मान बढ़ता है। इसलिए शक्ति क्षय बढ़ता है।

प्रश्न 7.
प्रत्यावर्ती धारा परिपथ के लिए प्रतिरोध प्रतिघात एवं प्रतिबाधा में अन्तर स्पष्ट कीजिए।
उत्तर:
प्रतिरोध: किसी चालक द्वारा प्रत्यावर्ती धारा के मार्ग में अवरोध।
प्रतिघात: परेकत्व या संघारित्र द्वारा धारा के मार्ग में डाली गई रूकावट।
प्रतिबाधा: जब प्रत्ववर्ती धारा परिपथ में प्रतिरोध के साथ - साथ प्रतिघात भी होता है, तो पापथ की परिणामी रुकावट प्रतिबाधा कहलाती है।