Class 6 Ganit अध्याय 11 – बीजगणित Notes

गणित की वह शाखा जिसमें हम संख्याओं का अध्ययन करते हैं, अंकगणित कहलाती है। गणित की वह शाखा जिसमें हम आकृतियों का अध्ययन करते हैं, ज्यामिति कहलाती है। गणित की दूसरी शाखा बीजगणित है।

बीजगणित में हम अक्षरों का प्रयोग करते हैं। अक्षरों का प्रयोग हमें निम्नलिखित प्रकार से अनेक प्रकार से सहायता करता है:

- अक्षरों का प्रयोग करके हम सामान्य तरीके से नियम एवं सूत्र लिख सकते हैं।
- अक्षरों का उपयोग करके हम किसी भी संख्या के बारे में बात कर सकते हैं, न कि किसी विशेष संख्या के बारे में।
- अक्षर अज्ञात मात्राओं के लिए खड़े हो सकते हैं। अज्ञात को निर्धारित करने के तरीकों को सीखकर, हम पहेलियों और दैनिक जीवन की कई समस्याओं को सुलझाने के लिए शक्तिशाली उपकरण विकसित करते हैं।
- चूँकि अक्षर संख्याओं का प्रतिनिधित्व करते हैं, इसलिए उन पर संख्याओं की तरह ही संक्रियाएँ की जा सकती हैं। इससे बीजीय व्यंजकों और उनके गुणों का अध्ययन होता है।

माचिस की तीलियों के पैटर्न
हम माचिस की तीलियों का उपयोग करके अक्षर और अन्य आकृतियाँ बना सकते हैं। हम किसी दिए गए आकार को दोहराने के लिए आवश्यक माचिस की तीलियों की संख्या के बीच एक सामान्य संबंध लिख सकते हैं। किसी दिए गए आकार को दोहराए जाने की संख्या अलग-अलग होती है; यह 1, 2, 3,… मान लेता है। यह एक चर है, जिसे कुछ अक्षर n द्वारा दर्शाया जाता है।

परिवर्तनीय चर का विचार
का अर्थ कुछ ऐसा है जो भिन्न हो सकता है (या बदल सकता है)। किसी वेरिएबल का मान निश्चित नहीं होता है. यह अलग-अलग मान ले सकता है. एक वर्ग की लंबाई का कोई भी मान हो सकता है। यह एक परिवर्तनशील है. लेकिन त्रिभुज के कोणों की संख्या का एक निश्चित मान 3 होता है। यह कोई चर नहीं है। किसी चर को दर्शाने के लिए हम किसी भी अक्षर n, l, m, p, x, y, z आदि का उपयोग कर सकते हैं।

अधिक माचिस की तीलियों के पैटर्न
हम माचिस की तीलियों से वर्णमाला के कई अक्षर और अन्य आकृतियाँ बना सकते हैं। उदाहरण के लिए यू, वी, त्रिकोण, वर्ग, आदि। माचिस की तीलियों के पैटर्न में, हम एक पैटर्न बनाने के लिए आवश्यक माचिस की तीलियों की डाई संख्या के लिए सामान्य नियम देने के लिए वेरिएबल एन का उपयोग करते हैं। यह गणित में चरों का एक महत्वपूर्ण उपयोग है।

चर के अधिक उदाहरण
किसी चर को दिखाने के लिए, हम n, m, l, p, x, y, z, आदि जैसे किसी भी अक्षर का उपयोग कर सकते हैं। याद रखें कि एक चर एक संख्या है, जिसका कोई निश्चित मान नहीं होता है। यह विभिन्न मूल्यों को धारण कर सकता है। उदाहरण के लिए, संख्या 10, या संख्या 100 या कोई अन्य दी गई संख्या कोई चर नहीं है। उनके निश्चित मूल्य हैं. इसी प्रकार, चतुर्भुज (4) के कोनों की संख्या निश्चित है; यह भी एक चर नहीं है.

सामान्य नियमों में चरों का उपयोग
ज्यामिति के नियम
एक वर्ग का परिमाप (p) = 4l, जहां l वर्ग की भुजा की लंबाई है
एक आयत का परिमाप (p) = 2l + 2b, जहां l लंबाई है और b है आयत की चौड़ाई.

जोड़ की अंकगणितीय क्रमपरिवर्तनशीलता के **नियम**
मान लीजिए कि a और b दो चर हैं, जो कोई भी संख्यात्मक मान ले सकते हैं।
फिर, a + b = b + a
गुणन की क्रमविनिमेयता
मान लीजिए कि a और b दो चर हैं।
फिर, a × b = b × a
जोड़ पर गुणन की वितरणिता
मान लीजिए कि a, b और c तीन चर हैं।
फिर a × (b + c) = a × b + a × c
योग की साहचर्यता
मान लीजिए कि a, b और c तीन चर हैं।
फिर, (ए + बी) + सी = ए + (बी + सी)।

चर के साथ अभिव्यक्तियाँ
हम जानते हैं कि चर अलग-अलग मान ले सकते हैं; उनका कोई निश्चित मूल्य नहीं है. लेकिन वे संख्याएं हैं. इसीलिए संख्याओं की तरह उन पर जोड़, घटाव, गुणा और भाग की संक्रियाएँ की जा सकती हैं। विभिन्न संक्रियाओं का उपयोग करके, हम $x – 2$, $x + 1$, $3n$, $2m$, , $2y + 5$, $3l – 7$, आदि जैसे चरों के साथ व्यंजक बना सकते हैं।p4

नोट: कई अभिव्यक्तियों का तुरंत मूल्यांकन किया जा सकता है।
उदाहरण के लिए: $3 \times 4 + 6 = 12 + 6 = 18$
लेकिन चर x वाले किसी व्यंजक का मूल्यांकन तब तक नहीं किया जा सकता जब तक x को समान मान न दिया जाए।
उदाहरण के लिए,
जब $x = 1$, $4x + 3 = 4 \times 1 + 3 = 4 + 3 = 7$.

व्यंजकों का व्यावहारिक रूप से उपयोग करना
साधारण भाषा में वर्णित कई कथनों को चर वाले व्यंजकों का उपयोग करके कथनों में बदला जा सकता है।

समीकरण क्या है?
एक समीकरण एक चर पर एक शर्त है. इसे यह कहकर व्यक्त किया जाता है कि एक चर वाला व्यंजक एक निश्चित संख्या के बराबर होता है।
उदाहरण के लिए, $x – 3 = 2$.
एक समीकरण के दो पक्ष होते हैं, LHS और RHS और उनके बीच, समानता का फ़ाइल चिह्न (=) होता है।
समीकरण बताता है कि बायीं ओर (एलएचएस) का मान दाहिनी ओर (आरएचएस) के मान के बराबर है।
यदि एलएचएस आरएचएस के बराबर नहीं है, तो हमें कोई समीकरण नहीं मिलता है।
उदाहरण के लिए, कथन $2n > 10$ या $2n < 10$ एक समीकरण नहीं है।
नोट: $10 - 1 = 9$ जैसे समीकरण को संख्यात्मक समीकरण कहा जाता है क्योंकि इसके दोनों पक्षों में से किसी में भी कोई चर नहीं होता है। आमतौर पर, समीकरण शब्द का प्रयोग केवल एक या अधिक चर वाले समीकरणों के लिए किया जाता है।

समीकरण का समाधान
किसी समीकरण में चर का मान जिसके लिए समीकरण का LHS समीकरण के RHS के बराबर हो जाता है, उसे समीकरण को संतुष्ट करने वाला माना जाता है और उसे ही समीकरण का समाधान कहा जाता है। उदाहरण के लिए, $n = 2$, समीकरण $2n = 4$ का एक समाधान है, जहाँ $n = 3$, समीकरण $3n = 13$ का समाधान नहीं है।

समीकरण का समाधान प्राप्त करना
किसी समीकरण का समाधान प्राप्त करने के लिए, एक विधि परीक्षण और त्रुटि विधि है। इस पद्धति में, हम चर को कुछ मान निर्दिष्ट करते हैं और जांचते हैं कि क्या यह समीकरण को संतुष्ट करता है। हम इस तरह से चर को अलग-अलग मान निर्दिष्ट करते रहते हैं जब तक कि हमें समीकरण को संतुष्ट करने वाला सही मान नहीं मिल जाता।

लेकिन समाधान ढूंढने का यह कोई सीधा और व्यावहारिक तरीका नहीं है. हमें समीकरण का समाधान पाने के लिए परीक्षण और त्रुटि विधि की तुलना में अधिक व्यवस्थित तरीके की आवश्यकता है। बहुत सरल समीकरणों के मामले में, चर को एक स्थान धारक I द्वारा प्रतिस्थापित किया जाता है और इसका मान सामान्य तरीकों से निर्धारित किया जाता है। इस प्रकार प्राप्त चर का मान समीकरण का हल है।

समीकरण का उपयोग करते हुए
मूल रूप से, हमें एक चर में एक समीकरण दिया जाता है जिसका मान हमारे लिए अज्ञात है। समीकरण को हल करने का अर्थ है अज्ञात मान ज्ञात करना। इस प्रकार किसी समीकरण में एक चर को अज्ञात के रूप में देखा जाता है और अज्ञात से शुरू करके, हम समीकरण को देख सकते हैं। इस प्रकार समीकरण को हल करना अज्ञात ज्ञात करने की एक विधि है। इसलिए, यह पहेलियों और समस्याओं को सुलझाने का एक शक्तिशाली तरीका है।