

Class 9 Maths Important Questions Hindi Medium

Chapter 1 संख्या पद्धति

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

2 और 3 के मध्य एक परिमेय संख्या लिखिए।

हल:

2 और 3 के बीच परिमेय संख्या

$$= \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}$$

प्रश्न 2.

दो ऐसी अपरिमेय संख्यायें लिखिए कि उनका योगफल एक परिमेय संख्या हो।

हल:

$$2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}$$

प्रश्न 3.

दो ऐसी अपरिमेय संख्याओं का उदाहरण। दीजिए जिनका गुणनफल एक परिमेय संख्या हो।

हल:

$$2, \sqrt{3}$$

इनका गुणनफल = $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 16$ आता है, जो कि एक परिमेय संख्या है।

प्रश्न 4.

दो ऐसी अपरिमेय संख्याओं का उदाहरण दीजिए जिनका भागफल एक परिमेय संख्या हो।

हल:

$$\sqrt{18}, \sqrt{2}.$$

चूँकि $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3$ जो कि एक परिमेय संख्या है।

प्रश्न 5.

यदि x एक परिमेय संख्या तथा y एक अपरिमेय संख्या हो, तो $x + y$ किस प्रकार की संख्या होगी?

हल:

अपरिमेय।

प्रश्न 6.

यदि a एक परिमेय संख्या और b एक अपरिमेय संख्या हो, तो ab किस प्रकार की संख्या होगी?

हल:

अपरिमेय।

प्रश्न 7.

$\sqrt{5} + 1$ का परिमेयकारी गुणक लिखिए।

हल:

$$\sqrt{5} - 1$$

प्रश्न 8.

$\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ के हर का परिमेयकरण कीजिए।

हल:

अंश तथा हर में $(2 - \sqrt{3})$ से गुणा करने पर

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2+\sqrt{3}} \times \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \\ &= \frac{2-\sqrt{3}}{(2)^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2-\sqrt{3}}{4-3} \\ &= \frac{2-\sqrt{3}}{1} = 2-\sqrt{3} \end{aligned}$$

प्रश्न 9.

$\frac{1}{7-2\sqrt{3}}$ के हर का परिमेयकरण कीजिए।

हल:

अंश तथा हर में $(7 + 2\sqrt{3})$ से गुणा करने पर

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{7-2\sqrt{3}} \times \frac{7+2\sqrt{3}}{7+2\sqrt{3}} \\ &= \frac{7+2\sqrt{3}}{(7)^2 - (2\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{7+2\sqrt{3}}{49-4 \times 3} = \frac{7+2\sqrt{3}}{49-12} \\ &= \frac{7+2\sqrt{3}}{37} \end{aligned}$$

प्रश्न 10.

$2\sqrt{2} + 5\sqrt{3}$ और $\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$ को जोड़िए।

हल:

$$\begin{aligned} & (2\sqrt{2} + 5\sqrt{3}) + (\sqrt{2} - 3\sqrt{3}) \\ &= (2\sqrt{2} + \sqrt{2}) + (5\sqrt{3} - 3\sqrt{3}) \\ &= (2 + 1)\sqrt{2} + (5 - 3)\sqrt{3} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

प्रश्न 11.

$8\sqrt{15}$ को $2\sqrt{3}$ से भाग दीजिए।

हल:

$$8\sqrt{15} \div 2\sqrt{3} = \frac{8\sqrt{3 \times 5}}{2\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$$

$$= 4\sqrt{5}$$

प्रश्न 12.

$\frac{5}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ के हर का परिमेयकरण कीजिए।

हल:

$$\frac{5}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$$

अंश व हर में $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ का गुणा करने पर

$$= \frac{5}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$$

$$= \frac{5(\sqrt{3}+\sqrt{5})}{3-5} = \left(\frac{-5}{2}\right) (\sqrt{3} + \sqrt{5})$$

लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1.

$\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = a + b\sqrt{3}$ तब a तथा b के मान ज्ञात कीजिए।

हल:

प्रश्नानुसार है $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = a + b\sqrt{3}$

दी गई संख्या में $\sqrt{3} - 1$ का अंश व हर में गुणा

$$\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1}$$

$$= \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3})^2 - 1} = \frac{3+1-2\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{4-2\sqrt{3}}{2} = (2-\sqrt{3})$$

$$= 2 + (-1)\sqrt{3}$$

$$\therefore a + b\sqrt{3} = 2 + (-1)\sqrt{3}$$

दोनों पक्षों की तुलना करने पर

$$a = 2, b = (-1)$$

प्रश्न 2.

$2.\overline{37}$ को $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त कीजिए जहाँ p तथा q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ है।

हल:

माना कि $x = 2\overline{37}$

$$x = 2.373737\dots\dots(i)$$

दोनों पक्षों में 100 का गुणा करने पर

$$100x = 100 \times (2.373737.....)$$

$$100x = 237.373737$$

समीकरण (ii) में से (i) को घटाने पर

$$99x = 235$$

$$x = \frac{235}{99}$$

प्रश्न 3.

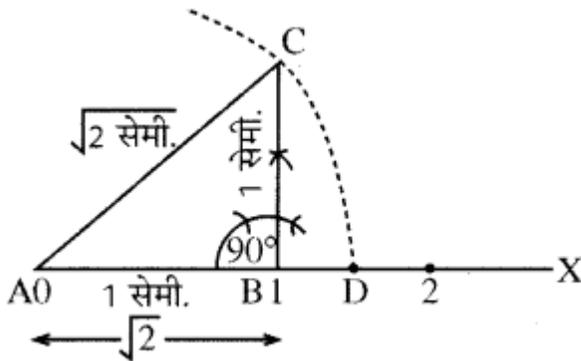
$\sqrt{2}$ को संख्या रेखा पर प्रदर्शित कीजिए।

हल:

$\sqrt{2}$ का संख्या रेखा पर प्रदर्शन माना कि 1 एकक = 1 सेमी. संख्या पर AX पर 1 सेमी की दूरी पर A (शून्य) से 1, 2, 3, भाग अंकित किए गए। इस प्रकार AB = 1 सेमी., अब AB के बिन्दु B पर परकार की सहायता से 90° का कोण बनाइए। बिन्दु B से 1 सेमी. का लम्बा चाप काटिए जो समकोण की भुजा को बिन्दु C पर काटता है। A व C को मिला दिया। यहाँ,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \text{ (पाइथागोरस प्रमेय से)}$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{1^2 + 1^2}$$



$$= \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$$

अर्थात् AC की लम्बाई = $\sqrt{2}$ सेमी होगी।

पुनः AC लम्बाई को परकार में भरकर बिन्दु A से एक चाप खींचिए जो AX संख्या रेखा को बिन्दु D पर काटता है। इस प्रकार संख्या रेखा पर $AD = \sqrt{2}$ सेमी = $\sqrt{2}$ एकक होगी।

प्रश्न 4.

$3.\bar{2}$ को $\frac{p}{q}$ के रूप में प्रदर्शित कीजिए जहाँ p तथा q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ है।

हल:

$$\text{माना } x = 3.2\ 3.2222..... \text{(i)}$$

दोनों पक्षों में 10 का गुणा करने पर

$$10x = 10 \times (3.2222.....)$$

$$10x = 32.2222..... \text{(ii)}$$

समीकरण (ii) में से (i) को घटाने पर

$$10x - x = (32.2222.....) - (3.2222.....)$$

$$9x = 29$$

$$x = \frac{29}{9}$$

प्रश्न 5.

नीचे दिए गए कथन सत्य हैं या असत्य? कारण के साथ अपने उत्तर दो।

(i) प्रत्येक पूर्ण संख्या एक प्राकृत संख्या होती है।

(ii) प्रत्येक पूर्णांक एक परिमेय संख्या होता है।

(iii) प्रत्येक परिमेय संख्या एक पूर्णांक होती है।

हल:

(i) असत्य है, क्योंकि शून्य एक पूर्ण संख्या है परन्तु प्राकृत संख्या नहीं है।

(ii) सत्य है, क्योंकि प्रत्येक पूर्णांक M को $\frac{m}{1}$ के रूप में लिखा जा सकता है व इसलिए यह एक परिमेय संख्या है।

(iii) असत्य है, क्योंकि $\frac{3}{5}$ एक पूर्णांक नहीं है।

प्रश्न 6.

$\frac{1}{7}$ और $\frac{2}{7}$ के बीच की एक अपरिमेय संख्या ज्ञात कीजिए।

हल:

हम हल कर सकते हैं कि

$$\frac{1}{7} = 0.142857$$

तथा यह भी सरलता से ज्ञात किया जा सकता है कि

$$\frac{2}{7} = 0.285714$$

$\frac{1}{7}$ और $\frac{2}{7}$ के बीच की एक अपरिमेय संख्या ज्ञात करने के लिए हम एक ऐसी संख्या ज्ञात करते हैं जो इन दोनों के बीच स्थित अनवसानी अनावर्ती होती है। इस प्रकार की संख्याएँ $\frac{1}{7}$ और $\frac{2}{7}$ के बीच अपरिमित रूप से ज्ञात कर सकते हैं। इस प्रकार की संख्या का एक उदाहरण 0.150150015000150000..... है।

प्रश्न 7.

जाँच कीजिए कि $7\sqrt{5}$, 7 , $\sqrt{2} + 21$, $\pi - 2$ अपरिमेय संख्याएँ हैं या नहीं।

हल:

हम जानते हैं कि $\sqrt{5} = 2.236.....$, $\sqrt{2} = 1.4142.....$, $\pi = 3.1415.....$ है।

\therefore अब $7\sqrt{5} = 7 \times 2.236..... = 15.652.....$

$$\frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5} = 3.1304.....$$

$$\sqrt{2} + 21 = 1.4142..... + 21 = 22.4142.....$$

$$\pi - 2 = 3.1415..... - 2 = 1.1415.....$$

उपर्युक्त सभी संख्याएँ अनवसानी अनावर्ती दशमलव हैं। अतः ये सभी अपरिमेय संख्याएँ हैं।

प्रश्न 8.

निम्नलिखित व्यंजकों को सरल कीजिए

(i) $(5 + \sqrt{7})(2 + \sqrt{5})$

हल:

$$(5 + \sqrt{7})(2 + \sqrt{5})$$

$$= 10 + 5\sqrt{5} + 2\sqrt{7} + \sqrt{35}$$

$$(ii) (5 + \sqrt{5})(5 - \sqrt{5})$$

हल:

$$(5 + \sqrt{5})(5 - \sqrt{5})$$

$$= (5^2) - (\sqrt{5})^2 = 25 - 5 = 20$$

$$(iii) (\sqrt{3} + 7)^2$$

हल:

$$(\sqrt{3} + 7)^2$$

$$= (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{7} + (\sqrt{7})^2$$

$$= 3 + 2\sqrt{21} + 7 = 10 + 2\sqrt{21}$$

$$(iv) (\sqrt{11} - \sqrt{7})(\sqrt{11} + \sqrt{7})$$

हल:

$$(\sqrt{11} - \sqrt{7})(\sqrt{11} + \sqrt{7})$$

$$= (\sqrt{11})^2 - (\sqrt{7})^2 = 11 - 7 = 4$$

प्रश्न 9.

आपने देखा है कि $\sqrt{2}$ परिमेय संख्या नहीं है। दिखाओ कि $2 + \sqrt{2}$ भी परिमेय संख्या नहीं है।

हल:

माना कि $2 + \sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या r है।

$$\therefore 2 + \sqrt{2} = r$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} = r - 2 \dots\dots(i)$$

$\therefore r$ तथा -2 परिमेय संख्याएँ हैं अतः $r - 2$ भी एक परिमेय संख्या होगी।

तथा (i) के अनुसार $\sqrt{2} =$ एक परिमेय संख्या है जो कि असत्य है।

[$\therefore \sqrt{2}$ परिमेय संख्या नहीं होती है।]

\therefore हमारा माना हुआ कथन या संभावना सत्य नहीं है।

अतः $2 + \sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या नहीं है।

प्रश्न 10.

कारण सहित बताइए कि क्या $\sqrt{8} \times \sqrt{6}$ एक अपरिमेय संख्या है?

हल:

$$\sqrt{8} \times \sqrt{6} = \sqrt{8 \times 6}$$

[सूत्र $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ के अनुसार]

$$= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3}$$

$$= (\sqrt{2})^4 \times \sqrt{3} = 2^2 \times \sqrt{3} \text{ [सूत्र } (\sqrt[n]{a})^n = a \text{ के अनुसार]}$$

$= 4\sqrt{3} =$ एक अपरिमेय संख्या क्योंकि एक परिमेय संख्या और अपरिमेय संख्या 3 का गुणनफल भी एक अपरिमेय संख्या होता है।

$\therefore \sqrt{8} \times \sqrt{6}$ एक अपरिमेय संख्या है।

प्रश्न 11.

$(1^3 + 2^3 + 3^3)^{-5/2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\begin{aligned} &= (1+8+27)^{-\frac{5}{2}} \\ &= (36)^{-\frac{5}{2}} = (6^2)^{-\frac{5}{2}} \quad [\because 36 = 6 \times 6 = 6^2] \\ &= 6^{2 \times -\frac{5}{2}} = 6^{-5} \\ &\quad \text{[सूत्र } (x^m)^n = x^{m \times n} \text{ के अनुसार]} \\ &= \frac{1}{6^5} \quad \text{[सूत्र } x^{-m} = \frac{1}{x^m} \text{ के अनुसार]} \\ &= \frac{1}{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6} \\ &= \frac{1}{7776} \end{aligned}$$

प्रश्न 12.

यदि x, y, z वास्तविक धनात्मक संख्याएँ हैं तो सिद्ध करो कि

$$\sqrt{x^{-1}y} \cdot \sqrt{y^{-1}z} \cdot \sqrt{z^{-1}x} = 1$$

हल:

$$\begin{aligned} &\text{प्रश्नानुसार } \sqrt{x^{-1}y} \cdot \sqrt{y^{-1}z} \cdot \sqrt{z^{-1}x} \\ &= \sqrt{\frac{y}{x}} \cdot \sqrt{\frac{z}{y}} \cdot \sqrt{\frac{x}{z}} \\ &= \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{z}{y}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{x}{z}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{z^{\frac{1}{2}}}{y^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}}}{z^{\frac{1}{2}}} = 1. \quad \text{उत्तर} \end{aligned}$$

प्रश्न 13.

$0.\overline{235}$ को $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त कीजिए जहाँ p व q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ है।

हल:

$$\text{माना कि } x = 0.\overline{235}$$

$$x = 0.235235235..... \text{.....(i)}$$

दोनों पक्षों में 1000 का गुणा करने पर

$$1000x = 1000 \times (0.235235235.....)$$

$$1000x = 235.235235235..... \text{.....(ii)}$$

समीकरण (ii) में से (i) को घटाने पर

$$1000x - x = 235$$

$$999x = 235$$

$$x = \frac{235}{999}$$

प्रश्न 14.

लिखिए कि अग्रलिखित कथन सत्य हैं या असत्य

(i) 0 एक परिमेय संख्या है।

उत्तर:

सत्य

(ii) प्रत्येक पूर्णांक एक पूर्ण संख्या है।

उत्तर:

असत्य

(iii) प्रत्येक प्राकृत संख्या एक पूर्ण संख्या है।

उत्तर:

सत्य

(iv) प्रत्येक अपरिमेय संख्या एक वास्तविक संख्या है।

उत्तर:

सत्य

(v) संख्या रेखा का प्रत्येक बिन्दु \sqrt{P} के रूप में होता है जबकि P एक प्राकृत संख्या है।

उत्तर:

असत्य

(vi) दो अपरिमेय संख्याओं का योग सदा एक अपरिमेय संख्या होती है।

उत्तर:

असत्य

(vii) $(13 + \sqrt{5})(13 - \sqrt{5})$ एक परिमेय संख्या

उत्तर:

सत्य

(viii) 1 एक परिमेय संख्या है।

उत्तर:

असत्य